Relações entre pobreza absoluta, renda média e desigualdade da distribuição de renda*

RODOLFO HOFFMANN**

O artigo analisa como, dada uma linha de pobreza, a proporção de pobres, o índice de pobreza de Sen e o índice de pobreza de Foster, Greer e Thorbecke variam em função da média e do índice de Gini da distribuição de renda. Nota-se, inicialmente, que é possível alterar a média ou a desigualdade da distribuição sem afetar aquelas medidas de pobreza absoluta. Entretanto, se a distribuição de renda for log-normal, aquelas medidas de pobreza são funções da média e do índice de Gini. O artigo mostra a forma dessas funções. Finalmente, determina-se a relação entre pobreza absoluta, renda média e índice de Gini para dados sobre distribuição de renda em 360 microrregiões homogêneas do Brasil em 1980 e também para uma série temporal de dados sobre distribuição de renda no Brasil de 1979 a 1990.

1 - Introdução

Em vários trabalhos sobre distribuição de renda no Brasil [ver Hoffmann (1990, 1992*a*, 1992*b* e 1994)], tanto com dados sincrônicos quanto com séries temporais, foi constatada uma relação bastante estreita entre as medidas de pobreza absoluta, o rendimento médio e a desigualdade da distribuição. Regressões das medidas de pobreza absoluta (proporção de pobres ou índice de pobreza de Sen) contra o rendimento médio, o quadrado do rendimento médio e o índice de Gini levam a coeficientes de determinação geralmente superiores a 90%. O primeiro objetivo deste trabalho é discutir o que determina a existência da relação entre pobreza absoluta, rendimento médio e desigualdade. O segundo objetivo é determinar possíveis formas para as relações funcionais entre estas variáveis.

As medidas de pobreza absoluta consideradas são a proporção de pobres, o índice de pobreza de Sen e o índice de pobreza de Foster, Greer e Thorbecke. Trata-se de medidas de pobreza baseadas exclusivamente em dados sobre a renda das pessoas (ou famílias) e cujo cálculo exige a determinação prévia de uma "linha de pobreza", isto é, de um nível de renda abaixo do qual as pessoas são consideradas pobres.

* O autor agradece a Ricardo Paes de Barros pelas excelentes críticas a uma versão anterior deste trabalho apresentada no XVI Encontro Brasileiro de Econometria, em Florianópolis, em dezembro de 1994.

** Professor da Esalq/USP e bolsista do CNPq.

Fixada a linha de pobreza, uma medida de pobreza *não* é, necessariamente, uma função decrescente da renda média e uma função crescente da desigualdade da distribuição de renda. É fácil imaginar modificações artificiais em uma dada distribuição de renda que alteram a desigualdade ou a média sem afetar as medidas de pobreza absoluta mencionadas. Transferências regressivas de renda entre pessoas que estão acima da linha de pobreza, de maneira que a pessoa cuja renda é reduzida não se torne pobre, farão com que aumente a desigualdade sem afetar aquelas medidas de pobreza absoluta e a renda média.

É certo que uma diminuição da renda média decorrente de uma redução generalizada da renda de todas as pessoas sempre determinará um aumento da proporção de pobres, fixada a linha de pobreza (e deixando de lado fenômenos associados com descontinuidades na distribuição). Entretanto, geralmente é possível diminuir a renda média reduzindo a renda dos não-pobres sem afetar a proporção de pobres. Poder-se-ia argumentar que nesse caso vai ocorrer uma diminuição da desigualdade. Mas em geral será possível recompor a desigualdade original fazendo transferências regressivas entre os não-pobres, sem afetar o número e a renda dos pobres. Portanto, em geral é possível fazer modificações artificiais em uma distribuição, diminuindo ou aumentando a renda média e mantendo constante determinada medida de desigualdade, a proporção de pobres e o índice de pobreza de Sen.

Se nos limitarmos a determinado tipo de distribuição (como, por exemplo, a log-normal) então já não será possível fazer as alterações artificiais com as características descritas anteriormente. Na próxima seção serão analisadas as relações funcionais entre pobreza absoluta, média e desigualdade para uma distribuição log-normal. Depois disso estaremos melhor preparados para discutir as relações empiricamente obtidas por meio da análise de regressão.

É importante mencionar aqui os trabalhos de Foster e Shorrocks (1988*a*, 1988*b* e 1988*c*) relacionando medidas de pobreza absoluta, a desigualdade e o bem-estar associado a uma distribuição de renda. Eles notam, inicialmente, que a ordenação de duas distribuições de renda (representadas pelos vetores x e y) no que se refere a determinada medida de pobreza absoluta (representada aqui por π) pode se inverter quando se altera a linha de pobreza. Assim, é possível que para uma linha de pobreza z_1 tenhamos:

$$\pi(\mathbf{x}; z_1) < \pi(\mathbf{y}; z_1)$$

e para uma linha de pobreza $z_2 \neq z_1$ tenhamos:

$$\pi(\mathbf{x}; z_2) > \pi(\mathbf{y}; z_2)$$

Para evitar esta ambigüidade na ordenação de distribuições de renda com base em uma medida de pobreza absoluta, eles passam a utilizar a seguinte definição:

"Uma distribuição x apresenta, sem ambigüidade, menos pobreza do que a distribuição y no que se refere à medida de pobreza π se:

$$\pi(\mathbf{x}; z) \leq \pi(\mathbf{y}; z)$$

para *todas* as linhas de pobreza z, ocorrendo a desigualdade (<) para pelo menos um valor de z".

Este conceito de ordenação das distribuições no que se refere à pobreza é interessante e muito útil para submeter as medidas de pobreza absoluta a determinados "testes" de validade. Entretanto, considerar, sistematicamente, que a linha de pobreza pode assumir qualquer valor — da renda mínima até a renda máxima observada — tira a especificidade das medidas de pobreza absoluta. Embora haja certa dose de arbitrariedade na escolha da linha de pobreza, o conceito de pobreza absoluta requer uma delimitação prévia entre pobres e não-pobres. Quando se admite que a linha de pobreza pode ser, para qualquer distribuição, maior ou igual à renda máxima observada, a medida de pobreza absoluta se confunde com uma medida de bem-estar da população, com sinal trocado, como mostram Foster e Shorrocks.

Neste trabalho estaremos admitindo, sempre, que a linha de pobreza foi previamente estabelecida.

2 - O índice de Gini e as medidas de pobreza para uma distribuição contínua

Vamos admitir que a renda por pessoa é uma variável contínua x, não-negativa, com função de densidade de probabilidade $f(x)$. A renda média é:

$$\mu = E(x) = \int_0^\infty x f(x)\, dx \tag{1}$$

A função de distribuição ou proporção da população com renda até x é:

$$p = F(x) = \int_0^x f(t)\, dt \tag{2}$$

e a respectiva proporção da renda total é:

$$R(x) = \frac{1}{\mu} \int_0^x t f(t)\, dt = \frac{1}{\mu} \int_0^x t\, dF(t) \tag{3}$$

Existe uma relação entre $R(x)$ e p, definida por (2) e (3) em termos de equações paramétricas em x. Essa relação é a *curva de Lorenz*, que será indicada por $R(x) = L(p)$.

O índice de Gini (G) pode ser definido como:

$$G = 1 - 2 \int_0^1 L(p)\, dp$$

ou:

$$G = \frac{\Delta}{2\mu} \tag{4}$$

onde Δ é a diferença absoluta média:

$$\Delta = \int_0^\infty \int_0^\infty |x - y|\, dF(y)\, dF(x) \tag{5}$$

Como Δ é uma medida da *dispersão* da distribuição, a relação (4) mostra que o índice de Gini é uma medida da *dispersão relativa* da distribuição, que se confunde com o conceito de *desigualdade* da distribuição.

Dada a linha de pobreza z, a proporção de pobres é:

$$H = F(z) = \int_0^z f(x)\, dx \tag{6}$$

A renda média dos pobres é:

$$\mu^* = \frac{1}{H} \int_0^z x f(x)\, dx$$

A razão de insuficiência de renda é definida como:

$$I = \frac{z - \mu^*}{z} = 1 - \frac{\mu^*}{z} \tag{7}$$

Note-se que a proporção de pobres (H) é uma medida da *extensão* da pobreza, ao passo que a razão de insuficiência de renda (I) mede a *intensidade* da pobreza.

Levando em consideração tanto a extensão como a intensidade da pobreza, e também a desigualdade da distribuição da renda entre os pobres, Sen (1976) propôs a seguinte medida de pobreza:

$$P = H[\, I + (1 - I)\, G^* \,] \tag{8}$$

onde G^* é o índice de Gini da desigualdade da distribuição de renda entre os pobres. Verifica-se que $0 \leq P \leq 1$.

Outra medida de pobreza absoluta que tem merecido atenção crescente é aquela proposta por Foster, Greer e Thorbecke (1984):

$$\varphi = \frac{1}{z^2} \int_0^z (z - x)^2 f(x)\, dx \tag{9}$$

Pode-se deduzir que este índice está relacionado com a proporção de pobres (H), a razão de insuficiência de renda (I) e o coeficiente de variação das rendas dos pobres (C_p) através da seguinte expressão:

$$\varphi = H[\, I^2 + (1 - I)^2 C_p^2 \,] \tag{10}$$

Comparando (8) e (10), verifica-se que, quando não há desigualdade entre os pobres, tem-se $\varphi = P\, I$.

Uma qualidade importante dessa medida de pobreza absoluta é a possibilidade de sua decomposição quando a população é subdividida em grupos ou categorias. Pode-se provar que o valor de φ para a população é igual à média ponderada dos valores dessa medida de pobreza *dentro* de cada grupo, sendo fator de ponderação a participação de cada grupo na população.

3 - Relações entre pobreza, renda média e desigualdade para uma distribuição log-normal

A seguir vamos analisar como H, P e φ variam em função de μ e G quando a distribuição de renda é log-normal. A escolha da distribuição log-normal se justifica porque ela é relativamente simples (com apenas dois parâmetros) e se ajusta razoavelmente bem a dados sobre distribuição de renda no Brasil.[1]

A distribuição de renda é denominada log-normal se o logaritmo da renda tiver distribuição normal. Se x é a renda por pessoa, admite-se que:

$$y = \ln x$$

tem distribuição normal com média α e variância β^2. A mediana de x é, obviamente, $\exp(\alpha)$. Pode-se provar que a moda e a média da distribuição de x são, respectivamente:

$$\exp(\alpha - \beta^2) \qquad \text{e} \qquad \mu = \exp\left(\alpha + \frac{1}{2}\beta^2\right) \tag{11}$$

Note-se que a distribuição log-normal é positivamente assimétrica, sendo a moda a menor das três medidas de tendência central mencionadas e a média a maior delas.

O índice de Gini para uma distribuição log-normal é [ver Aitchison e Brown (1957)]:

$$G = 2\Phi\left(\frac{\beta}{\sqrt{2}}\right) - 1 \tag{12}$$

onde Φ é a função de distribuição de uma variável normal reduzida.

Dada a linha de pobreza z, a proporção de pobres, de acordo com (6), é:

$$H = \Phi\left(\frac{\ln z - \alpha}{\beta}\right) \tag{13}$$

De (11) e (13), segue-se que:

1 O ajustamento da distribuição log-normal a dados sobre distribuição de renda no Brasil pode ser visto em Hoffmann (1995, Apêndice III), que mostra como H, P e φ variam em função de μ e G quando a distribuição de renda é uniforme e analisa como H varia em função de μ e G para uma distribuição de Pareto.

$$H = \Phi\left[\frac{1}{\beta}\left(\ln\frac{z}{\mu} + \frac{1}{2}\beta^2\right)\right] \tag{14}$$

As relações (12) e (14), encaradas como equações paramétricas em β, estabelecem como a proporção de pobres (H) varia em função da renda média (μ) e do índice de Gini (G) da distribuição log-normal.

A equação (14) mostra que H é uma função decrescente de μ. O Gráfico 1 ilustra como H diminui em função da relação $m = \mu / z$ para quatro valores do índice de Gini.

Para analisar como H varia em função de β, vamos examinar, inicialmente, a expressão entre colchetes em (14):

$$U = \frac{1}{\beta}\left(\ln\frac{z}{\mu} + \frac{1}{2}\beta^2\right) \tag{15}$$

Verifica-se que:

$$\frac{\partial U}{\partial \beta} = \frac{1}{2} - \frac{1}{\beta^2}\ln\frac{z}{\mu} \tag{16}$$

As relações (12) e (14) mostram que G é uma função crescente de β e que H é uma função crescente de U. Então H é uma função crescente de G se $\frac{\partial U}{\partial \beta} > 0$, ou seja, se:

$$\frac{\beta^2}{2} > \ln\frac{z}{\mu} \tag{17}$$

Esta condição será, obviamente, obedecida se $z \leq \mu$. O fato de a linha de pobreza ser menor do que a renda média é uma condição suficiente (mas não necessária) para que a proporção de pobres (H) seja uma função crescente do índice de Gini (G).

O Gráfico 2 mostra como H varia em função de G para cinco valores da relação entre renda média e linha de pobreza ($m = \mu / z$): 4, 2, 4/3, 1 e 0,8. Observa-se que a função é sempre crescente nos casos em que $z \leq \mu$. Entretanto, para $z / \mu = 1{,}25$ (ou $m = 0{,}8$) há um intervalo em que a função é decrescente.

Vejamos, agora, como o índice de pobreza de Sen varia em função da renda média e do índice de Gini, supondo que a distribuição de renda é log-normal.

Dados os parâmetros α e β^2 da distribuição log-normal, e fixada a linha de pobreza, os valores de μ^* e G^* podem ser obtidos por métodos numéricos [ver Hoffmann (1995)].

Gráfico 1

Variação da proporção de pobres (*H*) em função da relação entre renda média e linha de pobreza ($m = \mu / z$) para quatro valores do índice de Gini (*G*), supondo que a distribuição é log-normal

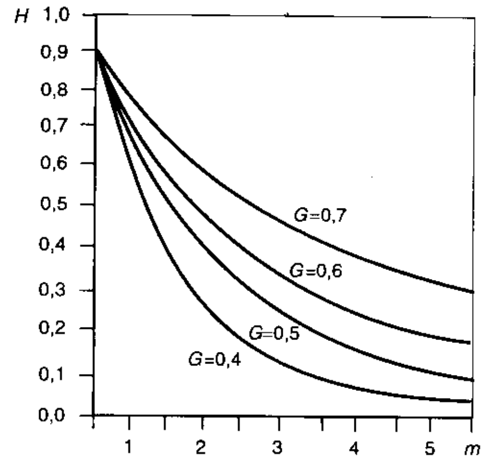
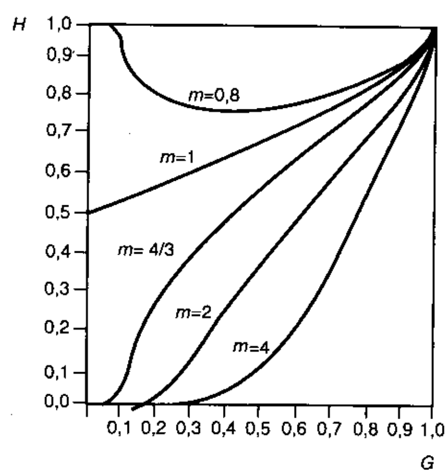


Gráfico 2

Variação da proporção de pobres (*H*) em função do índice de Gini (*G*) para cinco valores da relação entre renda média e linha de pobreza ($m = \mu / z$), supondo que a distribuição é log-normal



Assim, utilizando as relações (7), (8), (11), (12) e (13), podemos analisar como o índice de pobreza de Sen (P) varia em função de $m = \mu / z$ e de G.

O Gráfico 3 mostra como P varia em função de m para quatro valores do índice de Gini. É interessante comparar este gráfico com o Gráfico 1, que mostra como H varia em função de m para os mesmos valores do índice de Gini. Note-se que, de acordo com (8), as curvas no Gráfico 3 estão sempre abaixo das curvas correspondentes no Gráfico 1.

O Gráfico 4 mostra como o índice de pobreza de Sen (P) varia em função do índice de Gini (G) para cinco valores da relação entre renda média e linha de pobreza ($m = \mu / z$): 4, 2, 4/3, 1 e 0,8. Este gráfico deve ser comparado com o Gráfico 2, observando-se que, fixados os valores de m e G, com $G < 1$, temos sempre $P < H$, de acordo com (8). Embora H pudesse ser uma função decrescente de G quando $z > \mu$, verificamos que P sempre cresce com o índice de Gini da distribuição.[2]

Em estudos sobre a distribuição de renda no Brasil os valores do índice de Gini estão, em geral, no intervalo $0{,}45 < G < 0{,}65$. Note-se, no Gráfico 4, que a relação entre P e G é praticamente linear nesse intervalo de valores de G para $0{,}8 < m < 2$ (ou $0{,}5\mu < z < 1{,}25\mu$). Já para $m = 4$ (ou $z = 0{,}25\mu$), a relação se mostra convexa para aquele intervalo de valores de G.

Em seguida passamos a examinar como o índice de Foster, Greer e Thorbecke varia em função da renda média e do índice de Gini, supondo que a distribuição de renda é log-normal.

Dados os parâmetros α e β^2 da distribuição log-normal, e fixada a linha de pobreza, o valor da medida de pobreza de Foster, Greer e Thorbecke (φ) pode ser obtido através de métodos numéricos [ver Hoffmann (1995)]. Assim, utilizando as relações (11) e (12) pode-se analisar como φ varia em função de $m = \mu / z$ e de G.

O Gráfico 5 mostra como φ varia em função de m para quatro valores do índice de Gini. Desconsiderando a diferença na escala do eixo das ordenadas, este gráfico é extraordinariamente semelhante ao Gráfico 3, ou seja, o padrão de variação de φ em função de m é muito semelhante ao padrão de variação do índice de pobreza de Sen (P) em função de m, correspondendo, graficamente, a arcos de curva decrescentes e convexos.

O Gráfico 6 mostra como φ varia em função do índice de Gini para cinco valores da relação entre renda média e linha de pobreza ($m = \mu / z$): 4, 2, 4/3, 1 e 0,8. Comparando os Gráficos 4 e 6, observa-se que o padrão de variação de φ em função de G é semelhante ao padrão de variação do índice de pobreza de Sen (P) em função de G, com as curvas para φ (Gráfico 6) apresentando convexidade um pouco mais acentuada.

---

2 Verifica-se que as curvas que mostram como P varia em função de G para valores menores de m (até $m = 0{,}1$) também são sempre crescentes.

Gráfico 3

Variação do índice de pobreza de Sen (*P*) em função da relação entre renda média e linha de pobreza (*m* = μ / *z*) para quatro valores do índice de Gini (*G*), supondo que a distribuição é log-normal

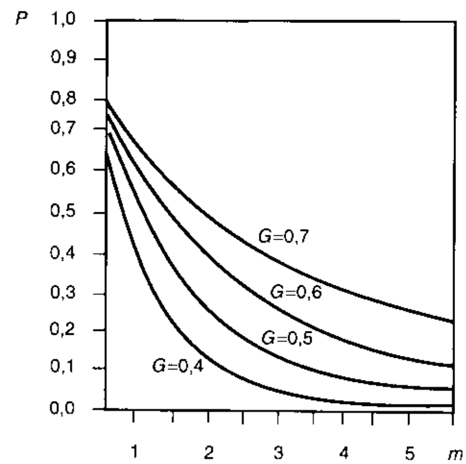


Gráfico 4

Variação do índice de pobreza de Sen (*P*) em função do índice de Gini (*G*), para cinco valores da relação entre renda média e linha de pobreza (*m* = μ / *z*), supondo que a distribuição é log-normal

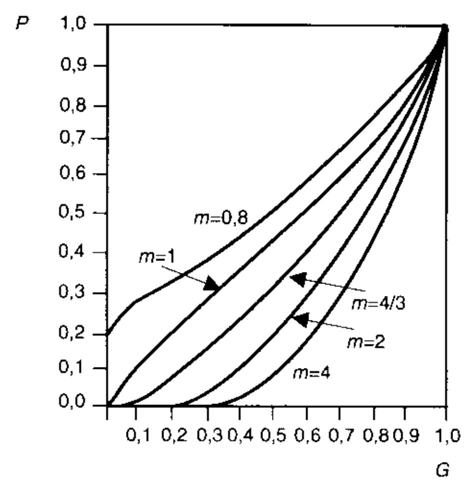


Gráfico 5

Variação do índice de pobreza de Foster, Greer e Thorbecke (φ) em função da relação entre renda média e linha de pobreza ($m = \mu / z$) para quatro valores do índice de Gini (G), supondo que a distribuição é log-normal

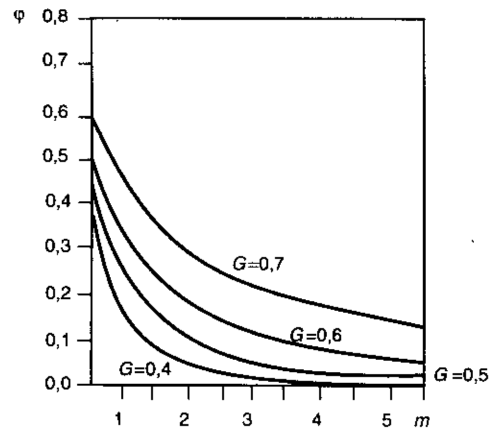
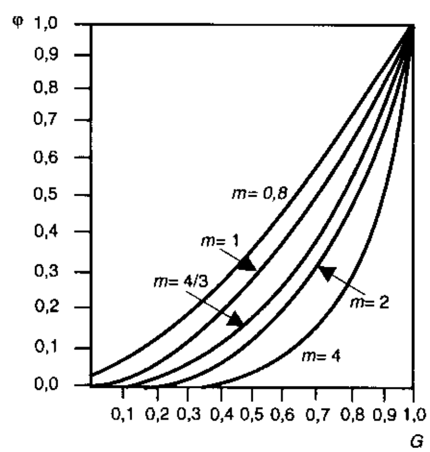


Gráfico 6

Variação do índice de pobreza de Foster, Greer e Thorbecke (φ) em função do índice de Gini (G) para cinco valores da relação entre renda média e linha de pobreza ($m = \mu / z$), supondo que a distribuição é log-normal



Para valores do índice de Gini no intervalo de 0,45 a 0,65, verifica-se, no Gráfico 6, que a relação entre φ e G é praticamente linear para $0,8 \leq m \leq 4/3$ (ou $0,75\mu \leq z \leq 1,25\mu$). Para $m = 2$ (ou $z = 0,5\mu$) já se nota certa convexidade da curva no intervalo $0,45 < G < 0,65$, a qual é bem mais acentuada para $m = 4$ (ou $z = 0,25\mu$).

4 - Análise de regressão

Nesta seção a análise de regressão é utilizada para estabelecer a relação entre medidas de pobreza, a renda média e a desigualdade da distribuição da renda para vários conjuntos de índices obtidos a partir do Censo Demográfico de 1980 e/ou da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD) de 1979 a 1990. A escolha do modelo de regressão é feita tendo em vista a análise da forma da relação desenvolvida na seção anterior.

4.1 - A distribuição das famílias de acordo com o rendimento familiar em 360 microrregiões homogêneas (MRH) em 1980

Os volumes publicados do Censo Demográfico de 1980 incluem dados sobre a distribuição das famílias de acordo com o rendimento familiar, para cada microrregião homogênea (MRH) do país. As famílias são classificadas em oito estratos de rendimento familiar cujos limites são estabelecidos em termos do maior salário mínimo (SM) vigente no mês de referência do Censo (agosto de 1980). Os estratos são: até 1/4 SM; mais de 1/4 a 1/2 SM; mais de 1/2 a um SM; mais de um a dois SM; mais de dois a cinco SM; mais de cinco a 10 SM; mais de 10 a 20 SM; mais de 20 SM. Além do número de famílias em cada um desses oito estratos, é fornecido também o número de famílias sem rendimento e o número de famílias sem declaração de rendimentos. Estas últimas foram excluídas dos cálculos, enquanto aquelas sem rendimento foram incluídas no cálculo do rendimento familiar médio e das medidas de desigualdade e pobreza.

A linha de pobreza adotada para esta distribuição é de um salário mínimo por família. Então, são consideradas pobres as famílias sem rendimento e as classificadas nos três primeiros estratos.

Uma vez que não são fornecidos os rendimentos médios (ou totais) por estrato, foi necessário fixar seus valores, para calcular o rendimento familiar médio da MRH, o índice de Gini, o índice de pobreza de Sen e o índice de Foster, Greer e Thorbecke. Isto foi feito levando em consideração as características usuais de uma distribuição de renda, mas certamente os valores adotados envolvem certo grau de arbitrariedade. Os rendimentos médios fixados para os oito estratos são: 0,165, 0,4, 0,77, 1,50, 3,38, 7,1, 14 e 40 SM [ver Hoffmann e Kageyama (1986)].

Ao calcular as medidas de desigualdade e pobreza, foi feita a pressuposição de que a distribuição de renda dentro de cada um dos sete primeiros estratos tem função de densidade linear e que dentro do último estrato a distribuição é a de Pareto com dois parâmetros.

Excluindo Fernando de Noronha e incluindo o Distrito Federal, o Brasil pode ser dividido em 360 MRH e para cada uma delas foi calculado o rendimento familiar médio (m), a proporção de famílias pobres (H), o índice de Gini da desigualdade da distribuição de renda entre as famílias (G) e os índices de pobreza de Sen (P) e de Foster, Greer e Thorbecke (φ). Em seguida foram ajustadas equações de regressão para verificar como H, P ou φ variam em função de m e G, para as 360 MRH. Verifica-se que a população das MRH varia muito: a menor delas (Amapá e Oiapoque) tinha apenas 3.331 famílias e a maior (Grande São Paulo) tinha 3.120.670 famílias. Então, as equações de regressão foram ajustadas pelo método de mínimos quadrados ponderados, utilizando o número de famílias de cada MRH como fator de ponderação.

O rendimento familiar médio varia de 1,017 SM na MRH Valença do Piauí a 8,850 SM na MRH Rio de Janeiro. Valença do Piauí também é a MRH com o maior índice de Gini (0,677) e o maior índice de pobreza de Sen (0,6273). Jundiaí apresenta o menor índice de Sen (0,0250). O maior valor do índice de pobreza de Foster, Greer e Thorbecke ($\varphi = 0{,}2150$) é observado na MRH Serrana de Caririaçu, no Ceará. A MRH Grande São Paulo apresenta o menor valor de φ (0,0044), mas, devido à dimensão de sua população, é a única MRH fora do Nordeste que contribui com mais de 1,3% para o valor do índice de pobreza de Foster, Greer e Thorbecke no total das 360 MRH do Brasil.

A melhor equação obtida com H como variável dependente é (teste t entre parênteses, abaixo do coeficiente):

$$H = -0{,}619 + \underset{(120{,}2)}{0{,}975}\,\frac{1}{m} + \underset{(24{,}0)}{1{,}031}\,G \qquad (18)$$

com $R^2 = 0{,}976$. Os valores de t são significativos ao nível de 1%.

Quando a variável dependente é o índice de pobreza de Sen, a melhor equação ajustada é:

$$P = -0{,}115 + \underset{(169{,}3)}{0{,}592}\,\frac{1}{m} - \underset{(-1{,}01)}{0{,}427}\,G + \underset{(2{,}67)}{1{,}029}\,G^2 \qquad (19)$$

com $R^2 = 0{,}989$. O coeficiente de G^2 é significativo ao nível de 1%. A abscissa do ponto de mínimo da relação parabólica entre P e G é 0,207, bem abaixo do menor valor de G observado (0,418), mostrando que para o intervalo onde estão as observações a relação entre P e G estabelecida pela equação de regressão corresponde a um arco de curva crescente e convexo.

Para φ, foi obtida a seguinte equação:

$$\varphi = -0{,}130 + \underset{(87{,}8)}{0{,}212}\,\frac{1}{m} + \underset{(15{,}5)}{0{,}198}\,G$$

com $R^2 = 0{,}956$.

Esses resultados mostram que há uma relação muito estreita entre as medidas de pobreza absoluta e a média e a desigualdade da distribuição de renda entre as famílias. De acordo com o que foi discutido anteriormente, isso demonstra que há certa regularidade na forma da distribuição de renda.

4.2 - A distribuição das pessoas economicamente ativas de acordo com seu rendimento, no Brasil, no período 1979/90

Com base nos dados do Censo Demográfico de 1980 e das PNADs foram obtidas medidas de tendência central, desigualdade e pobreza absoluta referentes à distribuição das pessoas economicamente ativas no Brasil de acordo com seu rendimento mensal, para o período 1979/90 [ver Hoffmann (1992*b*)]. As medidas referentes a 1982 não foram incluídas na análise porque o IBGE não divulgou os rendimentos médios por estrato para este ano devido a problemas na coleta das informações. Dispomos, portanto, de séries de valores da proporção de pobres (H), do índice de pobreza de Sen (P), do índice de pobreza de Foster, Greer e Thorbecke (φ), do rendimento médio (m) e do índice de Gini (G) para 11 anos, como mostra a tabela a seguir.

Rendimento médio (m)*, índice de Gini* (G)*, proporção de pobres* (H)*, índice de pobreza de Sen* (P) *e índice de Foster, Greer e Thorbecke* (φ) *para a distribuição de renda entre pessoas economicamente ativas com rendimento, no Brasil, de 1979 a 1990, adotando uma linha de pobreza igual a um salário mínimo de agosto de 1980*[a]

Ano	m^b	G	H	P	φ
1979[c]	2,68	0,585	0,376	0,210	0,0891
1980	2,93	0,592	0,342	0,178	0,0703
1981[d]	2,59	0,572	0,370	0,213	0,0924
1983[d]	2,21	0,591	0,476	0,280	0,1240
1984[d]	2,19	0,586	0,477	0,282	0,1253

(continua)

Ano	m^b	G	H	P	φ
1985[d]	2,54	0,599	0,427	0,251	0,1113
1986[d]	3,55	0,589	0,301	0,142	0,0525
1987[d]	2,73	0,595	0,393	0,227	0,0991
1988[d]	2,69	0,617	0,425	0,257	0,1168
1989[d]	3,19	0,636	0,399	0,227	0,0975
1990[d]	2,60	0,607	0,436	0,256	0,1135

FONTE: Hoffmann (1992*b*), exclusive os valores de φ. Dados básicos das PNADs e, apenas para 1980, do Censo Demográfico.

[a] O valor real da linha de pobreza é mantido constante, utilizando como deflator o INPC restrito.

[b] Em múltiplos do salário mínimo de agosto de 1980, usando como deflator o INPC restrito.

[c] Excluindo a área rural da região VII (Norte e Centro-Oeste, excluindo o Distrito Federal).

[d] Excluindo a área rural da região Norte.

Foi necessário utilizar um deflator para uniformizar a unidade de medida do rendimento médio e da linha de pobreza nos vários anos, e adotou-se o INPC restrito com período de coleta ajustado ao mês civil para os meses anteriores a março de 1986. É preciso enfatizar que os valores do rendimento médio real e das medidas de pobreza absoluta são bastante afetados pela escolha do deflator. A linha de pobreza e a unidade de medida dos rendimentos médios são o valor do maior salário mínimo vigente em agosto de 1980 (que é o mês de referência do Censo Demográfico). As pessoas economicamente ativas sem rendimento foram excluídas da análise.

Uma explicação mais pormenorizada da metodologia de cálculo pode ser encontrada em Hoffmann (1992*b*). Cabe ressaltar que as PNADs de 1981 a 1990 não abrangem a área rural da região Norte e a PNAD de 1979 exclui a área rural da região VII (que abrange o Norte e o Centro-Oeste, exclusive o Distrito Federal). Cabe ressaltar, também, que as perguntas sobre rendimento nas PNADs e no Censo Demográfico de 1980 são diferentes. Apesar dessas limitações, consideramos válido utilizar as séries de 11 valores para analisar a relação entre as medidas de pobreza absoluta (P ou φ) e a média (m) e o índice de Gini (G) da distribuição.

Entre as equações ajustadas para explicar as variações de P em função de m e G, uma particularmente simples é:

$$P = -0{,}876 + \underset{(16{,}61)}{0{,}842}\,\frac{1}{m} + \underset{(8{,}77)}{1{,}323}\,G \tag{20}$$

com R^2 = 0,973. Apesar de sua simplicidade, esta equação explica mais de 97% das variações do índice de pobreza de Sen no período, mostrando como a pobreza absoluta varia inversamente com o rendimento médio e diretamente com a desigualdade da distribuição.

Mas a melhor equação obtida é:

$$P = 0{,}0078 - \underset{(-4{,}01)}{0{,}3095\, m} + \underset{(2{,}61)}{0{,}0351\, m^2} + \underset{(8{,}82)}{1{,}3375\, G} \tag{21}$$

com R^2 = 0,977. O coeficiente de m^2 é significativo ao nível de 5% e os dois outros coeficientes de regressão são significativos ao nível de 1%. A abscissa do ponto de mínimo da relação parabólica entre P e m é 4,41, maior do que todos os valores de m observados, mostrando que P é uma função decrescente de m no intervalo onde estão as observações.

Fazendo G igual ao valor da sua média aritmética (0,5972), a equação fica:

$$P = 0{,}8066 - 0{,}3095\, m + 0{,}03509\, m^2 \tag{22}$$

O Gráfico 7 apresenta a curva correspondente a esta equação e, para ilustrar a qualidade do ajustamento da equação (21) aos dados, mostra, também, os pontos obtidos adicionando à ordenada da curva o desvio entre o valor observado de P e a estimativa dada pela equaçãó (21), para cada um dos 11 valores observados de m.

Substituindo m pelo valor da sua média aritmética nos 11 anos (que é 2,718), a equação (21) reduz-se a:

$$P = -0{,}5744 + 1{,}3375\, G \tag{23}$$

O Gráfico 8 mostra a reta correspondente a esta equação e também os pontos obtidos adicionando à ordenada da reta o desvio entre o valor observado de P e a estimativa dada pela equação (21), para cada um dos 11 valores observados de G.

Verifica-se que tanto no Gráfico 7 como no Gráfico 8 o ponto mais afastado da função estimada é o referente a 1980. A análise dos resíduos da equação (21) mostra que o resíduo "studentizado" externamente referente a 1980 é igual a , que é um valor de t significativo ao nível de 1%. Tendo em vista que os dados para 1980 foram obtidos do Censo Demográfico e que para os demais anos os dados básicos são das PNADs, e lembrando que há diferenças metodológicas entre estes levantamentos, justifica-se introduzir na regressão uma variável binária para captar a influência dessas diferenças metodológicas.

Esta variável binária foi definida como $Z = 1$ para 1980 e $Z = 0$ para os demais anos. A equação ajustada é:

Gráfico 7

Relação entre o índice de pobreza de Sen (*P*) e o rendimento médio (*m*) nas séries históricas para o período 1979/90, referentes à distribuição de renda entre pessoas economicamente ativas no Brasil

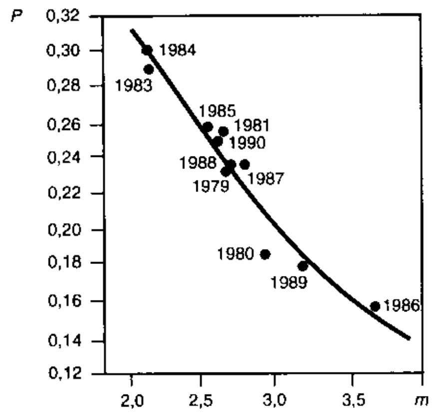
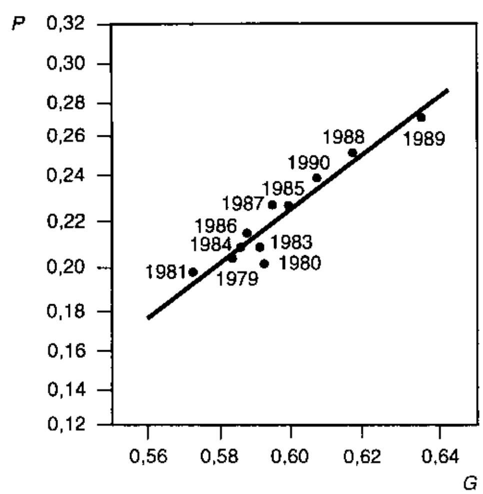


Gráfico 8

Relação entre o índice de pobreza de Sen (*P*) e o índice de Gini (*G*) nas séries históricas para o período 1979/90, referentes à distribuição de renda entre pessoas economicamente ativas no Brasil



$$P = -0{,}0339 \underset{(-5{,}95)}{-\ 0{,}2434\,m} \underset{(3{,}42)}{+\ 0{,}0242\,m^2} \underset{(16{,}02)}{+\ 1{,}2470\,G} \underset{(-4{,}72)}{-\ 0{,}0207\,Z} \tag{24}$$

com $R^2 = 0{,}995$. A abscissa do ponto de mínimo da relação parabólica entre P e m é 5,03, acima de todos os rendimentos médios observados, confirmando que P é uma função decrescente de m no intervalo relevante.

Considerando o índice de pobreza de Foster, Greer e Thorbecke como variável dependente no mesmo modelo, obteve-se a seguinte equação:

$$\varphi = -0{,}0848 \underset{(-3{,}04)}{-\ 0{,}0904m} \underset{(1{,}21)}{+\ 0{,}00622m^2} \underset{(11{,}36)}{+\ 0{,}6432G} \underset{(-4{,}49)}{-\ 0{,}0143Z} \tag{25}$$

com $R^2 = 0{,}991$. A abscissa do ponto de mínimo da relação parabólica entre φ e m é 7,26, bem acima de todos os rendimentos médios observados, mostrando que no intervalo onde estão as observações a equação ajustada corresponde a uma curva decrescente e convexa.

As equações (24) e (25) mostram, mais uma vez, que as mudanças no rendimento médio e na desigualdade da distribuição de renda explicam quase totalmente as variações dos índices de pobreza absoluta (P ou φ).

5 - Conclusão

Foram analisadas as relações entre as medidas de pobreza absoluta (proporção de pobres, índice de pobreza de Sen e índice de Foster, Greer e Thorbecke) e a média e a desigualdade da distribuição de renda, admitindo que esta distribuição fosse log-normal. A distribuição log-normal é relevante para esta análise porque constitui uma boa aproximação para distribuições de renda empiricamente observadas, especialmente quando se trata de rendas relativamente baixas. Para uma distribuição log-normal, verifica-se que a relação entre o índice de pobreza de Sen (P) ou o índice de pobreza de Foster, Greer e Thorbecke (φ) e o rendimento médio é uma curva decrescente e convexa, semelhante a um arco de hipérbole ou parte de um arco de parábola (ver Gráficos 3 e 5). Para este mesmo tipo de distribuição, verifica-se que a relação entre P ou φ e o índice de Gini (G), no intervalo relevante, é praticamente linear ou é uma curva crescente e convexa, também semelhante a um arco de parábola (ver Gráficos 4 e 6).

Se pudermos fazer modificações arbitrárias em uma dada distribuição de renda, em geral será possível alterar o rendimento médio ou o índice de Gini da distribuição sem modificar os valores da proporção de pobres (H) ou dos índices P e φ. Entretanto, se fixarmos o tipo de distribuição (log-normal, por exemplo), então as medidas de pobreza absoluta (H, P ou φ) passam a ser funções do rendimento médio (m) e da desigualdade da distribuição.

Tanto a análise de dados sincrônicos (valores de m, G, P e φ para 360 MRH do Brasil, em 1980, para a distribuição de renda entre famílias) como a análise de séries temporais para o período 1979/90 (considerando a distribuição de renda entre pessoas economicamente ativas no Brasil) mostraram que há uma relação muito estreita estabelecendo como P ou φ variam em função de m e G. Conclui-se, então, que há certa regularidade na distribuição de renda no Brasil, nas regiões do país e ao longo do tempo. Apesar das mudanças substanciais na média e na desigualdade, há certa estabilidade na forma de distribuição, que permanece semelhante a uma log-normal. É esta estabilidade na forma da distribuição que faz com que haja uma relação funcional quase exata entre uma medida de pobreza absoluta (P ou φ), o rendimento médio e uma medida da desigualdade da distribuição. Os resultados sugerem que a distribuição log-normal constitui uma boa primeira aproximação da forma da distribuição de renda no Brasil, tendo em vista analisar como as medidas de pobreza absoluta variam em função da média e da desigualdade da distribuição.

A idéia de que existe certa estabilidade na forma da distribuição de renda foi inicialmente estabelecida por Pareto (1897), que examinou dados sobre a distribuição de renda em vários países e cidades da Europa, de 1471 a 1894, e concluiu que a forma da distribuição era extraordinariamente estável, dependendo muito pouco das condições econômicas. Ele compara a estabilidade da forma da distribuição de renda com a regularidade da forma dos cristais de uma substância química e afirma que se deveria procurar na "natureza humana" a causa principal do fenômeno. Pareto tira conclusões extremamente conservadoras da sua análise, criticando as propostas de reduzir a pobreza por meio da redistribuição de renda.

É desnecessário dizer que não endossamos as conclusões conservadoras de Pareto. Sabe-se que o desenvolvimento econômico pode ocorrer com graus bastante diferenciados de desigualdade.[3] Mas, quando se analisa a distribuição de renda em um país (Brasil), a sua estrutura econômica (incluindo o padrão de distribuição da riqueza), desenvolvida ao longo de sua história, condiciona a distribuição de renda em todo o território nacional. Além disso, esta estrutura econômica e social que condiciona a distribuição de renda é bastante estável. Entretanto, nada disso justifica atitudes conformistas ou fatalistas: é possível mudar.[4]

Abstract

The paper analyses, for a given poverty line, how the headcount ratio of the poor, Sen's poverty index and the poverty measure of Foster, Greer and Thorbecke vary with the mean income and the Gini index of the income distribution. It is shown that the mean income or the inequality of the income distribution can change without any impact on those measures of absolute poverty.

3 Ver a discussão de Lange (1967, p.151-169) sobre a curva de Pareto e, também, Chenery *et alii* (1974).

4 Como exemplo da possibilidade de mudanças e, ao mesmo tempo, da dificuldade de implementá-las, cabe lembrar o processo político, social e econômico que está ocorrendo na África do Sul.

However, if the income distribution is lognormal, those measures of poverty are functions of the mean income and the Gini index. The paper analyses the form of these functions. Finally, the relationship between absolute poverty, mean income and the Gini index is analysed for the data on income distribution in 360 microrregions of Brazil in 1980 and also for data on income distribution in Brazil during the period 1979/90.

Bibliografia

AITCHISON, J., BROWN, J. A. C. *The lognormal distribution, with special reference to its uses in economics.* New York: Cambridge University Press, 1957.

CHENERY, H. *et alii. Redistribution with growth.* Oxford University Press, 1974.

FOSTER, J. C., GREER, J., THORBECKE, E. A class of decomposable poverty measures. *Econometrica*, v. 52, n. 3, p. 761-766, 1984.

FOSTER, J. E., SHORROCKS, A. F. Poverty orderings. *Econometrica,* v. 56, n. 1, p. 173-177, 1988*a*.

——————. Poverty orderings and welfare dominance. *Social Choice and Welfare*, v. 5, p. 179-198, 1988*b*.

——————. Inequality and poverty orderings. *European Economic Review, v.*32, p. 654-662, 1988*c*.

HOFFMANN, R. *Medidas de concentração de uma distribuição e a desigualdade econômica em uma sociedade.* Piracicaba: Esalq/USP, Departamento de Economia e Sociologia Rural, 1976 (Série Estudos, 20).

——————. Distribuição da renda e pobreza na agricultura brasileira. In: DELGADO, G. C., GASQUES, J. C., VILLA VERDE, C. M. (orgs.). *Agricultura e políticas públicas.* Brasília: IPEA, 1990 (Série IPEA, 127).

——————. Vinte anos de desigualdade e pobreza na agricultura brasileira. *Revista de Economia e Sociologia Rural,* v. 30, n. 2, p. 97-113, 1992*a*.

——————. *Desigualdade e pobreza no Brasil no período 1979-90.* Trabalho apresentado no XIV Encontro Brasileiro de Econometria. Campos do Jordão: Sociedade Brasileira de Econometria, v. 11, p. 311-336, dez. 1992*b*.

——————. Desigualdade e pobreza na agricultura de Goiás: 1970-1990. *Revista de Economia e Sociologia Rural*, v. 32, n. 3, p. 237-254, 1994.

——————. *Relações entre pobreza absoluta, renda média e desigualdade da distribuição da renda.* Piracicaba: Esalq/USP, Departamento de Economia e Sociologia Rural, 1995 (Relatório de Pesquisa para o CNPq).

HOFFMANN, R., KAGEYAMA, A. Distribuição da renda no Brasil, entre famílias e entre pessoas, em 1970 e 1980. *Estudos Econômicos*, v. 16, n.1, p. 25-51, jan./abr. 1986.

LANGE, O. *Introdução à econometria.* Ed. Fundo de Cultura, 1967.

PARETO, V. *Cours d' économie politique.* Paris: F. Pichon, 1897.

SEN, A. Poverty: an ordinal approach to measurement. *Econometrica*, v. 44, n. 2, p. 219-231, 1976.

(Originais recebidos em janeiro de 1995. Revistos em março de 1995.)