

**ipea**

Instituto de Planejamento Econômico e Social

PLAN

Instituto de Planejamento

TEXTOS PARA DISCUSSÃO INTERNA

Nº 92

"Modelos de Previsão para Séries de Produção e Preços: Metodologia Bayesiana e Box-Jenkins para Séries Temporais".

Gutemberg H. Brasil

Hélio S. Migon

Reinaldo C. Souza

Sérgio S. Portugal

Maio de 1986



TEXTOS PARA DISCUSSÃO INTERNA

Nº 92

"Modelos de Previsão para Séries de Produção e Preços: Metodologia Bayesiana e Box-Jenkins para Séries Temporais".

Gutemberg H. Brasil  
Hélio S. Migon  
Reinaldo C. Souza  
Sérgio S. Portugal

Maio de 1986

519.382  
13883  
97

330000  
TQF 92

Tiragem: 50 exemplares

PLAN - P. R. INSTITUTO DE PLANEJAMENTO ECONOMICO E SOCIAL SETOR DE DOCUMENTAÇÃO F.º 1238 DATA 24 / 07 / 86
---

TOMBO  
8513-8

Trabalho concluído em: Abril de 1986

Instituto de Pesquisas do IPEA  
Instituto de Planejamento Econômico e Social  
Avenida Presidente Antonio Carlos, 51 - 130/170 andar  
20.020 Rio de Janeiro RJ

Este trabalho é da inteira e exclusiva responsabilidade de seus autores. As opiniões nele emitidas não exprimem, necessariamente, o ponto de vista da Secretaria de Planejamento da Presidência da República.

Modelos de Previsão para Séries de Produção e Preços: Metodologia  
Bayesiana e Box-Jenkins para Séries Temporais

Gutemberg H. Brasil  
Hélio S. Migon  
Reinaldo C. Souza  
Sérgio S. Portugal

- 1 - Introdução
- 2 - Análise Preliminar das Séries e Principais Resultados
- 3 - Modelos Univariados
  - 3.1 - Modelos ARIMA-Box-Jenkins
  - 3.2 - Modelo Estrutural e Previsão Bayesiana
  - 3.3 - Método de Decomposição  $X_{11}$  e os Fatores Sazonais
- 4 - Modelos Selecionados e Previsões
  - 4.1 - Modelos ARIMA
  - 4.2 - Modelos Bayesianos
- 5 - Apêndice
  - 5.1 - Gráficos das Séries
  - 5.2 - O Modelo  $(0,1,1)(0,1,1)_{12}$
  - 5.3 - Codificações SAS/ETS
    - 5.3.1 - ARIMA
    - 5.3.2 -  $X_{11}$
  - 5.4 - Alguns Modelos Bayesianos: Codificação SANDA/  
Exemplos
- 6 - Referências

## 1 - INTRODUÇÃO

Esta nota apresenta os resultados da análise de diversas séries de produção e preços da economia brasileira, via métodos univariados de séries temporais, quanto ao seu desempenho preditivo.

Diversos métodos de previsão de séries temporais foram testados, sendo que os melhores desempenhos foram obtidos pelo método de Box-Jenkins e pelo modelo estrutural bayesiano. Essas duas metodologias permitem ainda a extensão para o caso multivariado e possibilidades de intervenções.

Na seção 2 mostramos sumariamente uma descrição das séries, bem como os resultados da análise preliminar das mesmas. Uma descrição sucinta de cada metodologia é apresentada na seção 3.

Na seção 4 apresentamos os melhores modelos univariados conseguidos para cada série e as previsões obtidas com os mesmos. Finalmente, em apêndice encontram-se descritos, detalhadamente, o modelo mais freqüente nas séries sazonais econômicas, os gráficos das séries e exemplos da codificação ETS/SAS e SANDA.

## 2 - ANÁLISE PRELIMINAR DAS SÉRIES E PRINCIPAIS RESULTADOS

No exercício desenvolvido procurou-se estimar a produção industrial do Brasil e a inflação.

Para produção industrial utilizaram-se os indicadores conjunturais da indústria - índices de base fixa mensal média de 1981 =100, segundo as principais classificações de classe e uso. Foram

utilizadas 84 observações com início em 01/1979 a 12/1985. Note-se, portanto, que o período considerado abrange duas fases bem distintas do processo de crescimento do produto industrial brasileiro. Os anos 79/80 e 84/85 caracterizam-se pelo crescimento rápido com taxas médias anuais de 8%, em oposição aos anos de recessão observados entre 1981/83, com taxa média anual de -5,3%.

Como medida da inflação utilizaram-se os índices de preços da FGV, e o IPCA calculado pelo IBGE. O período considerado neste caso foi de 01/80 a 01/86 para o IPCA, e 01/79 a 12/85 para os índices da FGV.

Na tentativa de verificar os componentes presentes nas séries, utilizamos quatro procedimentos: (i) inspeção visual do gráfico das séries (anexo 5.1); (ii) correlogramas; (iii) análise espectral para verificação da existência da sazonalidade e outras periodicidades; e (iv) o método de decomposição X11.

A Tabela 1 apresenta de forma resumida as séries analisadas, suas características e os modelos mais apropriados (Box e Jenkins). Cabe ressaltar que as séries de produção utilizadas são as definidas segundo a nova ponderação do censo industrial de 1980.

Os resultados dos exercícios de previsão da produção industrial para 1986, elaborados pelas técnicas de Box e Jenkins e Bayesiana, são apresentados na Tabela 2.

O crescimento do Produto Industrial estimado para 1986 na versão ARIMA é da ordem de 8%, o que denota ligeira desaceleração quando comparado aos 8,5% verificados em 1985. O dinamismo do crescimento deve ser observado na produção de bens intermediários (9,3%).

TABELA 1: Séries Analisadas, Características e Modelos

Séries Analisadas	Notação	Características	Modelo
Indústria Geral	Y1	Apresenta não-estacionariedade na média, heterocedasticidade e sazonalidade de período 12.	(0,1,1)(0,1,1)12 (3,1,1)(0,1,1)12*
Extrativa Mineral	Y2	Apresenta não-estacionariedade na média, heterocedasticidade e não possui sazonalidade acentuada (indicado pelo aspecto) o que sugere que não se precisa tomar diferenças sazonais.	(1,1,0)(1,0,0)12
Indústria de Transformação	Y3	Apresenta clara não-estacionariedade na média, heterocedasticidade e sazonalidade de período 12.	(0,1,1)(0,1,1)12 (3,1,1)(0,1,1)12*
Bens de Capital	Y25	Apresenta não estacionariedade na média (com mudança do nível e inclinação) e sazonalidade de período 12.	(0,1,1)(0,1,1)12
Bens Intermediários	Y26	Apresenta não-estacionariedade na média (com mudança de nível) e sazonalidade de período 12.	(0,1,2)(0,1,1)12*
Bens de Consumo	Y27	Apresenta não-estacionariedade na média (com mudança de nível) e sazonalidade de período 12.	(0,1,1)(0,1,1)12 (3,1,1)(0,1,1)12*
IGP-DI (disponibilidade interna)	P2(taxa mensal)	Não estacionária na média e variância; aparentemente não-sazonal.	(2,1,1)*
IPA (Ind. de preços p/atacado)	P4(taxa mensal)	Não estacionária na média (mudança de nível e inclinação) e aparentemente não-sazonal.	(2,1,1)*
ICVRJ(Ind.da cidade do RJ-Preço ao consumidor)	P6(taxa mensal)	Não estacionária na média e variância e aparentemente não-sazonal.	(0,1,1)(0,1,1)12
IPA-OG (Produtos agrícolas Total-FGV)	P24(taxa mensal)	Não estacionária na média (mudança de nível e inclinação) e com sazonalidade de período 12 (pouco acentuada).	(2,1,1)*
IPA-OG (Produtos Indust. Total-FGV)	P33(taxa mensal)	Não estacionária na média (mudança de nível e inclinação) e aparentemente não-sazonal.	(2,1,1)*
IPCA (Ind. nac. de preços ao cons. amplo-IBGE)	P201(taxa mensal)	Não estacionária na média e variância e com sazonalidade de período 12.	(0,1,1)(0,1,1)12

\* Vide no texto a especificação dos parâmetros no modelo.

Tabela 2: Projeções da Produção Industrial para 1986 - Taxa de Crescimento Acumulada nos Últimos 12 Meses com Base nos 12 Meses Imediatamente Anteriores

Setor e Categoria de Uso	1985 Observado	Previsões para 1986			
		Box e Jenkins		Bayesiano	
		No 1º Semestre	No ano	No 1º Semestre	No ano
IND. GERAL	8,49	11,5	8,0	11,4	9,6
Extrativa Mineral	11,50	11,4	8,1	13,1	11,5
Ind. de Transformação	8,30	11,3	7,8	11,3	9,3
Bens de Capital	12,35	15,7	8,4	16,9	13,7
Bens Intermediários	7,18	10,0	9,1	9,2	8,1
Bens de Consumo	9,13	13,8	8,5	13,4	9,6

Na versão bayesiana, a produção industrial poderá crescer 9,6% no ano de 1986, estimulada pela produção de Bens de Capital e Bens Intermediários.

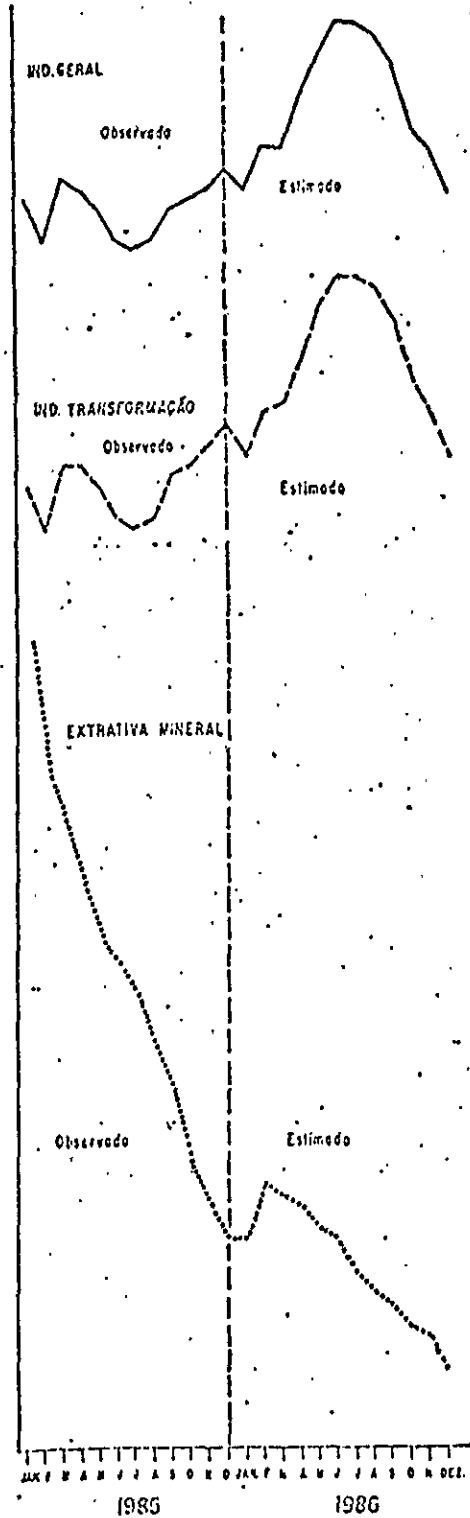
Como se observa, em ambos os casos, a produção industrial, medida pela taxa de doze meses, permanece em ascensão até junho, muito embora em velocidade inferior àquela verificada no segundo semestre do ano anterior. Estima-se que em junho do corrente ano o produto industrial alcance seu ponto de máximo, dando início a um processo de desaceleração da produção industrial.

Os gráficos a seguir ilustram a evolução do produto segundo a técnica de Box e Jenkins.

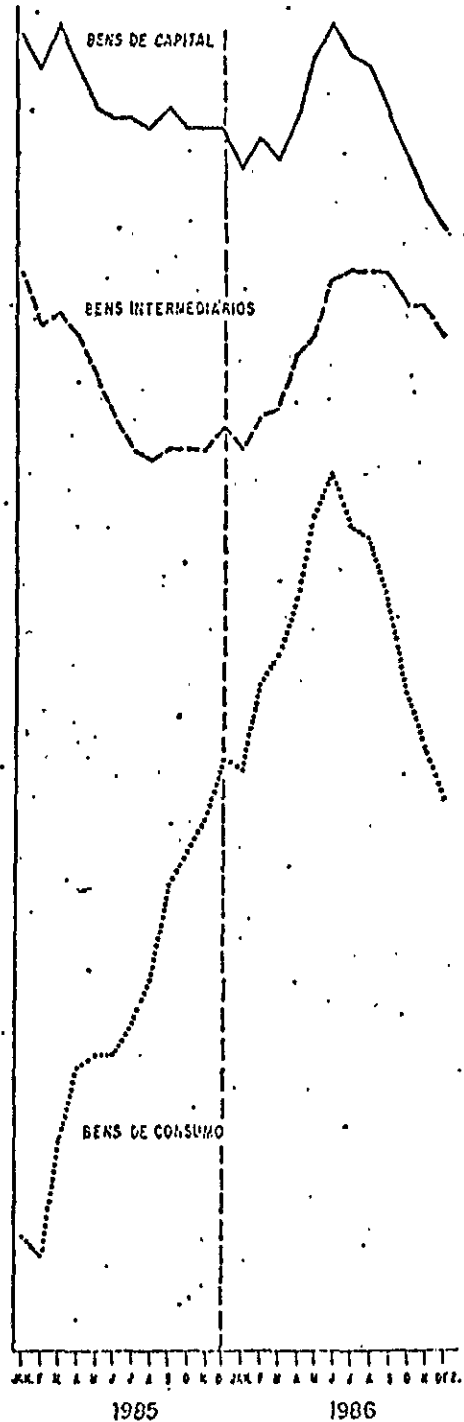
Observamos, entretanto, que ainda não são totalmente cla



TAXA DE CRESCIMENTO ACUMULADA NOS ÚLTIMOS 12 MESES DA PRODUÇÃO INDUSTRIAL DO BRASIL — PREVISÃO PARA 1986



TAXA DE CRESCIMENTO ACUMULADA NOS ÚLTIMOS 12 MESES DA PRODUÇÃO INDUSTRIAL DO BRASIL — PREVISÃO PARA 1986



ros os efeitos sobre o nível de atividade industrial das medidas adotadas pela reforma monetária do dia 28 de fevereiro último. Neste sentido, os exercícios de previsão ainda não incorporam os possíveis impactos do conjunto de medidas no nível de atividade. É tarefa para o futuro imediato tentar incorporar explicitamente, de forma diferenciada nos diversos setores, os impactos do programa de estabilização utilizando-se a técnica Bayesiana.

A Tabela 3 apresenta as previsões, dos índices de base fixa da produção industrial, de Box e Jenkins e Bayesiana.

### 3 - MODELOS UNIVARIADOS

#### 3.1 - Modelos ARIMA-Box-Jenkins

O processo de modelagem Box-Jenkins é composto por um ciclo iterativo de três etapas:

- 1) Identificação de um ou mais modelos tentativos;
- 2) Estimação e verificação;
- 3) Previsão com o modelo suposto adequado estatisticamente.

A teoria subjacente ao método é que um processo estocástico estacionário (Série  $W_t$ ) pode ser modelado da seguinte forma:

$$\phi(L) W_t = \theta_0 + \theta(L) a_t$$

onde:

$\phi(L) = 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p$  - polinômio auto-regressivo de ordem p - AR (p)

Tabela 3: Previsões para o ano de 1986 - Indicadores Conjunturais da Indústria por Classe e Uso - Base Fixa

Indicador e Método Meses	Indicador Geral		Extrativa Mineral		Ind. Transf.		Bens Capital		Bens Interm.		Bens de Consumo	
	Box e Jenkins	Bayesiano	Box e Jenkins	Bayesiano	Box e Jenkins	Bayesiano	Box e Jenkins	Bayesiano	Box e Jenkins	Bayesiano	Box e Jenkins	Bayesiano
JAN.	107,27	107,00	189,1	193,0	104,65	104,0	85,57	87,60	116,42	116,0	107,40	106,0
FEV.	104,04	104,00	182,1	194,0	101,70	102,0	87,11	88,80	112,51	112,0	103,44	103,0
MAR.	115,01	114,00	191,6	196,0	112,40	111,0	98,17	98,70	124,56	121,0	114,07	112,0
ABR.	106,86	107,00	190,8	197,0	104,24	104,0	87,53	90,20	117,10	115,0	105,89	104,0
MAI.	117,59	118,00	195,3	198,0	114,85	115,0	97,14	99,40	126,73	125,0	118,50	118,0
JUN.	120,59	121,00	192,7	199,0	118,08	119,0	96,92	99,10	132,26	129,0	116,48	118,0
JUL.	126,46	127,00	195,9	200,0	123,88	125,0	101,08	104,00	137,94	135,0	123,21	125,0
AGO.	129,61	132,00	195,4	202,0	127,13	129,0	103,36	109,00	140,40	138,0	127,32	130,0
SET.	125,69	129,00	194,2	203,0	123,21	126,0	100,22	108,00	136,16	135,0	122,90	126,0
OUT.	132,64	136,00	199,8	204,0	129,93	133,0	105,15	112,00	142,55	142,0	132,05	136,0
NOV.	123,14	128,00	197,4	205,0	120,59	125,0	98,91	108,00	130,98	133,0	125,14	129,0
DEZ.	112,43	118,00	199,8	206,0	109,44	116,0	88,80	101,00	122,14	125,0	113,0	117,0

$\theta(L) = 1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q$  - polinômio médias-móveis de ordem  $q$  - MA( $q$ )

$a_t$  = perturbação estocástica suposta  $N(0, \sigma^2)$

$L^k W_t = W_{t-k}$  (operador retardo)

$\theta_0$  = termo constante (média do processo)

Se a série for não-estacionária (na média ou na variância), pode ser necessário tomar diferenças e/ou realizar transformações a fim de induzir estacionariedade.

#### i) Diferenças

$W_t = (1-L)^d Y_t$  onde,  $W_t$  = série estacionária  
 $Y_t$  = série original  
 $d$  = grau da diferença.

Se  $d=1$ , tem-se a primeira diferença:  $W_t = Y_t - Y_{t-1}$ .

#### ii) Transformações

A transformação mais freqüente em séries econômicas, usualmente crescentes, é a logarítmica:  $W_t = \text{Log}(Y_t)$ . Uma família mais geral de transformações (Box-Cox-1967) é definida por:

$$W_t = \frac{Y_t^\lambda - 1}{\lambda}, \quad \lambda \neq 0$$

$$W_t = \text{Log}(Y_t), \quad \lambda = 0$$

$$W_t = Y_t, \quad \lambda = 1$$

Para possibilitar a análise de séries sazonais, temos o modelo ARIMA MULTIPLICATIVO geral, o qual é denotado compactamente como:

$$\text{ARIMA } (p,d,q) (P,D,Q)_s$$

onde:

$p$  = ordem do polinômio auto-regressivo não-sazonal - AR

$d$  = grau de diferença (simples) não-sazonal

$q$  = ordem do polinômio médias-móveis não-sazonal - MA

$P$  = ordem do polinômio auto-regressivo sazonal

$D$  = grau da diferença sazonal

$Q$  = ordem do polinômio médias-móveis sazonal

Os polinômios AR e MA sazonais são análogos aos já definidos anteriormente.

### 3.2 - Modelo Estrutural e Previsão Bayesiana

O modelo Linear Dinâmico (MLD) ou estrutural vem sendo utilizado amplamente pelos adeptos da metodologia Bayesiana de previsão de séries temporais (Harrison/Stevens - HS - 1976). Este é constituído por um par de equações retratando a evolução dinâmica dos parâmetros e relacionando-os com as mensurações do sistema (por ex. as observações da série temporal).

Na formulação geral (caso univariado) tem-se:

$$y_t = F_t \theta_t + \varepsilon_t; \quad \varepsilon_t \sim \text{IN}(0, V_t)$$

$$\theta_t = G_t(\lambda) \theta_{t-1} + \Gamma_t(\gamma) X_t + \delta_{\theta t} \quad \text{com} \quad \delta_{\theta t} \sim \text{IN}(0, W_{\theta})$$

onde:

- $F_t$  - é um vetor  $l \times k$  de regressores e/ou constantes;
- $\theta_t$  - é um vetor  $k \times 1$  de parâmetros;
- $G_t(\lambda)$  - é uma matriz  $k \times k$  com vetor de autovalores  $\lambda$  que caracteriza a evolução do sistema;
- $\Gamma_t(\gamma)$  - é uma matriz com vetor de autovalores  $\gamma$  de intervenção; e,
- $X_t$  - é um vetor de variáveis de controle.

Nas aplicações a séries temporais o modelo linear dinâmico é estruturado em componentes não observáveis: tendência (nível e fator de crescimento), sazonalidade e, possivelmente, ciclos.

A componente sazonal pode ser tratada através de fatores sazonais (modelagem em forma livre) ou através de harmônicas (modelagem em forma funcional). A principal vantagem da modelagem funcional é a parcimônia decorrente do uso das principais harmônicas somente. De outro lado, a modelagem através de fatores sazonais traz mais clareza conceitual facilitando a inter-relação entre análisa e modelo. Em ambas as situações os modelos podem ser aditivos ou multiplicativos.

No que diz respeito à componente de tendência, esta pode ser modelada de forma amortecida ou não. Em geral, usa-se a forma não amortecida, a qual corresponde a uma trajetória linear. A forma amortecida permite que a função de previsão apresente uma curvatura que é função do horizonte de previsão, isto é: assintoticamente a função de previsão atinge um valor limite.

Um modelo estrutural univariado com tendência linear e

sazonalidade aditiva em forma livre tem a seguinte formulação:

$$Y_t = \mu_t + \rho_{1,t} + \varepsilon_t ; \varepsilon_t \sim N(0, V_t)$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + g_{t-1} + \delta_{\mu t} ; \delta_{\mu t} \sim IN(0, W_\mu)$$

$$g_t = g_{t-1} + \delta_{gt} ; \delta_{gt} \sim IN(0, W_g)$$

$$\rho_t = \begin{bmatrix} \rho_{1,t} \\ \rho_{2,t} \\ \cdot \\ \cdot \\ \rho_{s,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ -1 \ -1 \ \dots \ -1 \end{bmatrix} \rho_{t-1} + \delta_{\rho t} ; \delta_{\rho t} \sim IN(0, W_\rho)$$

$\underline{I} (s-1, s-1)$

onde:  $\mu_t$  - nível corrente no tempo  $t$ ;  
 $g_t$  - fator de crescimento em  $t$ ;  
 $\rho_{1,t}$  - fator sazonal referente ao período corrente,  
 $\rho_{i,t}$  - fator sazonal referente aos períodos subsequentes,  
 $i > 1$

Neste modelo tem-se:  $F(t) = (1, 0, 1, 0, \dots, 0)$  para todo  $t$ , e

$$G_t = \begin{bmatrix} G_1 & 0 \\ 0 & G_2 \end{bmatrix} \text{ para todo } t, \text{ onde:}$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } G_2 = \begin{bmatrix} 0 & \underline{I} \\ -1 \dots & -1 \end{bmatrix}$$

A matriz  $G_2$  é uma forma cíclica e incorpora a restrição de que os fatores sazonais somam zero (são variações ao redor do nível).

Um outro modelo univariado é o modelo de crescimento linear com estrutura auto-regressiva de primeira ordem (AR(1)), a saber:

$$y_t = \mu_t + a_t$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + g_{t-1} + \delta\mu_t ; \quad \delta\mu_t \sim \text{IN}(0, W_\mu)$$

$$g_t = g_{t-1} + \delta g_t ; \quad \delta g_t \sim \text{IN}(0, W_g)$$

$$a_t = \phi a_{t-1} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim \text{IN}(0, V)$$

onde:  $\phi$  - parâmetro auto-regressivo,  $0 \leq \phi \leq 1$ ;

$\varepsilon_t$  - choque aleatório; e, os demais parâmetros têm a interpretação descrita anteriormente.

É importante observar que, para possibilitar a estimação seqüencial da variância observacional (e até mesmo postular alguma forma dinâmica para ela), é necessário reescrever o modelo:

$$y_t = \mu_t + \theta_t + \varepsilon_t$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + g_{t-1} + \delta\mu_t$$

$$g_t = g_{t-1} + \delta g_t$$

$$\theta_t = \phi [g_{t-1} - \mu_{t-1}] \theta_{t-1}$$

#### Aspectos do Método Bayesiano de Previsão

Inicialização - Para se inicializar o processo de estimação, isto é, combinar a distribuição a priori com a verossimilhança, é necessário se fornecerem valores iniciais para o vetor de média e a matriz de variância e covariância do vetor de estados (parâmetros



do modelo). Estas quantidades são, respectivamente,  $m_0$  e  $C_0$ . É comum postular-se uma distribuição não informativa, a qual fica caracterizada por:  $m_0 = 0$  e  $C_0 = p.I$ ,  $p$  arbitrariamente grande. Na prática tem-se usado  $p=10000$  ( $I$  é a matriz identidade).

Fator de Desconto - O usuário na formulação original de Harrison-Stevens deveria fornecer as variâncias residuais,  $W_\mu$ ,  $W_g$  e  $W_\rho$  para completar a inicialização do método. Essas quantidades são de difícil especificação, entre outras razões, por dependerem da escala de mensuração dos parâmetros. Uma solução alternativa foi desenvolvida por Ameen-Harrison (1983) e utiliza o conceito de fatores de descontos. Estes são números entre zero e um e representam a taxa com que as informações se desgastam com o passar do tempo. Um valor próximo de um significa um procedimento de longa memória; enquanto que próximo de zero expressa um sistema que responde fortemente à observação mais recente. Uma regra prática é escolher:

$\beta = (3N-1)/(3N+1)$ , onde  $N$  é o tempo tal que o conteúdo de informação de uma observação decaia a sua metade. É usual usar-se um fator de desconto para cada bloco do modelo.

Modelagem e Estimação Seqüencial da Variância Observacional - Em vários trabalhos sobre previsões Bayesianas nota-se a preocupação de estimar a variância observacional seqüencialmente. Isto é obtido usando-se um teorema clássico (ver Degroot-1975), o qual mostra que uma priori Normal-Gama é adequada para o problema. Dessa análise Bayesiana decorre uma solução que consiste de um par de equações de recorrência. Mais uma vez a solução seqüencial é trivialmente implementável em computador e permite a utilização de fatores de descontos específicos para a estimação de variância, bem

como a introdução de certos filtros para proteção contra observações espúrias. A inicialização é feita de forma não informativa, fixando-se os valores iniciais em zero e desprezando-se os primeiros  $k$  resíduos ( $k$  é o número de parâmetros do modelo).

A variância observacional pode ser modelada segundo a regra:  $V_t = a \mu_t^{**b}$ , onde  $b$  é especificado pelo usuário, "a" é estimado pelo sistema e  $\mu_t$  é o nível corrente da série.

### 3.3 - Método X-11 de Decomposição e os Fatores Sazonais

A sazonalidade é definida como um comportamento cíclico que ocorre regularmente no calendário anual, isto é, um ciclo cuja periodicidade pode ser anual, semestral ou qualquer outra unidade do calendário anual.

O comprimento do ciclo sazonal é frequentemente denominado período sazonal  $s$ . Para séries sazonais mensais com padrão sazonal anual,  $s=12$ ; para séries trimestrais,  $s=4$ ; para séries diárias,  $s=7$ .

Quando a sazonalidade exibe um padrão de variação de dimensões aproximadas, a despeito do nível médio da série, um modelo aditivo é o apropriado (Vide eq.(2)). Quando a variação sazonal aumenta em relação direta com o nível médio de série, um modelo multiplicativo como o da eq. (1) é o indicado.

$$X_t = T_t \cdot S_t \cdot C_t \cdot \varepsilon_t \quad (1)$$

ou

$$X_t = T_t + S_t + C_t + \varepsilon_t \quad (2)$$

onde:  $T_t$  - Tendência  
 $S_t$  - Componente Sazonal  
 $C_t$  - Componente Cíclico  
 $\varepsilon_t$  - Componente Aleatório

A dessazonalização tem como objetivo eliminar da série seu comportamento sazonal, ou, seja comportamentos atípicos (embora cíclicos) que ocorrem regularmente em determinados períodos (meses, trimestres ...) tais como: excesso de consumo de sorvetes durante o verão, pique nas vendas de bens de consumo durante o mês de dezembro, etc.

Esses movimentos distorcem a interpretação do evento considerado ao longo do ano. O ajuste sazonal de uma série de tempo é baseado no pressuposto de que flutuações sazonais podem ser medidas nas séries originais e separadas da tendência e ciclo, dos dias trabalhados (quando incluídos) e de flutuações irregulares.

Os métodos de decomposição consistem em separar da série observada  $X_t$ , os componentes não observáveis. Os modelos usuais são os multiplicativos ou os aditivos.

Os métodos de decomposição tiveram origem no início do século e pretendem resolver 2 questões:

i) eliminar tendência para permitir estudar a correlação serial entre variáveis ou dentro de uma variável;

ii) eliminar variações (tendência e sazonalidade) para estudar os ciclos econômicos e explicar (ou antecipar) as depressões.

O X-11 é um método de ajustamento sazonal que utiliza o método de médias móveis além de outros procedimentos estatísticos.

As principais fases do método são:

1.<sup>a</sup> fase: ajustamento para as variáveis de dias úteis, principalmente para dados mensais;

2.<sup>a</sup> fase: estimação preliminar da sazonalidade e ajustamento sazonal da série;

3.<sup>a</sup> fase: refinamento da estimativa da sazonalidade bem como estimação da tendência, componente cíclica, e aleatoriedade;

4.<sup>a</sup> fase: preparação de diagnósticos da qualidade do ajustamento sazonal, bem como informações sobre tendência e ciclo.

Tomando-se como base o Modelo Multiplicativo(1), exemplificam-se abaixo as operações realizadas:

- (i) a razão entre a série original ( $X_t$ ) e a média móvel de 13 pontos ( $M_t$ ), isto é, média ponderada com pesos  $\{1,2,\dots,2,1\}$ , resulta numa primeira estimativa do fator sazonal e da aleatoriedade, i.e:  $R_t = S_t \quad \varepsilon_t = \frac{X_t}{M_t}$ ;
- (ii) uma média móvel de cinco termos (isto é  $3 \times 3$ ), ( $MM_t$ ) para cada mês separadamente, é aplicada à série  $R_t$  para eliminar a aleatoriedade, isto é:  $\hat{S}_t = \frac{R_t}{MM_t}$ ;
- (iii) normalização dos fatores sazonais para somar 1200;
- (iv) obtêm-se a série dessazonalizada,  $XD_t$ , dividindo-se

a série original pelo fator sazonal,  $\hat{S}_t: XD_t = \frac{X_t}{S_t}$ ;

(v) Uma média móvel de Spencer (15 pontos, 5x5x4x4),  $MS_t$ , é aplicada à série dessazonalizada para remover a irregularidade que ainda persista; a seguir divide-se a série original pela média móvel de 15 pontos para se obter:  $\hat{S}_t = \frac{X_t}{MS_t}$  ;

(vi) aplica-se outra média móvel de 7 pontos,  $M7_t$ , para cada mês separadamente, para gerar uma segunda estimativa da sazonalidade livre da aleatoriedade, i.e.:

$$\hat{S}_t = \frac{\hat{S}_t}{M7_t}$$

(vii) repete-se o item (iii); e

(viii) divide-se a série original pela estimativa final do fator sazonal para obter-se a série, finalmente desazonalizada.

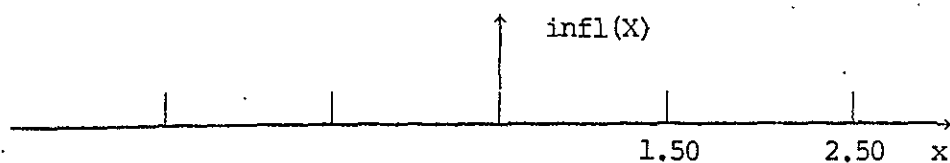
Observa-se que: ao efetuar (i) e (v):

- cada estimativa do componente irregular é comparada como o desvio-padrão (estimado por uma média móvel de 5 pontos) para detectar as observações e removê-las, se for o caso.

- completa-se a série com estimativas para os valores extremos "perdidos" a cada média móvel.

Na versão X11 tem-se:

- a) ajustamento para dias úteis por regressão;
- b) exclusão de observações espúrias segundo a regra:



c) no item (ii) pode-se escolher médias móveis de Henderson de 5,9,12 ou 23 pontos dependendo da aleatoriedade;

d) pode-se escolher o modelo aditivo ou multiplicativo.

#### Estadísticas e Testes:

i) Mês adjacente: razão entre o mês e a média dos meses adjacentes. Se esta razão é pequena a série não tem sazonalidade. Observe-se que as razões foram somadas e divididas pelo número de anos em cada mês, tendo-se, assim, uma melhor indicação da variabilidade da série;

ii) Teste do mês de janeiro: divide-se cada valor da série sazonalmente ajustada pelo valor correspondente a janeiro (base). Revela a sazonalidade dentro do ano que persista;

iii) Teste de igualdade: divide-se a média móvel de 12 meses dos dados sazonalmente ajustados pela média móvel dos dados originais. Essas razões devem estar em torno de 100. Se maior que 110 ou inferior a 90, indica que houve um sobre ou sub ajustamento;

iv) Teste de mudança da percentagem: calcula-se a percentagem de um mês em relação a outro para cada uma das séries: tendência, original, dessazonalizada, e irregularidade. Este teste fornece o mês de dominância cíclica, que é o nº de meses que a variação aleatória excede a variação da tendência-ciclo.

A partir do modelo X11, foram calculados os fatores sazoo

nais multiplicativos para as séries de produção. As Tabelas 4 e 5 apresentam os fatores enquanto as 6 e 7 as respectivas séries desazonalizadas. Como se observa na Tabela 4, para produção industrial (Série Y1) os meses de janeiro (88,6) e fevereiro (87,1) são os de menor produção no ano devido às pressões sazonais. Em oposição, nos meses de outubro (110,4) e agosto (110,3) a produção tende a ser 10% superior a média do ano.

Em geral, para as séries de produção estudadas, nota-se que o primeiro semestre do ano é caracterizado sazonalmente com uma produção inferior àquela verificada no segundo semestre. No apêndice (5.3.2) comenta-se em detalhe o formato de saída do programa de decomposição X11.

#### 4 - MODELOS SELECIONADOS E PREVISÕES

##### 4.1 - Modelos ARIMA

O procedimento da modelagem Box-Jenkins descrito na Seção 3.1 foi aplicado às séries de produção e preços. Os modelos tentativos identificados para cada série foram estimados, e a seguir, analisados quanto à sua adequação estatística. Observou-se principalmente o teste Q (Box-Ljung) de aleatoriedade dos resíduos, a redução na variância estimada dos resíduos e a significância dos parâmetros no modelo.

Série de Produção - encontram-se em anexo na Tabela 4.1 os melhores modelos identificados para as séries de produção (es

Tabela 3

XII

D10. FINAL		SEASONAL FACTORS										P. 5, SERIES Y1	
YEAR	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC	AVGE
1979	92.8	89.7	98.2	93.0	100.0	102.4	107.3	109.1	106.4	109.1	101.4	92.7	100.0
1980	92.4	89.5	98.4	93.0	100.1	102.5	107.4	108.5	106.6	108.9	101.6	92.8	100.1
1981	91.5	83.2	98.7	92.7	100.2	102.7	107.5	109.9	106.6	109.0	102.1	93.1	100.1
1982	90.5	87.8	98.9	92.2	100.2	102.9	107.3	109.3	106.3	109.2	102.5	93.2	100.1
1983	89.7	87.5	99.0	91.6	100.3	103.0	109.0	109.8	106.1	109.7	102.7	93.4	100.1
1984	89.0	87.3	99.1	91.1	100.4	102.8	108.1	110.1	105.9	110.1	102.0	93.5	100.0
1985	89.7	87.2	99.2	90.7	100.5	102.6	108.1	110.2	105.8	110.3	103.0	93.5	100.0
TABLE TOTAL-		8404.1			MEAN-		100.0		STD. DEVIATION-		7.3		
D10A. SEASONAL FACTORS, ONE YEAR AHEAD													
YEAR	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC	AVGE
1986	88.6	87.1	99.2	90.6	100.7	102.6	109.1	110.3	105.7	110.4	103.1	93.4	100.0

XII

D10. FINAL		SEASONAL FACTORS										P. 5, SERIES Y2	
YEAR	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC	AVGE
1979	101.5	94.4	101.8	93.0	104.0	100.5	100.7	102.1	99.4	103.7	98.3	96.5	100.0
1980	101.3	94.3	102.0	93.0	104.1	100.3	100.7	101.4	99.2	103.5	98.4	97.0	100.0
1981	102.7	94.3	102.1	93.0	104.3	99.7	101.0	100.2	98.1	103.3	98.0	93.0	100.1
1982	102.6	93.9	102.3	97.8	104.4	99.1	100.8	99.0	97.7	104.0	98.4	99.2	100.0
1983	103.1	93.6	102.3	98.0	104.4	98.5	100.8	98.1	97.4	104.2	100.1	100.6	100.1
1984	103.3	92.9	102.2	97.9	104.2	98.2	100.9	97.7	97.1	104.2	100.3	101.7	100.0
1985	103.5	92.5	102.1	97.7	104.0	98.0	101.1	97.6	97.1	104.1	100.3	102.2	100.0
TABLE TOTAL-		8432.4			MEAN-		100.0		STD. DEVIATION-		3.0		
D10A. SEASONAL FACTORS, ONE YEAR AHEAD													
YEAR	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC	AVGE
1986	103.7	92.4	102.0	97.7	103.9	97.9	101.2	97.6	97.0	104.0	100.3	102.4	100.0

XII

D10. FINAL		SEASONAL FACTORS										P. 5, SERIES Y3	
YEAR	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC	AVGE
1979	92.6	83.6	98.1	92.9	99.8	102.5	107.5	109.4	106.7	109.7	101.4	92.6	100.0
1980	92.1	88.3	98.4	92.8	99.9	102.5	107.5	109.3	106.9	109.1	101.7	92.7	100.1
1981	91.2	83.0	98.7	92.5	99.0	102.5	107.5	109.2	106.9	109.2	102.2	92.9	100.1
1982	90.1	87.5	98.3	92.0	100.0	102.8	107.6	109.2	106.9	109.2	102.5	93.0	100.1
1983	89.2	87.3	99.1	91.4	100.0	103.0	107.9	109.3	106.6	109.5	102.9	93.1	100.1
1984	89.4	87.0	99.1	90.8	100.1	103.1	108.2	110.2	106.5	110.0	102.9	93.1	100.1
1985	89.1	86.9	99.2	90.5	100.2	102.9	108.4	110.4	106.3	110.6	103.1	93.1	100.0
TABLE TOTAL-		8404.4			MEAN-		100.1		STD. DEVIATION-		7.5		
D10A. SEASONAL FACTORS, ONE YEAR AHEAD													
YEAR	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC	AVGE
1986	87.9	86.9	99.3	90.3	100.5	102.7	108.3	110.0	106.1	110.0	103.1	93.0	100.0



Tabela 4

X11

P. 5, SERIES Y25

D10. FINAL		SEASONAL FACTORS											AVGE
YEAR	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC	
1979	90.2	91.6	107.0	96.5	102.4	103.5	104.2	105.9	102.8	103.3	102.7	90.2	100.0
1980	89.7	91.1	102.7	96.2	102.9	103.6	103.4	106.5	103.2	107.7	102.4	90.5	100.0
1981	88.8	90.3	103.9	95.6	103.6	103.8	103.4	107.0	103.9	107.2	102.4	90.9	100.1
1982	87.7	89.8	105.0	94.5	104.6	103.7	103.1	107.3	104.1	107.0	102.1	91.1	100.0
1983	86.9	89.5	106.3	93.7	105.4	103.0	103.0	106.0	104.5	107.1	101.9	91.7	100.1
1984	86.4	89.1	106.8	92.8	106.1	102.2	103.0	108.5	104.4	107.4	101.4	92.0	100.0
1985	86.4	89.9	107.1	92.3	106.5	101.7	103.0	108.7	104.5	107.5	101.0	92.3	100.0
TABLE TOTAL-		8402.7			MEAN-	100.0	STD. DEVIATION-			6.8			
D10A. SEASONAL FACTORS, ONE YEAR AHEAD													AVGE
YEAR	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC	
1986	86.4	89.8	107.3	92.1	106.8	101.4	103.0	109.9	104.6	107.5	100.9	92.5	100.0

X11

P. 5, SERIES Y26

D10. FINAL		SEASONAL FACTORS											AVGE
YEAR	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC	
1979	93.4	99.6	99.0	93.9	98.5	104.0	107.4	109.0	106.0	108.4	99.4	92.8	100.0
1980	93.1	89.4	99.0	93.9	98.6	104.0	107.4	108.3	106.1	108.4	99.7	92.9	100.0
1981	97.6	89.2	99.1	93.6	98.7	104.0	107.5	108.7	106.2	108.5	100.2	92.9	100.1
1982	91.9	88.7	99.0	93.3	98.8	103.9	107.6	109.1	106.1	108.7	100.6	93.0	100.0
1983	91.3	89.5	99.0	93.0	99.0	103.8	107.7	109.5	106.1	108.9	101.0	93.2	100.1
1984	90.8	88.1	98.9	92.7	99.1	103.5	107.7	109.8	106.0	109.2	101.2	93.3	100.0
1985	90.5	88.0	98.8	92.6	99.3	103.4	107.6	109.9	105.9	109.3	101.3	93.3	100.0
TABLE TOTAL-		8403.6			MEAN-	100.0	STD. DEVIATION-			6.8			
D10A. SEASONAL FACTORS, ONE YEAR AHEAD													AVGE
YEAR	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC	
1986	90.4	88.0	98.8	92.5	99.4	103.3	107.5	110.0	105.8	109.3	101.4	93.3	100.0

X11

P. 5, SERIES Y27

D10. FINAL		SEASONAL FACTORS											AVGE
YEAR	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC	
1979	94.4	89.1	99.8	93.7	101.7	99.1	103.7	106.3	105.4	109.0	103.6	94.5	100.0
1980	93.9	88.8	100.2	93.6	101.8	99.2	103.7	106.7	105.4	108.7	103.8	94.8	100.1
1981	93.0	88.3	100.8	93.2	102.0	99.5	104.1	107.3	105.1	108.7	104.2	95.2	100.1
1982	91.9	87.7	101.0	92.3	102.1	99.9	104.6	107.9	104.7	109.0	104.5	95.0	100.1
1983	90.9	87.4	101.3	91.6	102.2	100.3	105.1	108.5	104.2	109.6	104.9	95.0	100.1
1984	90.2	87.1	101.2	90.9	102.3	100.4	105.4	109.0	103.9	110.2	105.1	94.6	100.0
1985	90.0	87.0	101.2	90.6	102.6	100.3	105.3	109.2	103.7	110.4	105.2	94.4	100.0
TABLE TOTAL-		8404.1			MEAN-	100.0	STD. DEVIATION-			6.6			
D10A. SEASONAL FACTORS, ONE YEAR AHEAD													AVGE
YEAR	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC	
1986	89.8	86.9	101.2	90.4	102.8	100.3	105.3	109.3	103.5	110.6	105.2	94.3	100.0

Tabela 5

X11

D11. FINAL YEAR	SEASONALLY ADJUSTED SERIES												TOT
	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC	
1979	107.	100.	101.	102.	104.	101.	99.	103.	97.	105.	104.	106.	1274.
1980	110.	117.	111.	110.	112.	111.	111.	109.	113.	113.	112.	112.	1231.
1981	111.	114.	103.	103.	99.	100.	99.	95.	95.	95.	95.	95.	1203.
1982	95.	97.	107.	103.	101.	102.	102.	102.	102.	97.	97.	96.	1181.
1983	97.	92.	96.	94.	95.	93.	90.	95.	95.	94.	97.	97.	1131.
1984	97.	104.	94.	94.	102.	102.	100.	102.	100.	105.	104.	104.	1211.
1985	112.	105.	104.	102.	104.	103.	110.	110.	112.	118.	115.	116.	1212.
AVGE	103.	103.	102.	102.	102.	102.	101.	102.	102.	104.	103.	104.	
TABLE TOTAL-			8612.		MEAN-				STD. DEVIATION-				7.

P. 6, SERIES Y1

X11

D11. FINAL YEAR	SEASONALLY ADJUSTED SERIES												TOT
	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC	
1979	83.	67.	85.	87.	89.	95.	95.	99.	96.	97.	97.	100.	1090.
1980	92.	102.	101.	104.	103.	104.	108.	100.	102.	103.	102.	95.	1231.
1981	93.	105.	101.	99.	101.	97.	96.	98.	100.	103.	103.	107.	1200.
1982	107.	107.	106.	108.	107.	107.	112.	105.	97.	109.	115.	111.	1295.
1983	115.	112.	115.	117.	119.	127.	127.	123.	130.	125.	136.	147.	1491.
1984	143.	162.	149.	154.	156.	155.	158.	165.	166.	159.	171.	171.	1924.
1985	165.	164.	171.	176.	176.	180.	192.	197.	185.	186.	187.	189.	2143.
AVGE	114.	117.	119.	120.	121.	123.	125.	127.	126.	127.	130.	130.	
TABLE TOTAL-			10260.		MEAN-				STD. DEVIATION-				32.

P. 6, SERIES Y2

X11

D11. FINAL YEAR	SEASONALLY ADJUSTED SERIES												TOT
	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC	
1979	103.	101.	101.	103.	104.	101.	98.	103.	97.	106.	105.	106.	1227.
1980	110.	117.	112.	110.	112.	111.	111.	108.	113.	113.	113.	112.	1339.
1981	111.	115.	103.	103.	99.	100.	99.	95.	94.	95.	95.	95.	1203.
1982	95.	97.	102.	103.	100.	103.	101.	102.	102.	97.	97.	96.	1192.
1983	97.	91.	95.	93.	94.	93.	89.	95.	94.	93.	96.	96.	1121.
1984	96.	102.	92.	97.	100.	100.	99.	100.	98.	103.	107.	101.	1189.
1985	111.	104.	102.	100.	102.	103.	107.	100.	110.	116.	112.	114.	1288.
AVGE	103.	103.	101.	101.	102.	102.	101.	101.	101.	103.	103.	102.	
TABLE TOTAL-			8559.		MEAN-				STD. DEVIATION-				7.

P. 6, SERIES Y3

INPES, 92/86

23

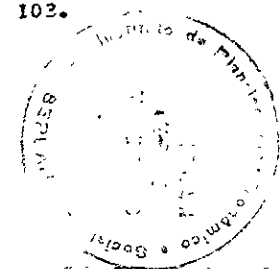


Tabela 6

INPRES, 92/86

X11

P. 6, SERIES Y25

D11. FINAL YEAR	SEASONALLY ADJUSTED SERIES												TOT
	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC	
1979	116.	113.	107.	114.	113.	110.	113.	120.	110.	119.	116.	122.	1372.
1980	124.	123.	124.	105.	121.	122.	129.	122.	135.	123.	127.	129.	1400.
1981	120.	127.	110.	108.	103.	104.	107.	87.	82.	87.	88.	81.	1204.
1982	93.	84.	91.	92.	86.	86.	87.	90.	87.	79.	78.	77.	1020.
1983	63.	67.	69.	67.	72.	71.	67.	69.	70.	67.	69.	73.	823.
1984	74.	81.	63.	79.	79.	78.	78.	81.	73.	83.	83.	85.	46.
1985	94.	84.	82.	79.	75.	82.	97.	89.	94.	98.	96.	96.	1061.
AVGE	96.	97.	93.	92.	93.	93.	96.	94.	94.	95.	94.	94.	
TABLE TOTAL-			7915.			MEAN-	94.	STD. DEVIATION-		20.			

X11

P. 6, SERIES Y26

D11. FINAL YEAR	SEASONALLY ADJUSTED SERIES												TOT
	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC	
1979	102.	92.	107.	103.	106.	103.	107.	104.	100.	106.	105.	108.	1237.
1980	109.	112.	112.	113.	115.	113.	113.	111.	114.	112.	113.	112.	1349.
1981	112.	112.	104.	102.	98.	93.	97.	95.	95.	94.	95.	97.	1202.
1982	97.	99.	102.	104.	104.	107.	107.	106.	105.	100.	100.	97.	1227.
1983	91.	94.	97.	97.	98.	97.	97.	101.	101.	103.	105.	105.	1191.
1984	105.	111.	104.	107.	110.	111.	110.	109.	109.	113.	113.	112.	1315.
1985	119.	114.	113.	110.	115.	114.	117.	118.	119.	125.	121.	126.	1410.
AVGE	108.	108.	105.	105.	107.	105.	105.	105.	105.	100.	107.	100.	
TABLE TOTAL-			8932.			MEAN-	106.	STD. DEVIATION-		7.			

X11

P. 6, SERIES Y27

D11. FINAL YEAR	SEASONALLY ADJUSTED SERIES												TOT
	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC	
1979	99.	97.	96.	97.	99.	96.	92.	92.	89.	90.	100.	90.	1182.
1980	105.	106.	103.	104.	104.	102.	103.	100.	105.	107.	104.	105.	1248.
1981	104.	111.	96.	100.	98.	101.	102.	98.	99.	97.	101.	97.	1201.
1982	97.	100.	105.	107.	102.	105.	103.	103.	103.	102.	103.	106.	1238.
1983	101.	100.	104.	102.	103.	100.	93.	100.	98.	93.	96.	97.	1189.
1984	96.	104.	90.	95.	101.	101.	100.	101.	98.	104.	102.	90.	1190.
1985	108.	102.	98.	100.	100.	103.	113.	109.	113.	120.	115.	114.	1290.
AVGE	102.	103.	99.	101.	101.	101.	101.	101.	101.	105.	102.	103.	
TABLE TOTAL-			8522.			MEAN-	101.	STD. DEVIATION-		5.			

tão assinalados com um sinal +). Observa-se na tabela que, para as séries  $Y_1$ ,  $Y_3$  e  $Y_{27}$  existem dois modelos. Esses modelos alternativos têm bom desempenho estatístico (na verdade o teste Q é melhor do que para o modelo selecionado), exceto pelo fato de possuírem um parâmetro não-significativo (um parâmetro auto-regressivo de ordem 3); os resultados preditivos são satisfatórios e os modelos indicados por um +, para essas séries, são apenas mais parcimoniosos.

Como vimos, as previsões encontram-se na Tabela 3 (pag.8).

Todas as séries de produção foram previamente logaritmadas. Vide no Apêndice 5.3.1 a codificação SAS/ETS.

Série de Preço - Encontram-se na Tabela 4.2 os melhores modelos identificados para as séries de preço (estão assinalados com um sinal +). As séries foram analisadas sob a forma de taxas e observou-se que transformações nos dados trouxeram pouco ou nenhum aprimoramento dos modelos. Desse modo, as séries em taxas não sofreram transformações.

Cabe observar que, para a série TP6 - aparentemente não sazonal, o modelo selecionado foi um ARIMA sazonal e que, para a série TP24 - como uma sazonalidade pouco acentuada -, o modelo selecionado foi um ARIMA não-sazonal. Também, a função de previsão para alguns modelos prevê previsões quase constantes para horizontes maiores que quatro períodos.

As tabelas com as previsões obtidas com esses modelos não foram apresentadas, exceto para o IPCA (vide Tabela 4.4), tendo em vista que perderam o sentido com as recentes mudanças na economia.

MÉTODO BOX - JENKINS COMPARAÇÃO DOS MODELOS TESTADOS

SÉRIE: Produção =

M	MODELO (p,d,q)(P,D,Q)s	VARIÂNCIAS		PARÂMETRO/DESVIO PADRÃO								TESTES				OBS			
		$V_{wt}^2$	$V_{Resíduos}^2$	$\phi_1$	$\phi_2$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\Delta_1$	$\Delta_2$	GL	Q		BIC	$\theta_0$			
Y <sub>1</sub>	1 (0,1,1)(0,1,1)12	0,0024	0,0014			0,299				0,842		4	6,80	ok	0,147	$\lambda = 0$	0		+
	2 (3,1,1)(0,1,1)12		0,00138	0,189*		0,326				0,842		21	27,7	ok	0,148	$\lambda = 0$	0	com $\phi_3$	
Y <sub>2</sub>	3 (1,1,0)(1,0,0)12	0,010	0,003	-0,57					0,391			22	15,7	ok	0,831	$\lambda = 0$	0		+
	4																		
Y <sub>3</sub>	5 (0,1,1)(0,1,1)12		0,001			0,296				0,839		4	6,15	ok	0,188	$\lambda = 0$	0		+
	6 (3,1,1)(0,1,1)12		0,0014	0,184*		0,319				0,839		21	28,3	ok	0,132	$\lambda = 0$	0	com $\phi_3$	
Y <sub>25</sub>	7 (0,1,1)(0,1,1)12		0,006			0,298				0,853		22	32,58	ok	0,068	$\lambda = 0$	0		+
	8																		
Y <sub>26</sub>	9 (0,1,2)(0,1,1)12		0,0008	-	-	-	-0,34			0,837		22	26,92	ok	0,214	$\lambda = 0$	0	com $\phi_2$	+
	10																		
Y <sub>27</sub>	11 (0,1,1)(0,1,1)12		0,002			0,483				0,828		4	6,41	ok	0,170	$\lambda = 0$	0		+
	12 (3,1,1)(0,1,1)12		0,0020	0,211*		0,493				0,832		9	16,50	ok	0,057	$\lambda = 0$	0	com $\phi_3$	

A) (\*) Parâmetro não significante ( $\alpha=5\%$ )  
 B)  $w_t = \nabla^d \nabla_s^D z_t$  C)  $\theta, \Delta$  Parâmetro MA Simples e Sazonal  
 D)  $\phi, \Gamma$  Parâmetros AR Simples e Sazonal

SÉRIE: Tipo - INÍCIO: FIM:  
 $\theta_0$  - Termo constante  
 (+) - Modelo escolhido

TABELA: 4.1

26

MÉTODO BOX - JENKINS COMPARAÇÃO DOS MODELOS TESTADOS

SÉRIE: PREÇOS N=

M	MODELO (p,d,q)(P,D,Q)s	VARIÂNCIAS		PARÂMETRO/DESVIO PADRÃO								TESTES				OBS		
		$\bar{V}_{w_t}^2$	$\bar{V}_{Resíduos}^2$	$\phi_1$	$\phi_2$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\Delta_1$	$\Delta_2$	GL	Q	F	BIC	$\theta_0$		
TIPCA	1 (0,1,1)(0,1,1)12	7,44	3,09			0,82						23	26,3	OK	0,239	$\lambda=1$	0	+
	2																	
TP2	3 (2,1,1)		3,47	-	-0,26	0,516						22	22,39	OK	0,437	$\lambda=1$	0	com $\phi_2$ +
	4																	
TP4	5 (2,1,1)		5,39	-	-0,23	0,561						22	23,02	OK	0,401	$\lambda=1$	0	Com $\phi_2$ +
	6																	
TP6	7 (0,1,1)(0,1,1)12		2,72			0,711						22	22,76	OK	0,416	$\lambda=1$	0	+
	8																	
TP24	9 (2,1,1)			-	-0,31	0,66						22	30,92	OK	0,098	$\lambda=1$	0	Com $\phi_2$ +
	10																	
	11																	
TP33	12 (2,1,1)		5,03		-0,03*	0,68						22	29,76	OK	0,125	$\lambda=1$	0	Com $\phi_2$ +

A) (\*) Parâmetro não significativo ( $\alpha=5\%$ )

B)  $w_t = \nabla^d \nabla_s^D z_t$

C)  $\theta, \Delta$  Parâmetro MA Simples e Sazonal

D)  $\phi, \Gamma$  Parâmetros AR Simples e Sazonal

SÉRIE: Tipo -

INÍCIO:

FIM:

$\theta_0$  - Termo constante

(+) - Modelo escolhido

TABELA:4.2

Vide no Apêndice 5.3.1 a codificação SAS/ETS para os modelos selecionados.

#### 4.2 - Modelos Bayesianos

A metodologia Bayesiana descrita na seção 3.2 foi aplicada às séries de produção e preço.

O modelo estrutural univariado com tendência linear e sazonalidade aditiva em forma livre foi utilizado para todas as séries em estudo; para a série do IPCA verificou-se que o modelo com sazonalidade multiplicativa apresentou melhor capacidade preditiva. A análise preliminar da série Y2 indicou uma sazonalidade quase inexistente e uma tendência de crescimento acentuada, por isto optou-se por um modelo de crescimento linear com estrutura autorregressiva de 1.<sup>a</sup> ordem. Esses modelos encontram-se descritos na seção 3.2.

Formas alternativas de modelagem da sazonalidade, por exemplo através de harmônicos, foram testadas, não apresentando, entretanto, resultados tão bons quanto os dos modelos previamente descritos.

Os resultados obtidos com os modelos selecionados encontram-se na Tabela 4.3 para as séries de produção e preços.

Na Tabela 3 (pag.8) encontram-se as previsões para as séries de produção, obtidas com esses modelos (coluna Bayesiana) para o ano de 1986. Como mencionado anteriormente (seção 4.1), as previsões referentes às séries de preço não foram apresentadas.

## MODELO ESTRUTURAL – Abordagem Bayesiana

Série	Modelo				Transf ( $\lambda$ )	Lei Var (b)	Fator de Desconto			Parâmetros em $t = N$				Variância		MAD	Obs.
	Tend	Saz A	Saz M	AR I			Nível	Tend	Saz	Nível - $\mu$	Tend - $\beta$	Saz - $\rho$	AR I - $\phi$	Série	Resíduo		
Y <sub>1</sub>	L	F	-	-	1	0	.90	.95	.98	114.6	.834	-8,430	-	581,2	3,90	3.23	
Y <sub>2</sub>	L	-	-	1	1	0	.90	.95		323.0	2.02	-	.41	6672,0	.054	5.40	
Y <sub>3</sub>	L	F	-	-	1	0	.90	.95	.98	112.3	.801	-8,810	-	569,2	4.08	3.32	
Y <sub>25</sub>	L'	F	-	-	1	0	.90	.95	.98	94.2	.965	-7,60	-	979,0	10.10	6.57	
Y <sub>26</sub>	L	F	-	-	1	0	.85	.98	.98	122.3	.756	-7,38	-	738,7	2.20	2.82	
Y <sub>27</sub>	L	F	-	-	1	0	.85	.98	.98	113.8	.763	-8,19	-	505,4	6.85	4.17	
Y <sub>2</sub>	L	F			0	0	.90	.95	.98	5.255	.0115	.032	-	3,09	.0006	5.91	
TP2	L	F	-	-	0	0	.85	.90	.98	-2.042	.032	.986	-	7.905	-.0110	.022	
TP4	L	F	-	-	0	0	.90	.90	.98	-2.075	.032	.0249	-	9.391	.0169	.029	
TP6	L	F	-	-	0	0	.90	.90	.98	-2.068	.025	.1356	-	6.823	.0075	.0179	
TPP2	L	F	-	-	0	0	.90	.90	.98	-2.186	.11	.3192	-	5.941	.0146	.0189	

Tend: Tendência - L - linear

Saz A: Sazonalidade aditiva - F - fatores

Saz A: Sazonalidade aditiva - H - harmônicas

Saz M: Sazonalidade multiplicativa - F - fatores

Saz M: Sazonalidade multiplicativa - H - harmônicas

Transformação Box-Cox -  $\lambda$  -

Lei Variância -  $v_t = a \mu_t$ ,  $\mu_t$  - Nível corrente

MAD - Desvio Médio Absoluto

AR I - Modelo Auto-regressivo de 1ª ordem.

Tabela: 4.3



Finalmente, no Apêndice 5.4, vários exemplos de codificação SANDA são apresentados para diversos modelos Bayesianos.

Tabela 4.4: Previsão para o IPCA - 1986

Mês	Bayesiano	Box-Jenkins	Holt Winters
Jan	14,5	14,29	15,46
Fev	11,5	11,09	11,14
Mar	13,0	12,66	12,51
Abr	11,5	11,13	10,85
Mai	11,5	10,92	11,50
Jun	11,6	10,82	9,94
Jul	15,7	13,12	12,56
Ago	12,4	12,03	10,27
Set	14,5	12,93	11,74
Out	12,5	12,33	11,63
Nov	12,0	12,12	10,95
Dez	12,5	12,83	11,57
No Ano	319%	297%	276%

## 5 - APÊNDICE

5.1 - Gráficos das séries

5.2 - O Modelo  $(0,1,1)(0,1,1)_{12}$

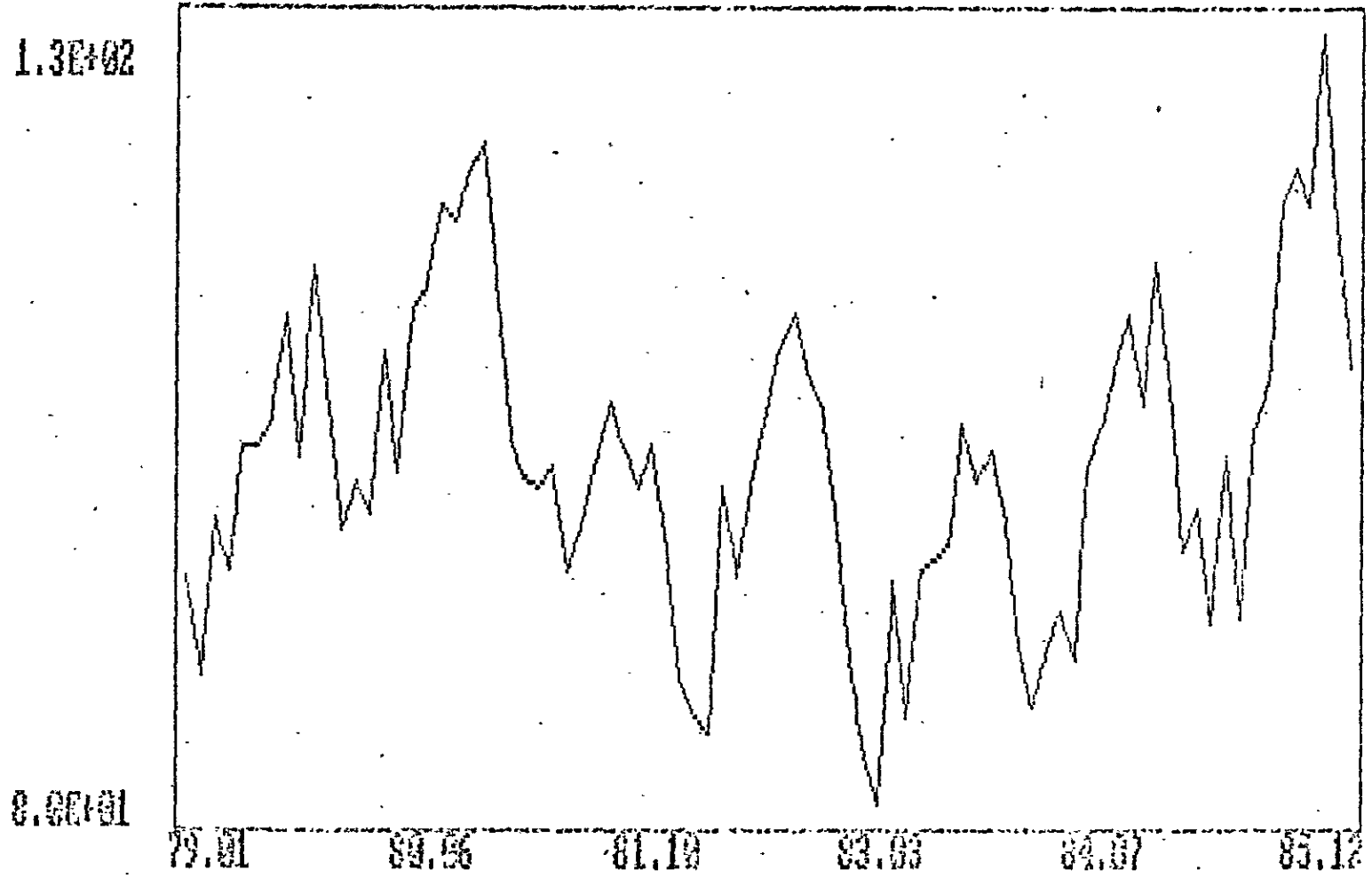
5.3 - Codificações SAS/ETS

5.3.1 - ARIMA

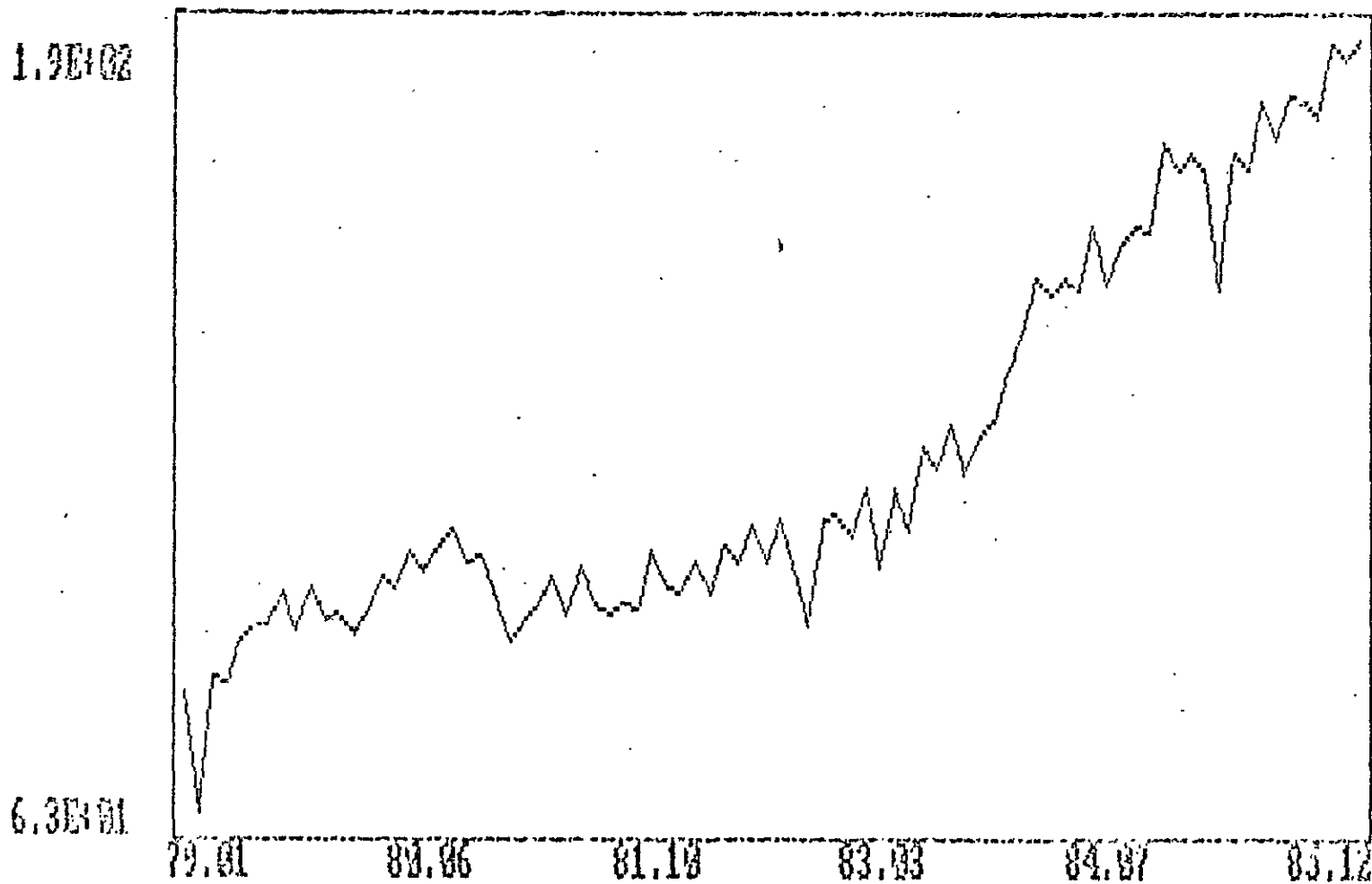
5.3.2 - X11

5.4 - Alguns Modelos Bayesianos: Codificação SANDA/Exemplos

- PRODUÇÃO INDUSTRIAL GERAL



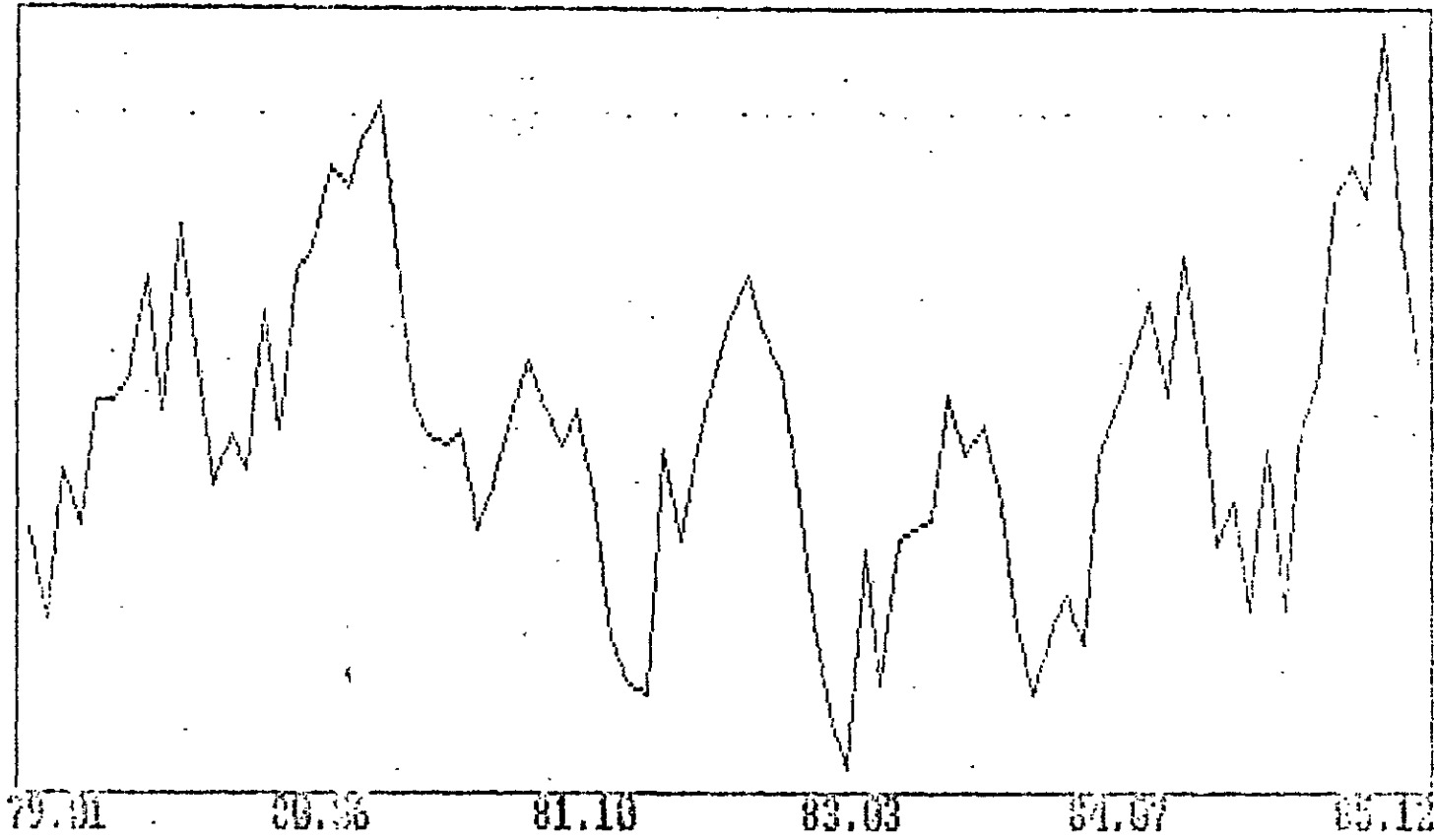
- EXTRATIVA MINERAL



- INDÚSTRIA DE TRANSFORMAÇÃO

1.3E+02

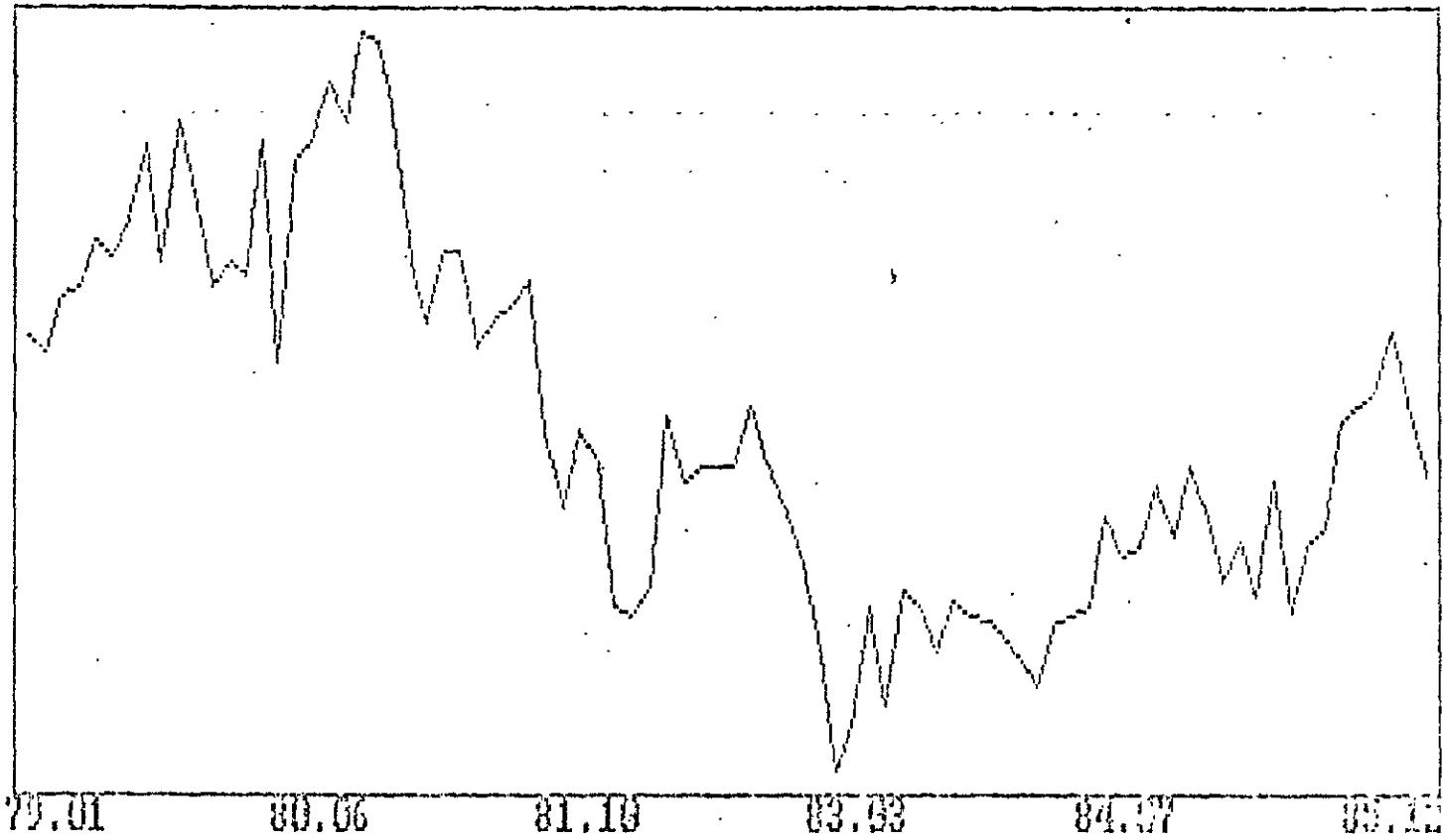
8.0E+01



- BENS DE CAPITAL

1.0E+62

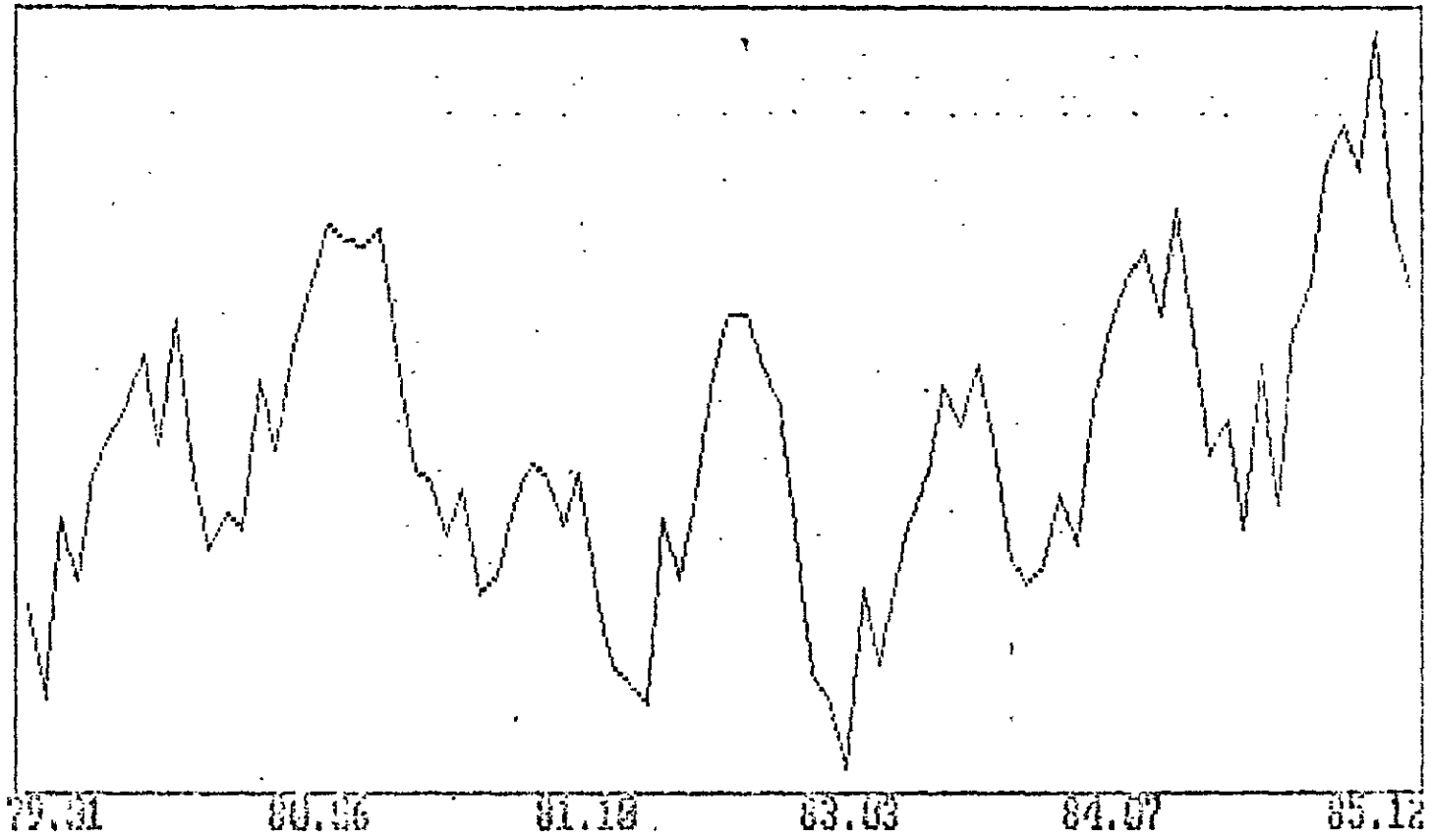
5.5E+61



- BENS INTERMEDIÁRIOS

1.4E+02

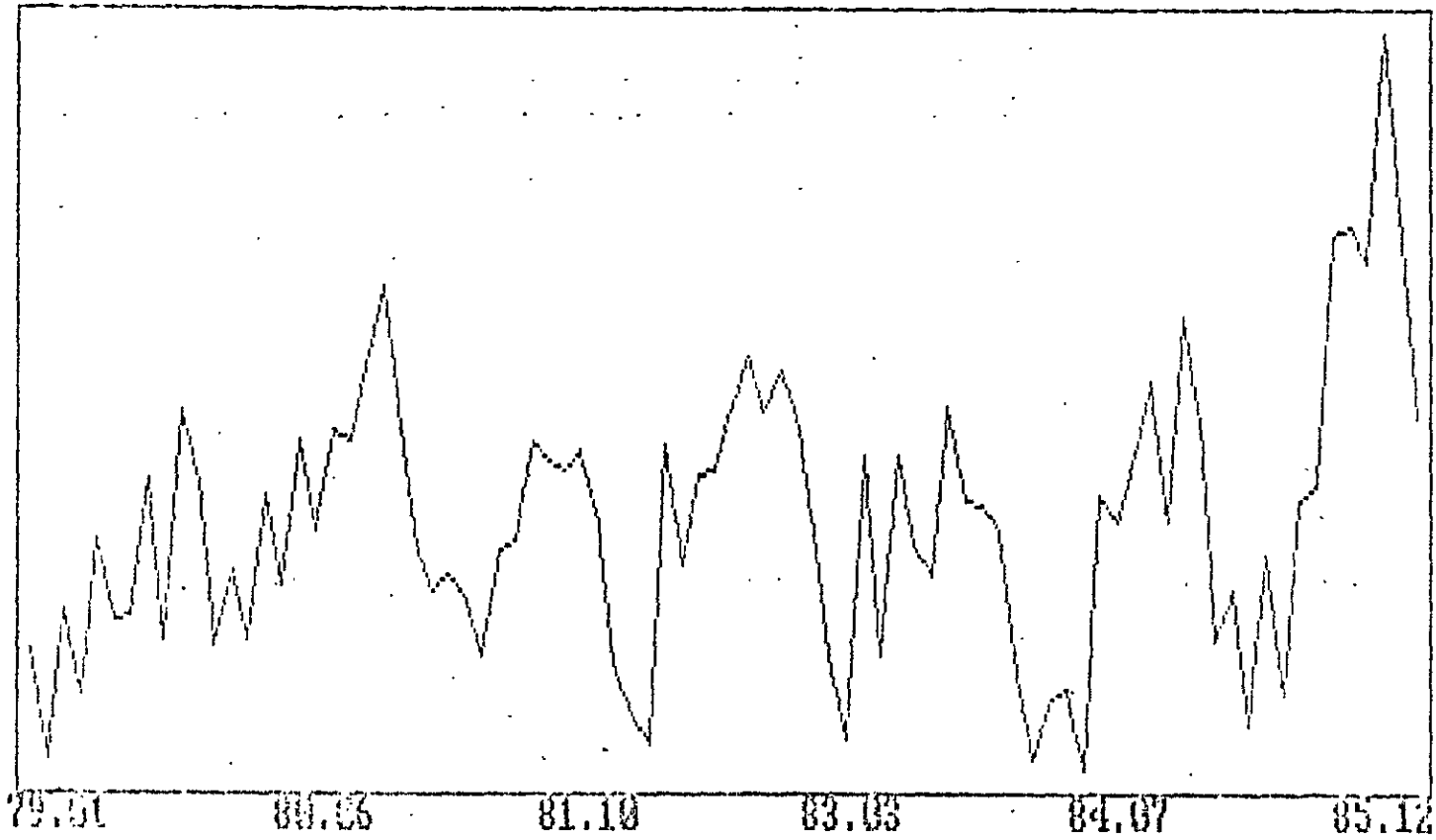
8.3E+01



- BENS DE CONSUMO

1.3E+02

8.5E+01



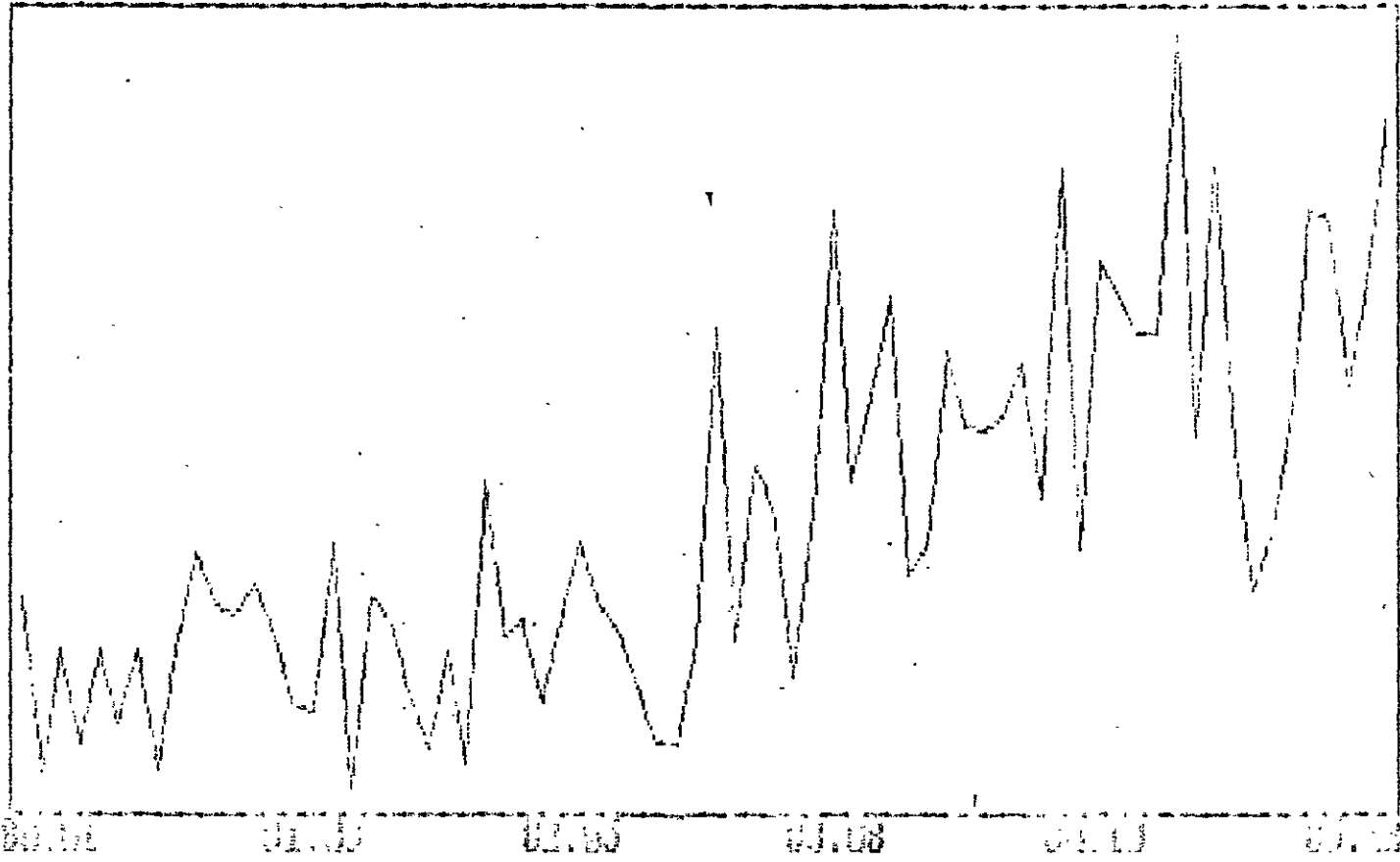


INPES, 92/86

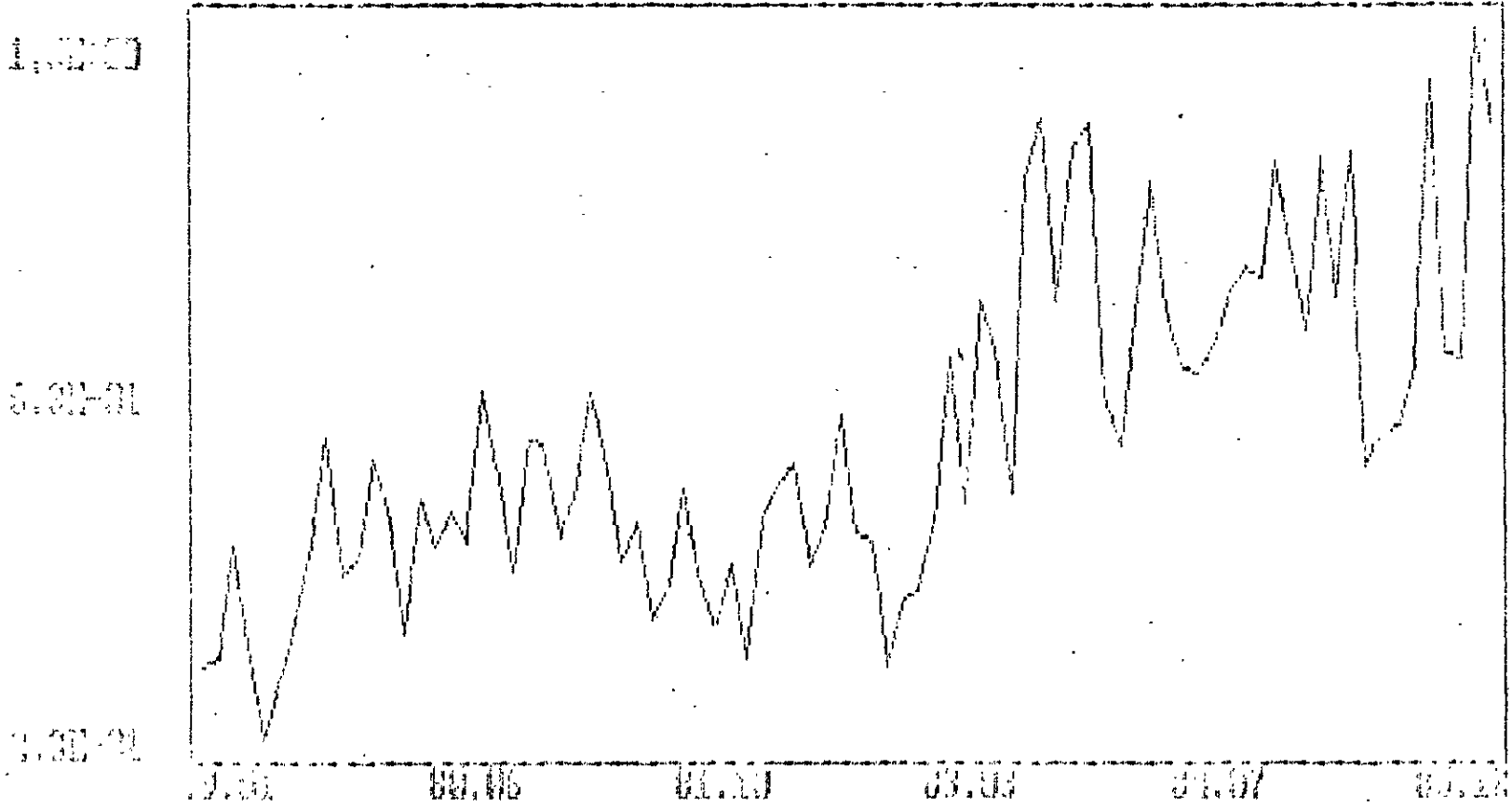
100

50

0

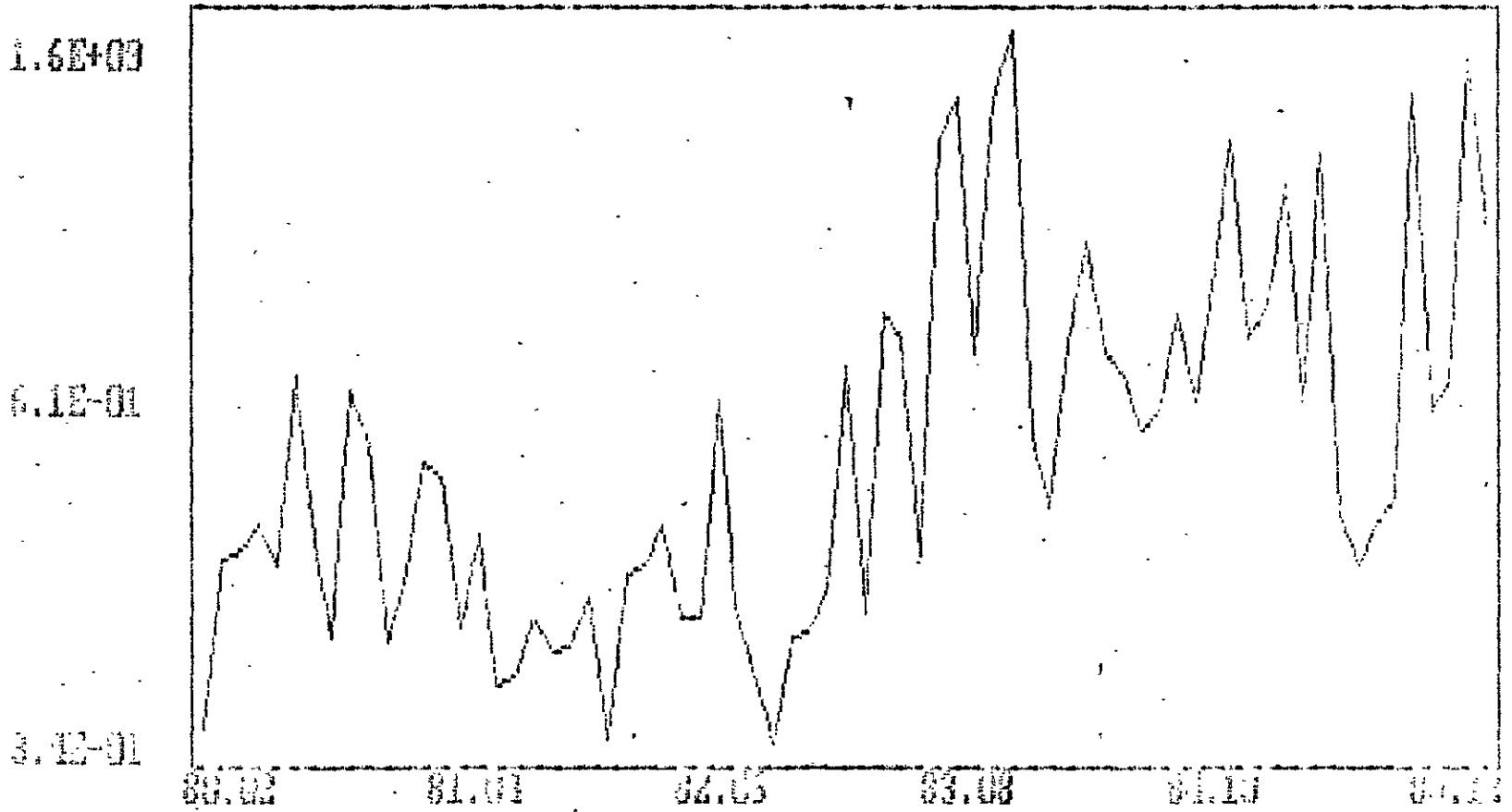


- IGP-DI (TAXA) - TP2

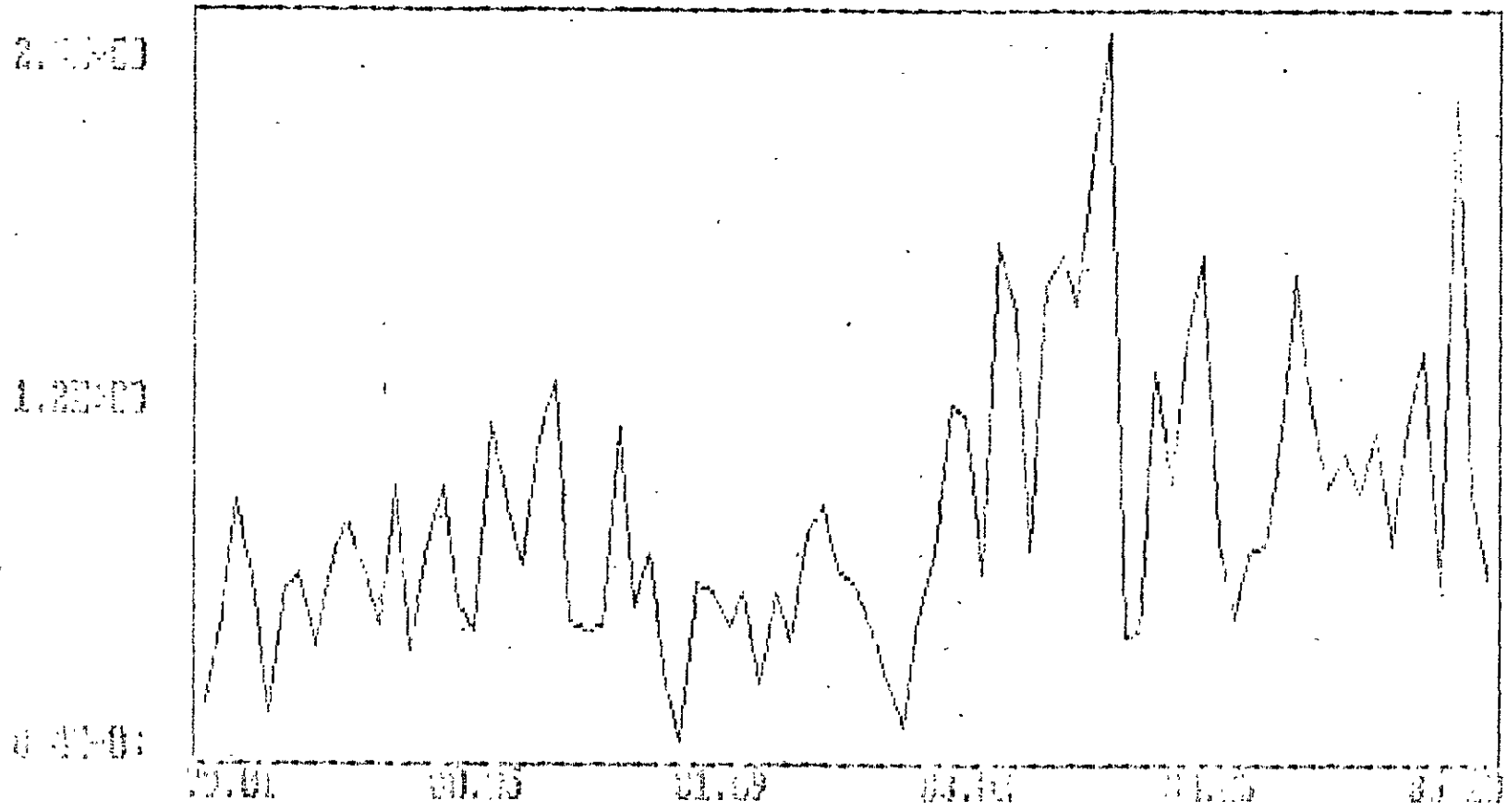


- IPA (TAXA) - TP4

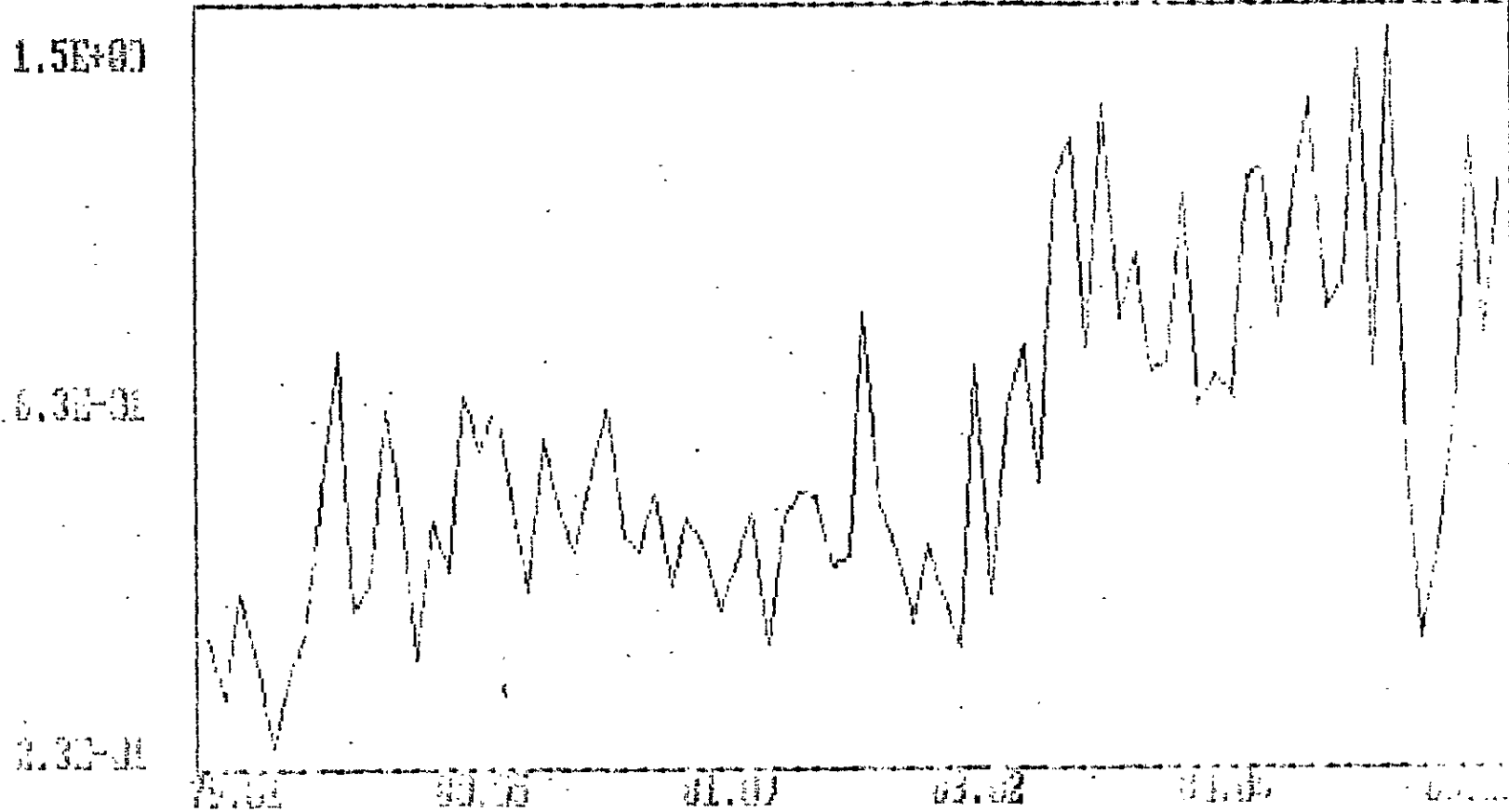
INPES, 92/86



- IPA - AGRÍCOLA (TAXA) TP27 -



INPES, 92/86



5.2 - O modelo  $(0,1,1) (0,1,1)_{12}$ 

O modelo ARIMA MULTIPLICATIVO  $(0,1,1) (0,1,1)_{12}$ , originariamente sugerido por Box-Jenkins para representar a série International Airline Passengers - 144 observações mensais (Box-Jenkins, 1976), é o modelo mais freqüentemente identificado para representar séries sazonais. Apresentamos a seguir suas características fundamentais.

Modelo:  $(0,1,1) (0,1,1)_{12}$

Notação Explícita:  $(1-L)(1-L^{12}) Y_t = (1-\theta L)(1-\Delta L^{12}) a_t$

ou,  $Y_t = Y_{t-1} + Y_{t-12} - Y_{t-13} + a_t - \theta a_{t-1} - \Delta a_{t-12} +$

$+ \theta \Delta a_{t-13}$

Função de Previsão:  $h =$  horizonte de previsão  $h=1,2,\dots$

$Y_n(h) = Y_{n+h} = Y_{n+h-1} + Y_{n+h-12} - Y_{n+h-13} + a_{n+h} -$

$- \theta a_{n+h-1} - \Delta a_{n+h-12} + \theta \Delta a_{n+h-13}$

$Y_n(1) = Y_n + Y_{n-11} - Y_{n-12} - \theta a_n - \Delta a_{n-11} + \theta \Delta a_{n-12}$

$Y_n(2) = Y_n(1) + Y_{n-10} - Y_{n-11} - \Delta a_{n-10} + \theta \Delta a_{n-11}$

⋮  
⋮  
⋮

$Y_n(12) = Y_n(11) + Y_n - Y_{n-1} - \Delta a_n + \theta \Delta a_{n-1}$

$$Y_n(h) = Y_n(h-1) + Y_n(h-12) - Y_n(h-13) \quad h > 13.$$

Região de Inversibilidade para o Modelo: condição: as raízes de  $(1 - \theta L)(1 - \Delta L^{12}) = 0$  caem fora do círculo unitário:

$$-1 < \theta < 1 \quad \text{e} \quad -1 < \Delta < 1.$$

Função de Autocovariância e Autocorrelação:

$\gamma_k$  = Autocovariância de defasagem  $k$ ,  $k=0,1,2, \dots$

$\gamma_0$  = Variância do processo

$e_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$  Autocorrelação de defasagem  $k$ ,  $k=0,1,2, \dots$

$\sigma_a^2$  = Variância dos resíduos do modelo

Lag	AUTOCOVARIÂNCIA	AUTOCORRELAÇÃO
0	$\gamma_0 = (1+\theta^2)(1+\Delta^2)\sigma_a^2$	$e_0 = 1$
1	$\gamma_1 = -\theta(1+\Delta^2)\sigma_a^2$	$e_1 = \frac{\theta}{1+\theta^2}$
11	$\gamma_{11} = \theta\Delta\sigma_a^2$	$e_{11} = \frac{\theta\Delta}{(1+\theta^2)(1+\Delta^2)}$
12	$\gamma_{12} = -\Delta(1+\theta^2)\sigma_a^2$	$e_{12} = -\frac{\Delta}{1+\Delta^2}$
13	$\gamma_{13} = \theta\Delta\sigma_a^2$	$e_{13} = \frac{\theta\Delta}{(1+\theta^2)(1+\Delta^2)} = e_{11}$
	$\gamma_k = 0$ outros $k$	$e_k = 0$ outros $k$

### 5.3 - Codificação SAS/ETS

#### 5.3.1 - ARIMA

A seguir apresentamos um roteiro para utilização dos melhores modelos identificados para cada série, via rotina ARIMA do SAS/ETS.

O usuário deverá primeiramente especificar se a série original  $Y_t$ ,  $t = 1, 2, \dots, n$ , necessita ser transformada. A seguir procederá ao ciclo iterativo.

#### Séries de Produção

Para as séries  $Y_1$ ,  $Y_3$ ,  $Y_{25}$  e  $Y_{27}$ , o modelo identificado foi o  $(0,1,1) (0,1,1)_{12}$  - vide Apêndice 5.2. O modelo não possui termo constante e a série é previamente logaritmada. A codificação fica:

```
XY = log (Y)
IDENTIFY VAR = XY (1,12);
ESTIMATE Q = (1) (12) GRID NOCONSTANT
      Backlim = 20 MAXIT = 60;
FORECAST LEAD = 12   BACK = 0   Interval = Month.
```

O programa estima o modelo proposto e toma previsões 12 períodos-à-frente, a partir da última observação da série.

Para a Série  $Y_2$  o modelo identificado foi o  $(1,1,0) (1,0,0)_{12}$ . A série é previamente logaritmada. Nota-se que o modelo tem apenas não estacionaridade simples ( $d=1$ ) e possui parâmetros AR



simples e sazonal. A codificação fica:

```
XY = log (Y)
IDENTIFY VAR = XY (1);
ESTIMATE P = (1) (12) GRID NOCONSTANT
      Backlim = 20 MAXIT = 60;
FORECAST LEAD = 12 BACK = 0 Interval = Month.
```

Para a Série  $Y_{26}$  o modelo identificado foi o  $(0,1,2)$   $(0,1,1)_{12}$ , apenas com o parâmetro média-móvel de ordem 2 ( $\theta_2$ ) significativo. A série é previamente logaritmada. A codificação fica:

```
XY = log (Y);
IDENTIFY VAR = XY (1,12);
ESTIMATE Q = (2) (12) GRID NOCONSTANT
      Backlim = 20 MAXIT = 60;
FORECAST LEAD = 12 BACK = 0 Interval = Month.
```

### Comentários

1) sugere-se que o modelo seja reidentificado a cada seis meses, e reestimado à medida que novas observações sejam incorporadas à série;

2) para o modelo alternativo, apresentado na Tabela 3.1, para as Séries  $Y_1$ ,  $Y_3$  e  $Y_{27}$ , a codificação fica:

```
Modelo: (3,1,1) (0,1,1)_{12} com  $\theta_3 \neq 0$  e  $\theta_1 = \theta_2 = 0$ .
XY = log (Y);
IDENTIFY VAR = XY(1,12);
ESTIMATE P = (3) Q = (1) (12) GRID NOCONSTANT
      Backlim = 20 MAXIT = 60;
FORECAST LEAD = 12 BACK = 0 Interval = Month.
```

Séries de Preço

As Séries de Preço foram analisadas sob a forma de taxas. Em todos os modelos o termo constante é aproximadamente zero e nenhuma transformação nos dados é exigida.

Para as Séries TIPCA e TP6, o modelo identificado foi o  $(0,1,1)(0,1,1)_{12}$ . A codificação fica:

```
IDENTIFY VAR = TP(1,12) ;
ESTIMATE Q = (1)(12) GRID NOCONSTANT
          Backlim = 20 MAXIT = 60;
FORECAST LEAD = 12 BACK = 0 Interval = Month.
```

Para as Séries TP<sub>2</sub>, TP<sub>4</sub>, TP<sub>24</sub> e TP<sub>33</sub>, o modelo identificado foi  $(2,1,1)$  com  $\theta_1 = 0$   $\theta_2 \neq 0$ . A codificação fica:

```
IDENTIFY VAR = TP(1);
ESTIMATE P = (2) Q = (1) GRID NOCONSTANT
          Backlim = 20 MAXIT = 60;
FORECAST LEAD = 12 BACK = 0 Interval = Month.
```

## 5.3.2 - X11

Apresenta-se neste anexo um roteiro prático com a finalidade de facilitar o entendimento dos quadros que compõem a saída do modelo multiplicativo do método de decomposição X11.

O programa X11 no SAS/ETS apresenta o seguinte formato de saída: o primeiro quadro (B1) mostra a série original ou de entrada. Aplicando-se à série original (B1) uma média móvel centrada ( $n=12$  numa primeira tentativa de eliminar sazonalidade e irregularidade), obtém-se a série de tendência e ciclo apresentada no quadro (B2). Dividindo-se a Série Original (B1) por essas estimativas de tendência e ciclo, os primeiros quocientes de sazonalidade-irregularidade são apresentados no quadro (B3). Os valores extremos de sazonalidade-irregularidade (B4) são identificados e substituídos, gerando-se os primeiros fatores sazonais (B5). O quadro (B6) é a primeira estimativa da série sazonalmente ajustada. Esta série sazonalmente ajustada não é a única a ser calculada na fase B. O quadro (B7) apresenta nova estimativa de tendência e ciclo que são obtidas a partir do quadro (B6) pelo mesmo procedimento já descrito. O quociente resultante da série original (B1) e das novas estimativas de TC representam outra estimativa da sazonalidade-irregularidade (B8). Repetindo-se o processo de troca de valores extremos (B9), novos fatores sazonais (B10) são calculados, os quais dividirão a série original (B1), obtendo-se a 2ª série sazonalmente ajustada (B11).

É interessante observar, que o programa até este ponto fez duas estimativas de tendência e ciclo, a primeira partindo da própria série original (onde estão presentes quatro componentes, T, C,

S,I) e a segunda partindo da 1.<sup>a</sup> série sazonalmente ajustada (B6) que representa a primeira estimativa da série dessazonalizada. A aplicação da média móvel ( $n=13$ ) visa, portanto, eliminar apenas um único componente (irregular), o que proporciona uma estimativa mais depurada da curva de tendência e ciclo.

A divisão da série sazonalmente ajustada (B11) pela curva de tendência e ciclo (B7) gera a primeira estimativa dos componentes irregulares (B13). A partir do cálculo do desvio-padrão das estimativas dos componentes irregulares é possível classificar a irregularidade (B17) segundo a regra: atribui-se peso 1 (100 no quadro B17) aos que tiverem irregularidade entre zero e 1,5 desvios-padrão e um peso proporcional aos que tiverem irregularidade entre 1,5 e 2,5 desvios-padrão, e peso zero aos que tiverem irregularidade superior a 2,5 desvios-padrão. Novos valores são estimados e substituem na série original aqueles cuja irregularidade é superior a 1,5 desvios-padrão (ou cujo peso é inferior a 100 no quadro B17), resultando numa série original modificada (C1).

A série modificada (C1) inicia um novo ciclo cujos procedimentos são idênticos aos descritos na fase B. A diferença entre uma fase e outra (B e C) está na troca dos valores extremos da SI que ocorre 2 vezes na fase B (B4 e B9) e que não ocorre na fase C. Este ciclo se encerra em C17 quando obtêm-se os pesos finais dos componentes irregulares.

Os dois ciclos iniciais (B e C) atuam como um filtro cuja principal finalidade é detectar os componentes irregulares da série original e estimar um peso para cada um dos componentes segundo

seu grau de irregularidade. Esses pesos modificam as observações da série original, resultando uma série Original Modificada pelos pesos finais (D1).

O objetivo no ciclo (D) é obter estimativas finais de T, C, S, I e os procedimentos não diferem muito dos anteriores. Estes são os resultados mais acurados que devem ser utilizados pelo usuário. No quadro (D8) deve-se notar que o teste F indica a existência ou não de estabilidade nos fatores sazonais que serão estimados em (D10). No quadro (D9) identificam-se os valores extremos de SI. Pode-se observar que tais valores se modificam quando comparados com (B9) (alguns valores não identificados anteriormente são apontados, assim como valores antes tidos como extremos são considerados normais nesta fase). Após a substituição dos valores extremos são finalmente calculados os fatores sazonais (D10). A série final sazonalmente ajustada (D11) é obtida pela divisão da série original (B1) pelos fatores sazonais (D10). Aplicando-se uma média móvel, selecionada pelo programa, nesta série sazonalmente ajustada temos a curva de tendência-ciclo (D12). Os componentes irregulares (D13) encerram este ciclo e são obtidos pelo quociente (D11)/(D12).

Na fase E o programa modifica as observações da série original (B1) identificadas no quadro (C17) como irregulares (acima de 2,5 desvios-padrão) e fornece a série original modificada pelos extremos (E1). Este mesmo procedimento é utilizado para se obter as séries E2 e E4. Os quadros (E5) e (E6) informam as taxas de variação percentual mês sobre o mês imediatamente anterior da série original e da ajustada sazonalmente. A comparação entre elas exemplifica a importância da sazonalidade.

Na fase F para cada série relevante (B1, D11, D13, D 12, D10, C18, E1, E2, E3, F1) calcula-se uma média das variações percentuais (em módulo) mensais (span in month=1), bimestrais (span in month=2), e assim sucessivamente. O MCD representa o valor do intervalo de tempo no qual a média das variações percentuais de tendência e ciclo superam a média das variações percentuais dos componentes irregulares.

#### 5.4 - Modelos Bayesianos de Previsão e Codificação SANDA

Apresentam-se neste anexo alguns modelos lineares dinâmicos univariados importantes. São variantes do modelo de crescimento linear com sazonalidade, e exploram maneiras alternativas de incorporar a sazonalidade ao modelo.

##### 5.4.1 - Modelo de Crescimento Linear com Sazonalidade aditiva em forma livre

A forma sazonal livre é caracterizada por fatores sazonais que indicam variações em torno da tendência. Estas são incorporadas aditivamente expressando que os choques decorrentes das estações do ano independem do nível do processo. Sejam:

$$Y_t = \mu_t + \rho_{1,t} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim [0, V_t]$$

$$\theta_{-t} = \begin{bmatrix} \mu \\ g \\ \rho_1 \\ \vdots \\ \rho_{12} \end{bmatrix}_t = \underline{G} \theta_{t-1} + s_{\theta t}, \quad s_{\theta t} \sim [0, W] \dots \quad (1.1)$$

onde:  $\underline{G} = \begin{bmatrix} \underline{G}_1 & 0 \\ 0 & \underline{G}_2 \end{bmatrix}$ , com  $\underline{G}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  e  $\underline{G}_2 = \begin{bmatrix} 0 & \underline{I} \\ -1 \dots -1 \end{bmatrix}$

As componentes do vetor  $\theta_t = (\mu, g, \rho_1 \dots \rho_{12})_t$  são:

$\mu$  - nível corrente no tempo  $t$ ;

$g$  - fator de crescimento no tempo  $t$ ;

$\rho_i$  - fator sazonal referente ao "mês"  $i$ , no tempo  $t$ , i.e.:  
 $i = t \cdot \text{mod} \cdot 12$

Note que a definição da matriz  $\underline{G}_2$ , uma matriz de rotação, implica que os fatores sazonais devem satisfazer à restrição:

$$E \left[ \begin{array}{c|c} 12 & \\ \Sigma & \rho_{i,t} \\ i=1 & \end{array} \middle| D_t \right] = r_{1,t} + \dots + r_{12,t} = 0, \quad \text{onde} \quad (1.2)$$

$D_t = \{y_1 \dots y_t\}$  e  $E(X)$ : Esperança mat.



Vê-se claramente que os  $r_{1's}$  representam variações ao redor da tendência.

A matriz  $W = \text{diag}[W_1, W_2, W_3 \cdot I_{12 \times 12}]$  é a matriz de var-covariância das perturbações do vetor de estado e  $V_t$  a variância do ruído observacional. Este pode ser modelado por:  $V_t = a \mu_t^b$ , onde  $a$  é estimado sequencialmente,  $b$  é fixo (relacionado com a transformação de Box-Cox!) e  $N_t$  representa o nível corrente.

Abaixo tem-se a codificação SANDA para este modelo.

```

SANDA(1,114,90,1,12,1978);
PVAR(1) / Y1:
LFIA(1,1):
VARIÁVEIS LIDAS : Y1
Nº. DE VARIÁVEIS LIDAS 1
MODELO(1):
Y1 = 1*A1 + 1*H1;
A1 = 1*A1 + 1*A2;
A2 = 1*A2;
H1 = 1*H2;
H2 = 1*H3;
H3 = 1*H4;
H4 = 1*H4;
H5 = 1*H6;
H6 = 1*H7;
H7 = 1*H8;
H8 = 1*H9;
H9 = 1*H10;
H10 = 1*H11;
H11 = 1*H12;
H12 = -1*H2 + -1*H3 + -1*H4 + -1*H5 + -1*H6 + -1*H7 + -1*H8 + -1*H9 + -1*H10 + -1*H11
+ -1*H12;
FIMODELO:
$P(1) / 0;
$$INT(14)/0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0;
$$M(14) / 10,10,10,10,10,10,10,10,10,10,10,10,10,10;
$$C(14) / 10,10,10,10,10,10,10,10,10,10,10,10,10,10;
$$S(14) / .95,.95,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0,1.0;
ARBAYESX(1,0,$M1,$C1,0,$S1,1,1,37.96,1,$P,$INT,XER);

```

As instruções SANDA podem ser encontradas no Manual do Sistema SANDA e não serão discutidas neste texto. Apresenta-se, entretanto, uma descrição sumária dos parâmetros da rotina ARBAYES. Esta depende de 14 parâmetros, a saber:

1. número de ordem do conjunto de equações que definem o modelo a ser processado;
2. índice da lista das variáveis de estudo que serão omitidas na impressão;
3. vetor de médios a posteriori no início do processo, i.e.  
 $\underline{m}_0 = E\{\theta_0/D_0\}$ ;
4. matriz de var-covariâncias, a posteriori, no início do processo, i.e.:  $\underline{C}_0 = V(\theta_0/D_0)$  ;
5. parâmetro "b" caracteriza a lei de variância do resíduo -  
 $V_t = a \mu_t^b$ ;
6. vetor de fatores de descontos;
7. fator de desconto da variância;
8. transformação aplicada às variáveis que não são de estado;
9. período inicial, i.e.; número de ordem da observação inicial;
10. período final;
11. horizonte de previsão;
12. vetor que indica o período de cada intervenção, por parâmetro;
13. vetor que indica para cada parâmetro o número de informações;
14. nome da variável que receberá o erro de precisão.

As principais saídas são:

(a) Medidas de diagnóstico

	PREVISAO SEQUENCIAL Y1		
MAD	4.126E+00	MSF	2.490E+01
VAR. PREVISAO	1.943E+01	DURBIN-WATSON	8.799E-01
R2	9.329E-01	VARIANCIA DA SERIE	5.045E+03
ERRO NA TRANSF	0.600E+00		

Dentre estes destacam-se: o MAD-desvio absoluto médio, MSE-erro médio quadrático, as variâncias da previsão e da série original e a estatística de Durbin-Watson (pouco apropriado para resíduos recursivos). Estas medidas são calculadas a partir da observação  $2p+1$ , onde  $p$  é o número de parâmetros do modelo e levam em conta os erros de previsão um passo à frente. As expressões do MAD e do MSE são:

$$\text{MAD} = \frac{1}{N} \sum_{i=2p+1}^N |y_t - \hat{y}_t| / (n-2p) \quad (1.3)$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{i=2p+1}^N |y_t - \hat{y}_t|^2 / (N-2p), \text{ onde } \hat{y}_t = E(y_t / D_{t-1})$$

é a previsão um passo-à-frente.

(b) A média e a estatística  $t$  (média/desvio padrão), a posteriori, no final do período da análise, estão apresentadas abaixo.

Estas são as "melhores" estimativas obtidas usando todas as informações disponíveis.

MÉDIA DO PARÂMETRO							
A1	A2	H1	H2	H3	H4	H5	H6
1.120E+02	5.224E-01	-6.185E+00	-1.003E+01	-1.263E+01	-2.786E+00	-9.824E+00	-5.944E-01
		H7	H8	H9	H10	H11	H12
		2.466E+00	7.259E+00	1.045E+01	6.824E+00	1.139E+01	3.668E+00
MÉDIA/D.P. DO PARÂMETRO							
A1	A2	H1	H2	H3	H4	H5	H6
8.027E+01	6.747E+00	-3.671E+00	-5.340E+00	-7.055E+00	-1.595E+00	-5.679E+00	-3.460E-01
		H7	H8	H9	H10	H11	H12
		1.444E+00	4.269E+00	6.163E+00	4.033E+00	6.739E+00	2.173E+00

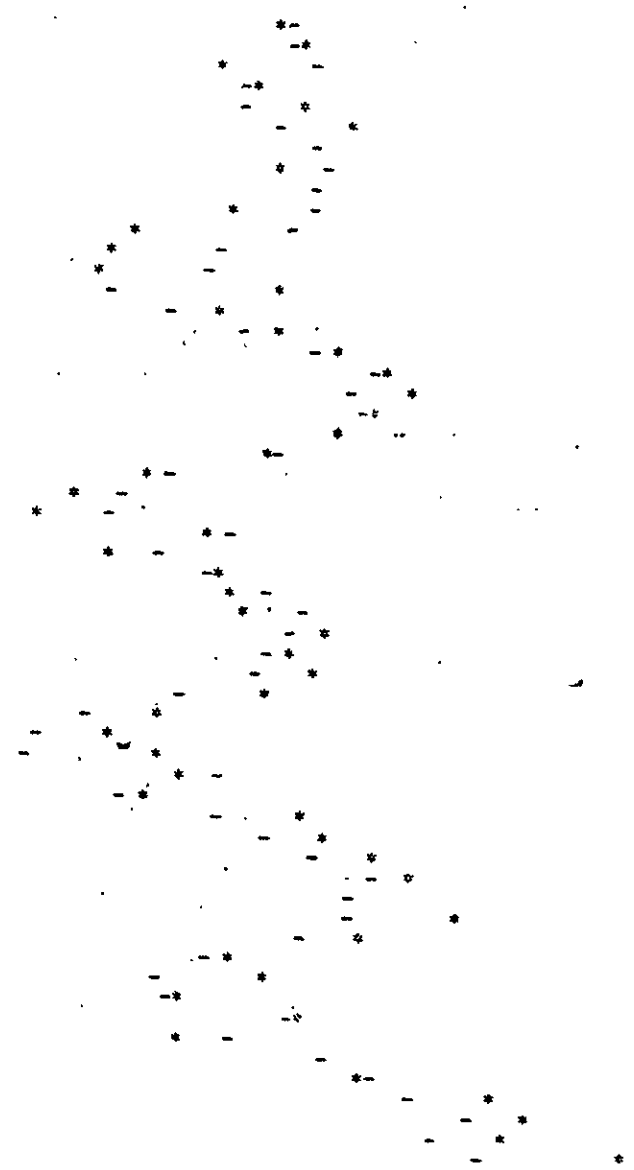
(c) Por último, e não menos importante, o gráfico das observações e previsões pontuais um passo à frente, isto é:  $y_t$  e  $\hat{y}_t = E(y_t / D_{t-1})$ .

PREV.HORIZONTE D400 Y1

ANALISE DA VARIÁVEL

Y1

PERÍODO	REAL *	AJUST *
02 / 1981	1.01E+02	1.01E+02.
03 / 1981	1.02E+02	1.02E+02.
04 / 1981	9.44E+01	1.03E+02.
05 / 1981	9.38E+01	9.71E+01.
06 / 1981	1.03E+02	9.75E+01.
07 / 1981	1.06E+02	1.04E+02.
08 / 1981	1.03E+02	1.04E+02.
09 / 1981	1.01E+02	1.04E+02.
10 / 1981	1.03E+02	1.03E+02.
11 / 1981	9.47E+01	1.04E+02.
12 / 1981	9.44E+01	1.01E+02.
01 / 1982	9.59E+01	9.51E+01.
02 / 1982	9.51E+01	9.49E+01.
03 / 1982	1.01E+02	9.62E+01.
04 / 1982	9.49E+01	9.18E+01.
05 / 1982	1.01E+02	9.73E+01.
06 / 1982	1.04E+02	1.03E+02.
07 / 1982	1.09E+02	1.08E+02.
08 / 1982	1.12E+02	1.06E+02.
09 / 1982	1.08E+02	1.07E+02.
10 / 1982	1.06E+02	1.10E+02.
11 / 1982	9.94E+01	1.01E+02.
12 / 1982	9.95E+01	9.18E+01.
01 / 1983	9.35E+01	8.79E+01.
02 / 1983	9.03E+01	8.83E+01.
03 / 1983	9.49E+01	9.41E+01.
04 / 1983	9.60E+01	9.06E+01.
05 / 1983	9.54E+01	9.44E+01.
06 / 1983	9.42E+01	9.98E+01.
07 / 1983	9.62E+01	1.03E+02.
08 / 1983	1.06E+02	1.02E+02.
09 / 1983	1.01E+02	9.94E+01.
10 / 1983	1.03E+02	9.89E+01.
11 / 1983	9.94E+01	9.79E+01.
12 / 1983	9.07E+01	8.45E+01.
01 / 1984	9.56E+01	8.01E+01.
02 / 1984	9.64E+01	7.91E+01.
03 / 1984	9.29E+01	9.53E+01.
04 / 1984	9.97E+01	8.78E+01.
05 / 1984	1.02E+02	9.52E+01.
06 / 1984	1.05E+02	9.97E+01.
07 / 1984	1.09E+02	1.04E+02.
08 / 1984	1.12E+02	1.09E+02.
09 / 1984	1.04E+02	1.04E+02.
10 / 1984	1.15E+02	1.07E+02.
11 / 1984	1.07E+02	1.03E+02.
12 / 1984	9.69E+01	9.44E+01.
01 / 1985	9.75E+01	9.01E+01.
02 / 1985	9.20E+01	9.15E+01.
03 / 1985	1.03E+02	1.02E+02.
04 / 1985	9.24E+01	9.65E+01.
05 / 1985	1.04E+02	1.05E+02.
06 / 1985	1.08E+02	1.09E+02.
07 / 1985	1.19E+02	1.11E+02.
08 / 1985	1.21E+02	1.16E+02.
09 / 1985	1.19E+02	1.13E+02.
10 / 1985	1.30E+02	1.17E+02.



#### 5.4.2 - Modelo de Crescimento Linear com Sazonalidade Multiplicativo em forma livre.

Neste modelo a estrutura sazonal é representada por fatores sazonais, os quais se incorporaram ao modelo de forma multiplicativa. Em várias aplicações a sazonalidade precisa ser modelada de forma proporcional à tendência. Saliencia-se que este modelo equivale a ver ARIMA (0,2,2) e, em essência, é igual ao modelo de Holt-Winters.

A codificação SANDA é apresentada abaixo:

```

. SANDA(1,114,80,1,12,1978)
PVAR(1) / Y1
LFIA(1,1)
VARIÁVEIS LIDAS      Y1
NO. DE VARIÁVEIS LIDAS      1
MODELO(1)
Y1 = 1*RT
A1 = 1*A1+1*A2
A2 = 1*A2
H1 = 1*H2
H2 = 1*H3
H3 = 1*H4
H4 = 1*H5
H5 = 1*H6
H6 = 1*H7
H7 = 1*H8
H8 = 1*H9
H9 = 1*H10
H10 = 1*H11
H11 = 1*H12
H12 = -1*H2+-1*H3+-1*H4+-1*H5+-1*H6+-1*H7+-1*H8+-1*H9+-1*H10+-1*H11
      +-1*H12
R0 = 1*A1(1)+0*H1(1)+1*A1(1)
F'MODELO
$P(1) / 0
$$INT(15)/C,C,0,0,0,0,C,0,0,0,0,0,0,0,0
$$M(15) / 10,C,1,0,0,0,0,0,C,0,0,0,0,0,0
$$C(15) / 10,1,.1,.1,.1,.1,.1,.1,.1,.1,.1,.1,0
$$S(15) / .95,.95,1,C,1,0,1,0,1,0,1,0,1,0,1,0,1,0,1,0,1,0,1,0,1,0,1,0,1,0
ARRAYESX(1,0,$$M1,$$C1,0,$$S1,1,1,37,96,1,$$P,$$INT,XER)

```

Vale observar que existem ao todo 15 parâmetros ou equações de estado. De fato, a última equação é simplesmente um artifício para cálculo do produto: "nível" vezes "sazonalidade", isto é:

$$\rho_{0,t} = \mu_t * (1 + \rho_{1,t}) \quad (2.1)$$

ou

$$\rho_{0,t} = \mu_t + \mu_t * \rho_{1,t}'$$

que na codificação SANDA fica, por exemplo:

$$"RO = 1 * A1(1) + \emptyset * H1(1) + 1 * A1(1) ;",$$

onde  $i+\emptyset$  indica produto entre antecedente e conseqüente.

Na codificação SANDA as variáveis à direita do sinal de igualdade estão indexadas pelo período de tempo  $t-1$ , e aquelas à esquerda referem-se ao período de tempo  $t$ , exceto na equação da observação onde ambos referem-se ao tempo  $t$ . Desta forma, como deseja-se reproduzir o descrito em (2.1), tem-se que usar o modificador  $-(1)$  -, isto é:  $A1(1)$  - indica a variável  $A1$  no tempo  $t$ , quando no lado direito da equação de estado.

#### 5.4.3 - Modelo de Crescimento Linear com Sazonalidade representado por harmônicos.

Uma segunda forma de modelar a sazonalidade é assumir que a mesma possa ser representada por uma função periódica do tem

po. Propõe-se utilizar os harmônicos significativos, ou seja, modelar  $\rho_t$  por uma combinação linear de funções trigonométricas da forma:

$$\rho_t = \sum_{j=1}^{s/2} \alpha_j \sin(\omega_j t + \theta_j) + \delta_{\rho j} \quad (3.1)$$

onde:  $\omega_j = 2\pi j/s$  é a frequência angular da  $j$ -ésima harmônica;

$\alpha_j$ : é a amplitude da  $1^a$  harmônica e  $\theta_j$  a sua fase;

$\delta_{\rho j}$ : é a perturbação aleatória associada à sazonalidade no instante  $t$ , à qual é suposta ser  $N(0, W_\rho)$  com

$$E(\delta_{\rho j}, \delta_{\rho i}) = 0 \quad \forall i \neq j = 1, 2, \dots$$

$s$  é o comprimento da sazonalidade.

Assim  $\rho_t$  consiste de uma combinação linear de até  $s/2$  funções senoidais. Na prática testaram-se as hipóteses de que  $\alpha_j = 0 \quad j=1 \dots s/2$

Os resultados desses testes levarão a uma representação do tipo (3.1) onde somente estão incluídas as harmônicas correspondentes às frequências em que a hipótese de nulidade foi rejeitada.

É útil reescrever (3.1) de forma que:

$$\rho_t = \sum_{j=1}^{1/2} a_j \sin(\omega_j t) + b_j \cos(\omega_j t) + \delta_{\rho j} \quad (3.2)$$

onde  $a_j$  e  $b_j$  são os coeficientes associados à harmônica  $j$ . Estas são funções de  $\alpha_j$  e  $\theta_j$ .

O modelo linear dinâmico no que diz respeito a correspondente sazonal é descrito por:

$$\begin{bmatrix} \theta_j \\ \theta_j^* \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} \cos(W_j) & \text{sen}(W_j) \\ -\text{sen}(W_j) & \cos(W_j) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_j \\ \theta_j^* \end{bmatrix}_{t-1}, j=1, \dots, S/2$$

$$Y_t = \sum_{j=1}^{s/2} \theta_j + \varepsilon_t \quad (3.3)$$

Cabe, agora, explicitar o modelo de crescimento linear aditivo. Em sua forma geral, este será:

$$Y_t = \underline{F} \underline{\theta}_t + \varepsilon_t$$

$$\underline{\theta}_t = \underline{G} \underline{\theta}_{t-1} + \underline{\theta}_t \quad (3.4)$$

onde: (i)  $\underline{\theta}_t = (\underline{\theta}_1, \underline{\theta}_2)_t$ ,  $\underline{\theta}_1, t = (\mu, g)_t$  e

$$\underline{\theta}_2, t = (\theta_1, \theta_1^*, \theta_2, \theta_2^* \dots \theta_{S/2}, \theta_{S/2}^*)_t$$

onde as componentes têm a interpretação usual.

$$(ii) \underline{F} = (\underline{F}_1 \underline{F}_2), \underline{F}_1 = (1, 0)$$

$$\underline{F}_2 = (1, 0, 1, 0 \dots 1, 0)$$

$$(iii) \underline{G} = \text{diag} (\underline{G}_1, \underline{G}_2 \dots \underline{G}_{S/2}), \underline{G}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{G}_{k+1} = \begin{bmatrix} \cos(W_k) & \text{Sen}(W_k) \\ -\text{sen}(W_k) & \cos(W_k) \end{bmatrix}, k=1, \dots, S/2$$



A codificação é exemplificada através de um modelo aditivo com os três primeiros harmônicos somente.

```

MODEL(1);
Y1 = 1*A1+1*H1+1*H2+1*H3;
A1 = 1*A1+1*A2;
A2 = 1*A2;
H1 = 0.87*H1+.50*HH1;
HH1 = -.50*H1+0.87*HH1;
H2 = .5*H2 + .87*HH2;
HH2 = -.87*H2 + .5*HH2;
H3 = 1.0*HH3;
HH3 = -1*H3;
FMODEL;
%%R(9) / .95, .95, 1, 1, 1, 1, 1, 1;
%%M(8) / 100, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0;
%%C(8) / 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10;
%%N(8) / 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0;
%%V(1) / 0;
ARAYESX(1, 0, %%M1, %%C1, 0, %%S1, 1, 1, 37, 96, 1, %%N, %%V, FRRD);

```

Finalmente, o caso multiplicativo fica:

$$y_t = \eta_t + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim [0, V_t]$$

$$\eta_t = \mu_t * (1 + \frac{F_2}{2} \theta_{2,t}) \quad (3.5)$$

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} G_1 & 0 \\ 0 & G_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} \delta_{\theta 1} \\ \delta_{\theta 2} \end{bmatrix}_t, \quad \begin{bmatrix} \delta_{\theta 1} \\ \delta_{\theta 2} \end{bmatrix}_t \sim \begin{bmatrix} 0, & \begin{bmatrix} W_1 & 0 \\ 0 & W_2 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

A codificação SANDA correspondente é:

```

MODEL(1)
Y1 = 1*RC
A1 = 1*A1+1*A2
A2 = 1*A2
H1 = 0.87*H1+.50*HH1
HH1 = -.50*H1+0.87*HH1
H2 = .5*H2 + .87*HH2
HH2 = -.87*H2 + .5*HH2
H3 = 1.0*HH3
HH3 = -1*H3
RN = 1*A1(1)+1*H1(1)+0*A1(1)+1*H2(1)+0*A1(1)+1*H3(1)+0*A1(1)
FMODEL
%%R(9) / .9, .9, .98, .98, .98, .98, .98, .98, 1
%%M(9) / 100, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
%%C(9) / 100, 4, .25, .25, .25, .25, .25, .25, 0
%%N(9) / 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
%%V(1) / 0
ARAYESX(1, 0, %%M1, %%C1, 0, %%R1, 1, 1, 37, 96, 1, %%N, %%V, FRRD)

```

## 6 - REFERÊNCIAS

AMEEN, J.R.M. and HARRISON, P.J. (1983), Normal discount Bayesian models, Warwick Research Report. nº 30.

BOX, G.E.P and JENKINS, G.M. (1976), Time Series Analysis: Forecasting and Control, San Francisco, Holden-Day.

DEGROOT, M.H. (1974), Probability and Statistics, Addison-Wasley.

HARRISON, P.J. and STEVENS, C.F. (1976), Bayesian Forecasting, Journal of the Royal Stat. Soc., B, 38, 205-247 (with discussion)

MAKRIDAKIS, S. and WHEELWRIGHT, S.C. (1978 ), Forecasting methods and applications, John Willey.

SANDA (1986), Manual de utilização

SAS/ETS, User's Guide 1982 edition, SAS INSTITUTE INC. North Caroline, USA.

Textos para Discussão Interna editados a partir de janeiro de 84

- Nº 62 - "A Crise do Setor Externo e o Ajustamento requerido pelas Opções de Política Econômica", Milton Pereira de Assis, Janeiro 1984, 37 p.
- Nº 63 - "O Papel Atual da Fronteira Agrícola", Maria Beatriz de Albuquerque David, Fevereiro 1984, 19 p.
- Nº 64 - "As Negociações Financeiras Internacionais do Brasil Pós-FMI", José Cláudio Ferreira da Silva e Maria Helena T. T. Horta, Fevereiro 1984, 34 p.
- Nº 65 - "Insumos Modernos na Agricultura Brasileira", Cláudio Roberto Contador e Léo da Rocha Ferreira, Janeiro 1984, 159 p.
- Nº 66 - "Política Tarifária das Empresas de Saneamento: Uma Avaliação da Progressividade dos Preços", Thompson Almeida Andrade, Fevereiro 1984, 24 p.
- Nº 67 - "A Economia Brasileira: Uma Interpretação Econométrica", Versão IV, Cláudio Roberto Contador, Março 1984, 99 p.
- Nº 68 - "Comentários sobre o livro de William R. Cline, "International Debt and Stability of the World Economy", Marcelo de Moura Lara Resende, Maio 1984, 23 p.
- Nº 69 - "Crescimento Industrial, Ajuste Estrutural e Exportações de Manufaturados: Notas para a Definição de Uma Estratégia de Longo Prazo para a Economia Brasileira", Regis Bonelli e José Cláudio Ferreira da Silva, Novembro 1984, 33 p.
- Nº 70 - "Projeções da População Total, Urbano-Rural e Economicamente Ativa segundo Algumas Alternativas de Crescimento Demográfico", Maria Helena F. T. Henriques, Janeiro 1985, 56 p.

## II

- Nº 71 - "Crescimento Econômico e Oferta de Alimentos no Brasil", Gervásio Castro de Rezende, Janeiro 1985, 39 p.
- Nº 72 - "A Política Agrícola e a Diminuição do Subsídio do Crédito Rural", Gervásio Castro de Rezende, Janeiro 1985, 23 p.
- Nº 73 - "Tendências a Médio Prazo da Previdência Social Brasileira: Um Modelo de Simulação", Francisco E.B. de Oliveira, Kaizô Iwakami Beltrão, Maria Helena F.T. Henriques, Afonso Sant'Anna Bevilaqua, Alexandre Goretkin Neto, Janeiro 1985, 299 p.
- Nº 74 - "Balanço de Pagamentos Brasileiro: Um Modelo de Simulação", Ajax Reynaldo Bello Moreira, Janeiro 1985, 77 p.
- Nº 75 - "Interação entre Mercados de Trabalho e Razão entre Salários Rurais e Urbanos no Brasil", Gervásio Castro de Rezende, Março 1985, 35 p.
- Nº 76 - "Considerações sobre uma Possível Reforma Tributária no Brasil", Cláudia Cunha Campos Eris, Março 1985, 29 p.
- Nº 77 - "Migrações Internas e Pequena Produção Agrícola na Amazônia: Uma Análise da Política de Colonização do INCRA", Anna Luiza Ozorio de Almeida, Maio 1985, 97 p.
- Nº 78 - "Estrutura Industrial e Exportação de Manufaturados: Brasil, 1978", Helson C. Braga e Edson P. Guimarães, Julho 1985, 29 p.
- Nº 79 - "A Restrição Externa à Retomada do Crescimento: Avaliação e Recomendações de Política", Helson C. Braga, Setembro 1985, 42 p.
- Nº 80 - "Foreign Direct Investment in Brazil: Its Role, Regulation and Performance", Helson C. Braga, Outubro 1985, 41 p.

### III

- Nº 81 - "Déficit de "Caixa" do Governo Federal: Metodologia e Resultados em 1985", Carlos von Doellinger, Novembro 1985, 16 p.
- Nº 82 - "Déficit e Dívida: Tendências e Implicações", Carlos von Doellinger, Novembro 1985, 12 p.
- Nº 83 - "As Interligações Setoriais na Economia Brasileira em 1975", José W. Rossi, Maristela Sant'Anna e Samuel Sidsamer, Novembro 1985, 30 p.
- Nº 84 - "Mensuração da Eficiência Produtiva na Indústria Brasileira: 1980", Helson C. Braga e José W. Rossi, Novembro 1985, 34 p.
- Nº 85 - "Fundos Sociais", Fernando A. Rezende da Silva e Beatriz Azeredo da Silva, Janeiro 1986, 29 p.
- Nº 86 - "Optimal Foreign Borrowing in a Multisector Dynamic Equilibrium Model: A Case Study for Brazil", Octávio A. F. Tourinho, Janeiro 1986, 47 p.
- Nº 87 - "Proposta de Diretrizes Preliminares para Uma Política de Abastecimento", Maria Beatriz de A. David, Março 1986, 44 p.
- Nº 88 - "Os Impactos da Política de Comercialização Agrícola sobre a Produção e os Preços. Uma Análise da Literatura e Algumas Evidências Empíricas", Maria Beatriz de A. David e Luis Alberto de L.C. Ribeiro, Março 1986, 49 p.
- Nº 89 - "Distribuição de Renda: 1970/1980", José W. Rossi, Maio 1986, 17 p.
- Nº 90 - "Balança Comercial e Dinâmica da Desvalorização Cambial no Brasil, 1970/84", Helson C. Braga e José W. Rossi, Maio 1986, 20 p.

IV

Nº 91 - "Algumas Considerações sobre os Efeitos da Reforma Monetária no Campo Social: Seguro-Desemprego e Previdência Social", Francisco E.B. de Oliveira, Kaizô Iwakami Beltrão e Marco Aurélio de Sã Ribeiro (estagiário), Maio 1986, 16p.

O INPES edita ainda as seguintes publicações: Pesquisa e Planejamento Econômico (quadrimestral), desde 1971; Literatura Econômica (bimestral), desde 1977; Coleção Relatórios de Pesquisa; Série Textos para Discussão do Grupo de Energia (TDE); Série Monográfica; e, Série PNPE.