

ESTIMAÇÃO DAS TABELAS AUXILIARES DE IMPOSTOS E MARGENS DA MATRIZ DE INSUMO-PRODUTO COM MÍNIMA PERDA DE INFORMAÇÃO: ALGORITMO RAWs¹

Thiago Sevilhano Martinez²

O artigo desenvolve o algoritmo RAWs para estimar as tabelas auxiliares de impostos indiretos e margens das matrizes de insumo-produto (MIPs) de 2000 e 2005. O RAWs é derivado a partir de um problema de minimização de perda de informação, que explora a estrutura de dados das MIPs e Tabelas de Recursos e Usos (TRUs) divulgadas pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). São incorporados avanços recentes da literatura internacional de métodos de balanceamento de matrizes, especialmente a generalização do RAS para tabelas com células negativas. Ademais, as tabelas oficiais que compõem as MIPs de 2000 e 2005, compatíveis com a revisão 2004-2005 das Contas Nacionais, são ajustadas para adequá-las à revisão 2005-2009 das TRUs.

Palavras-chave: insumo-produto; Contas Nacionais; RAS; balanceamento de matrizes.

JEL: D57, C67, E01

1 INTRODUÇÃO

A matriz de insumo-produto (MIP) é uma fonte de informações privilegiada para a mensuração de encadeamentos entre os setores de uma economia, pois apresenta, de maneira integrada, as relações de compra e venda entre setores produtivos no consumo intermediário, separando-as da destinação aos componentes da demanda final. Pode ser aplicada em diversos estudos que procuram mensurar efeitos sobre a economia como um todo de choques específicos, por exemplo, sobre setores como agricultura e indústria.

Como subprodutos do processo de construção de uma MIP, são geradas tabelas auxiliares de absorção de importações, impostos indiretos e margens de comércio e transporte pelos setores produtivos e da demanda final, as quais podem ser utilizadas separadamente da MIP, em aplicações específicas. Por exemplo, no caso da tabela de importações, para separar o efeito de um choque sobre a produção interna da variação na demanda atendida por

1. O autor agradece a Umed Temurshoev e Marcel Timmer pela cessão da rotina SUT-RAS apresentada em Temurshoev e Timmer (2011), que serviu de referência para a programação das rotinas em Matlab deste artigo. Agradece também às sugestões de Gabriel Coelho Squeff, de participantes de seminário no Ipea e do parecerista anônimo da revista. Todos os eventuais erros presentes no texto são de responsabilidade do autor.

2. Técnico de Planejamento e Pesquisa da Diretoria de Estudos e Políticas Macroeconômicas (Dimac) do Ipea. *E-mail:* thiago.martinez@ipea.gov.br.

importações (Dietzenbacher, Albino e Kuhtz, 2005); e, no caso das tabelas de impostos, para estudar a incidência dos diferentes impostos indiretos em cadeias produtivas (Siqueira, Nogueira e Souza, 2001). Neste artigo, é proposto um novo método para a estimação das tabelas auxiliares da MIP no Brasil, as quais, além de terem utilidade em aplicações específicas, podem ser empregadas para melhorar a estimação da MIP nos anos em que ela não é divulgada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

No Brasil, para a década de 1990, sob a referência 1985 do Sistema de Contas Nacionais (SCN/1985), o IBGE divulgou MIPs anuais de 1990 a 1996, incluindo todas as tabelas auxiliares estimadas para cada ano. Entretanto, para a referência 2000 do SCN, foram publicadas somente as MIPs referentes aos anos 2000 e 2005, e a única tabela auxiliar divulgada para esses dois anos foi a de importações. Assim, a defasagem na disponibilidade de dados oficiais, que já é grande no caso da MIP, ultrapassa quinze anos no caso das tabelas auxiliares de impostos e margens. Isso prejudica não só estudos que fazem uso direto dessas tabelas auxiliares mas também a estimação de MIPs por métodos de projeção de matrizes para anos mais recentes.

O objetivo deste artigo é apresentar o método RAWs, desenvolvido para a estimação de todas as tabelas auxiliares dos anos 2000 e 2005, assim como as próprias tabelas estimadas pelo método. O procedimento é assim denominado em referência ao clássico método RAS da literatura de projeção de matrizes. Trata-se de um método flexível, derivado a partir de um problema de minimização de perda de informação, com o propósito de empregar toda a informação disponível nas MIPs e nas Tabelas de Recursos e Usos (TRUs) que seja relevante para a estimação eficiente das tabelas auxiliares. A solução do problema incorpora o tratamento mais adequado a células negativas das matrizes proposto no RAS generalizado (Junius e Oosterhaven, 2003).

Secundariamente, além de derivar o RAWs e utilizá-lo para estimar as tabelas auxiliares desses dois anos, o artigo apresenta um procedimento para correção das próprias MIPs de 2000 e 2005 divulgadas pelo IBGE. Calculadas a partir das TRUs da revisão 2004-2005 das Contas Nacionais, as MIPs de 2000 e 2005 apresentam pequenas incompatibilidades com as TRUs da revisão 2005-2009, a mais recente disponibilizada pelo IBGE. Como as MIPs não foram recalculadas para acompanhar as novas TRUs, será apresentado um procedimento para fazer este ajuste.

Como forma de avaliar os resultados do RAWs, o mesmo foi aplicado também ao ano de 1996, com alguns ajustes necessários impostos pelas diferenças dos dados. Este foi o último ano para o qual o IBGE divulgou todas as tabelas auxiliares, permitindo a comparação das tabelas estimadas com as originais. O desempenho do RAWs é comparado com o do método de Guilhoto e Sesso-Filho (2005), por meio de medidas de distância entre matrizes.

Além da introdução, este artigo contém mais seis seções. Na segunda seção, são discutidos aspectos conceituais da estimação das tabelas auxiliares no Brasil. Na terceira seção, são apresentadas as estimativas iniciais das tabelas. Na quarta, é derivado o método RAWs como um problema de minimização de perda de informação. Na quinta seção, são apresentados os procedimentos de correção das MIPs de 2000 e 2005 e as etapas do algoritmo RAWs. Na sexta, analisa-se o desempenho do RAWs por sua aplicação a 1996. Por fim, a conclusão discute as contribuições empíricas e metodológicas do artigo, sugerindo extensões futuras.

As tabelas auxiliares estimadas e as MIPs corrigidas para os anos de 2000 e 2005, assim como as rotinas do algoritmo RAWs em Matlab, estão disponibilizadas como um apêndice virtual do artigo.

2 ESTIMAÇÃO DAS TABELAS AUXILIARES DA MIP NO BRASIL: ASPECTOS CONCEITUAIS

Para a construção de uma MIP, que relaciona setores a setores, são empregadas informações das TRUs, que relacionam produtos a setores. A tabela de recursos mostra o quanto de cada produto é gerado por cada setor de atividade, enquanto a tabela de usos mostra as compras destes produtos por cada setor de atividade e pelos componentes da demanda final. Adotando hipóteses de identificação de produtos a setores, chega-se à MIP.

Enquanto a tabela de recursos usa o método de valoração a preços básicos e separa oferta nacional da importada, a tabela de usos, por sua vez, está valorada a preços ao consumidor e sem separação da demanda por produtos nacionais e importados. Para chegar-se à MIP, é necessário eliminar essa diferença de valoração, mediante a estimação da tabela de usos de produtos nacionais a preços básicos. Para tanto, da tabela de usos original devem ser retirados a demanda por produtos importados e os elementos que são somados aos preços básicos para chegar aos preços de

consumidor, que são os impostos indiretos e margens.³ Entretanto, os valores de importações, margens e impostos são fornecidos nas TRUs apenas no total por produto, sem discriminação do quanto corresponde às vendas do produto para cada setor e para a demanda final. Assim, é necessário estimar tabelas auxiliares para a distribuição dessas margens, impostos e importações, para então deduzi-las de cada célula da matriz de usos a preços ao consumidor e chegar à tabela de usos a preços básicos com oferta nacional.

No Brasil, o IBGE divulgou as TRUs anualmente como parte do SCN/2000. Na revisão 2005-2009 das Contas Nacionais, a mais recente na data de conclusão deste texto, as TRUs são apresentadas em três níveis de desagregação: 12 setores por 12 produtos, 43 setores por 80 produtos e 56 setores por 110 produtos (IBGE, 2011). No SCN/2000, a MIP foi divulgada para 2000 e 2005 com base nas TRUs da revisão 2004-2005, nos níveis de desagregação 12 setores por 12 produtos e 55 setores por 110 produtos (IBGE, 2007a, 2008).⁴

O procedimento empregado pelo IBGE para a construção da tabela de usos a preços básicos com oferta nacional a partir das TRUs é exposto nas notas técnicas da MIP 2000/2005 (IBGE, 2008). Os totais por produto de importações, impostos e margens estão disponíveis na tabela de recursos de bens e serviços. As tabelas auxiliares, que distribuem esses totais por produto aos setores de atividade e componentes da demanda final que demandam cada produto, são calculadas pelos métodos a seguir.

- 1) As importações de bens e serviços são distribuídas pelas atividades consumidoras e componentes da demanda final por meio do *software* ERETES, utilizado na elaboração das Contas Nacionais, que combina informações de diversas bases de dados acessíveis ao IBGE.
- 2) O imposto de importação é distribuído proporcionalmente à tabela auxiliar das importações.

3. O conceito de margem é definido pelo IBGE (2007b) como um complemento de produção entre o momento e o lugar de fabricação de um bem e sua disponibilização ao comprador final. A margem de comércio é igual ao saldo das vendas do comércio menos as aquisições para revenda, mais a variação dos estoques para revenda. A margem de transporte é contabilizada quando o comprador arca explicitamente com o custo de transporte da mercadoria, mesmo que este seja feito pelo próprio vendedor.

4. Nas revisões das Contas Nacionais posteriores a 2004-2005, o setor "1106. Outros serviços" das TRUs foi desagregado nos setores "1106. Serviços prestados às famílias e associativas" e "1107. Serviços domésticos", aumentando de 55 para 56 o número de setores. Neste estudo, esses dois setores são agregados novamente para manter a compatibilidade com as MIPs originais do IBGE.

- 3) Para a distribuição das margens de comércio e de transporte, assim como dos outros impostos menos subsídios, são calculados coeficientes pela relação entre preços básicos e preços ao consumidor observada nas margens e outros impostos totais por produto. Multiplicando a tabela de usos a preço de consumidor por tais coeficientes, formam-se as tabelas auxiliares correspondentes.
- 4) Os critérios de distribuição do Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços (ICMS) e do Imposto sobre Produtos Industrializados (IPI) não são explicados nas notas metodológicas.

Nota-se que as tabelas auxiliares são calculadas não só com dados das TRUs mas também de outras fontes não disponíveis ao público em geral, e parte dos procedimentos não é esclarecida. Além disso, como a MIP é obtida a partir da tabela de usos a preços básicos com oferta nacional, e esta é calculada como um resíduo da tabela de usos a preços de consumidor menos as tabelas auxiliares, boas estimativas para as tabelas auxiliares são essenciais para a construção adequada da MIP.

Uma vez que as TRUs são disponibilizadas em periodicidade anual, métodos para a estimativa anual de MIPs são, de fato, métodos para a estimação das tabelas auxiliares. No Brasil, a metodologia para estimação anual da MIP mais empregada em estudos empíricos é a proposta por Guilhoto e Sesso-Filho (2005). Em Guilhoto e Sesso-Filho (2010), a metodologia é adaptada para o SCN/2000, uma vez que o artigo original usa dados de 1994 e 1996, enquadrados na referência 1985 do SCN. Nesse método, a MIP estimada para cada ano é independente das matrizes oficiais divulgadas para anos anteriores, pois somente informações das TRUs do respectivo ano são utilizadas. Todas as tabelas auxiliares são calculadas pelo mesmo procedimento, que consiste em distribuir os totais por produto de impostos, margens e importações conforme a mesma proporção da distribuição dos totais por linha na tabela de usos a preços de consumidor. Há somente uma pequena diferença nas tabelas de importações e imposto de importação, pois nestas os valores da coluna da demanda final Exportação de bens e serviços são desconsiderados no cálculo das proporções.

Como será observado na seção 3, o problema com esse método está em tratar igualmente a construção de todas as tabelas auxiliares, quando na verdade a análise da estrutura dos dados disponíveis nas TRUs, nas MIPs

de 2000/2005 e nas MIPs da década de 1990 revela particularidades que devem ser consideradas na estimação de cada uma. Entretanto, os ganhos potenciais com o uso dessas particularidades são mais relevantes quando as MIPs são estimadas por métodos de projeção nos quais não só informações das TRUs do ano corrente são consideradas mas também a estrutura das MIPs de anos anteriores.

O chamado método RAS (Stone, 1962) é o mais popular dos algoritmos para balanceamento e projeção de matrizes. Trata-se de um método biproporcional, no qual uma matriz é estimada a partir de uma projeção inicial (matriz A) e de totais conhecidos de somas nas linhas e colunas (vetores R e S , respectivamente). No algoritmo do RAS, os totais nas linhas são distribuídos seguindo as proporções da projeção inicial; a seguir, os totais nas colunas são distribuídos conforme as proporções do passo anterior; depois, novamente o total da linha é redistribuído pela proporção do último passo e assim sucessivamente, até que os erros nas linhas e colunas sejam inferiores a certo patamar estabelecido.

Entre as diversas variantes do RAS original desenvolvidas na literatura (Miller e Blair, 2009, cap. 7; Temurshoev, Webb e Yamano, 2011), destaca-se a contribuição de Junius e Oosterhaven (2003). Os autores apresentam um algoritmo RAS modificado, denominado RAS generalizado (GRAS), que aceita valores negativos no balanceamento. Aprimoramentos no GRAS são introduzidos por Lenzen, Wood e Gallego (2007) e Huang, Kobayashi e Tanji (2008), que corrigem problemas do GRAS relacionados a entradas nulas na estimativa inicial e à especificação do problema de minimização de perda de informação.⁵

Para aplicar o RAS original na projeção de MIPs, o ideal seria estimar individualmente cada tabela auxiliar, tomando como projeção inicial a respectiva tabela de um ano conhecido e adotando o RAS com base em totais de somas nas linhas e colunas, se estes pudessem ser obtidos a partir das TRUs. Dessa forma, a tabela de usos nacional a preços básicos poderia ser calculada como resíduo da tabela de usos a preços de consumidor menos a soma destas estimativas das tabelas auxiliares. A dificuldade em adotar esse

5. Uma crítica à estimação de MIPs pelo RAS é que a natureza puramente mecânica do método não considera aspectos econômicos na atualização dos coeficientes. Por esse motivo, tem crescido a utilização dos métodos híbridos (Miller e Blair, 2009, cap. 7), que combinam diferentes informações disponíveis com as propriedades matemáticas do RAS, como é o caso do algoritmo RAWs deste artigo.

procedimento está no desconhecimento das somas nas colunas por tabela auxiliar no ano estimado, pois somente as somas nas linhas são conhecidas a partir das TRUs.

Para o Brasil, uma solução para esse problema foi proposta por Grijó e Berni (2006), que sugerem uma versão modificada do RAS para projetar a MIP. O aspecto inovador desse estudo é a modificação do RAS original para ajustá-lo aos dados disponíveis das MIPs do SCN/1985 na década de 1990. Os autores sugerem que a restrição de soma nas colunas seja substituída por uma restrição de soma, célula a célula, de todas as tabelas auxiliares com a tabela de usos nacional a preços básicos, que deve ser igual à tabela de usos a preços de consumidor.

Contudo, essa metodologia não é diretamente aplicável aos dados do SCN/2000, pois ela requer o conhecimento das tabelas auxiliares para o ano de referência da projeção, e apenas a tabela de usos a preços básicos e a tabela de importações são divulgadas pelo IBGE para 2000 e 2005. Pelo método RAWs, desenvolvido nas próximas seções, as outras tabelas auxiliares serão estimadas para 2000 e 2005, fazendo uso de toda a informação disponível. Assim, estas tabelas poderão ser empregadas em estudos posteriores para a projeção anual da MIP no SCN/2000, além de terem sua própria utilidade em aplicações específicas.

3 DEFINIÇÕES, DADOS DISPONÍVEIS E ESTIMATIVAS INICIAIS

3.1 Definições e dados disponíveis

Na MIP divulgada pelo IBGE (2008) para 2000 e 2005, a maior parte das tabelas auxiliares não foi apresentada, diferentemente do que ocorreu nas MIPs da década de 1990, em que todas as tabelas auxiliares foram apresentadas, inclusive com separação da distribuição de margens e impostos entre produtos nacionais e importados. Do conjunto de dados relevante aos propósitos deste artigo, as seguintes tabelas são divulgadas junto às MIPs do SCN/2000:

- recursos de bens e serviços, a preços básicos, na qual constam os vetores com os totais por produto de impostos e margens ($q_K = [q_i^K]$, onde K é o indexador do tipo de margem ou imposto);
- usos de bens e serviços a preço de consumidor ($V = [v_{ij}]$);

- oferta e demanda de produtos importados, que é a tabela auxiliar das importações ($X_{IM} = [x_{ij}^{IM}]$);
- oferta e demanda da produção a preço básico, que é a tabela de usos a preços básicos ($X_U = [x_{ij}^U]$);

A partir dessas tabelas disponíveis, pode-se calcular a matriz $H^* = [h_{ij}^*]$:

$$H^* = V - X_U - X_{IM} \quad (1)$$

Para os anos de referência, o problema consiste em estimar seis tabelas de passagem, referentes à distribuição do:

- imposto de importação ($X_{TM} = [x_{ij}^{TM}]$);
- ICMS ($X_{TC} = [x_{ij}^{TC}]$);
- IPI ($X_{TP} = [x_{ij}^{TP}]$);
- outros impostos líquidos de subsídios ($X_{TS} = [x_{ij}^{TS}]$);
- margens de comércio ($X_{MC} = [x_{ij}^{MC}]$); e
- margens de transporte ($X_{MT} = [x_{ij}^{MT}]$).

As matrizes H^* , V e X_K , com $k \in K = \{U, IM, TM, TC, TP, TS, MC, MT\}$, têm dimensão $n \times m$, com os produtos indexados por $i = \{1, \dots, n\}$ nas linhas e os setores de atividade e demanda final indexados por $j = \{1, \dots, m\}$ nas colunas. Os vetores q_k têm dimensão $n \times 1$. Nas tabelas do SCN/2000 utilizadas neste artigo, $n = 110$ e $m = 61$, os 55 setores de atividade mais seis setores de demanda final. No texto, porém, as equações são mantidas com n e m para expressar o método de forma mais geral.

Como a tabela de usos a preços ao consumidor é igual à soma da tabela de usos a preços básicos com as tabelas de passagem, tem-se que a matriz H^* é igual à soma das seis tabelas de passagem desconhecidas:

$$X_{TM} + X_{TC} + X_{TP} + X_{TS} + X_{MC} + X_{MT} = H^* \quad (1^*)$$

A tabela referente ao imposto de importação X_{TM} é estimada separadamente das outras, a partir da tabela de importações X_{IM} . Na sequência, pode-se definir a matriz H :

$$H = H^* - X_{TM} = V - X_U - X_{IM} - X_{TM} \quad (2)$$

Concluindo-se que:

$$X_{TC} + X_{TP} + X_{TS} + X_{MC} + X_{MT} = H \quad (3)$$

Em outros termos, se $H = [h_{ij}]$ e $X_K = [x_{ij}^k]$, com $k \in K = \{TC, TP, TS, MC, MT\}$, :

$$\sum_{k \in K} x_{ij}^k = h_{ij} \quad (4)$$

No restante desta seção, serão apresentados os procedimentos para as estimativas iniciais das seis tabelas auxiliares. É apresentada também a estimativa final da tabela de imposto de importações, para a qual serão empregadas as matrizes X_{IM} , H^* e o vetor q_{TM} .

As estimativas finais das demais cinco tabelas auxiliares serão obtidas conjuntamente por meio do método RAWs, derivado na próxima seção. As matrizes R do balanceamento resultarão das restrições na soma das linhas das tabelas auxiliares, determinadas pelos vetores q_K , com $K = \{TC, TP, TS, MC, MT\}$. A matriz W representa no algoritmo a restrição de que a soma, célula a célula, dessas cinco tabelas auxiliares deve ser igual à matriz H , conforme as equações (3) e (4). Essa restrição de soma das tabelas foi inspirada em Grijó e Berni (2006). Já as matrizes S , que derivam de restrições de soma nas colunas, são menos óbvias. Para as tabelas de margem de comércio X_{MC} e margem de transporte X_{MT} , a soma será nula em cada coluna.

$$\sum_{i=1}^n x_{ij}^{MC} = \sum_{i=1}^n x_{ij}^{MT} = 0 \quad (5)$$

Isso ocorre porque, para cada setor de atividade ou demanda final, a soma das margens de comércio pagas nas compras do setor é lançada com sinal negativo no produto 060101. Comércio, enquanto a soma das margens de transporte é lançada com sinal negativo no produto 070101. Transporte de carga. O balanceamento nas colunas dessas duas matrizes pode, portanto, ser feito isoladamente. Entretanto, as somas nas colunas não são conhecidas para cada uma das três matrizes de impostos. E pelas equações (3) e (4), sabe-se que as somas nas colunas das cinco tabelas auxiliares devem ser iguais às somas nas respectivas colunas da matriz H . Como as somas nas colunas das matrizes de margens de comércio e de transporte são nulas por definição – equação (5) –, conclui-se que a soma na coluna dos três tipos de tabelas de impostos X_{TC} , X_{TP} e X_{TS} para cada setor demandante deve ser igual à soma na coluna da matriz H referente ao mesmo setor, designada por $h_j = \sum_{i=1}^n h_{ij}$:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k \in K} x_{ij}^k = \sum_{i=1}^n (x_{ij}^{TC} + x_{ij}^{TP} + x_{ij}^{TS}) = h_j \quad (6)$$

Por fim, ainda observa-se uma particularidade nos dados das MIPs, da qual resultam informações adicionais ao balanceamento da tabela X_{MC} de margens de comércio. Conforme as tabelas de recursos dos anos de referência, o produto 060101. Comércio, para o qual é alocada a soma das margens de comércio, não sofre incidência de imposto de importação, nem de qualquer dos outros três tipos de impostos, nem de margens de transporte. Ou seja, para a linha referente a esse produto, a diferença entre a tabela de usos a preços ao consumidor e a tabela de usos a preços básicos é dada apenas pelas margens de comércio mais as importações. Como as tabelas de usos a preços básicos, usos a preços ao consumidor e importações são conhecidas para os anos de 2000 e 2005, deduz-se que o total de margens de comércio pagas por cada setor demandante é conhecido. Ele é igual à linha do produto 060101. Comércio na matriz H . Essa linha será utilizada como restrição de soma nas colunas da matriz de margem de comércio, resultando na matriz S relacionada. Cabe apontar que o mesmo não é válido para a matriz de margens de transporte porque sobre o produto 070101. Transporte de carga incidem ICMS e outros impostos menos subsídios.

3.2 Imposto de importações (A_{TM}, X_{TM})

Para a estimação da tabela referente ao imposto de importações, a estimativa inicial de X_{TM} será designada por A_{TM} . Seja $A_{TM} = [a_{ij}^{TM}]$, define-se:

$$a_{ij}^{TM} = \begin{cases} 0, & \text{para } h_{ij}^* = 0 \\ 0, & \text{para } j = \text{exportação} \\ x_{ij}^{TM}, & \text{para os demais casos} \end{cases} \quad (7)$$

A terceira parte da definição citada corresponde ao método de cálculo da tabela do imposto de importações descrito nas notas metodológicas da MIP (IBGE, 2008), que consiste em distribuir o imposto de importação sobre cada produto (q_{TM}) conforme as proporções da distribuição da importação de cada produto na tabela X_{IM} . As duas partes anteriores da definição se mostraram necessárias para a estimação consistente da tabela.

A primeira condição é necessária porque, quando $h_{ij}^* = 0$, se $a_{ij}^{TM} > 0$ tem-se obrigatoriamente $h_{ij} = h_{ij}^* - a_{ij}^{TM} < 0$. Nesse caso, $\sum_{k \in K} x_{ij}^k = h_{ij} < 0$, mas, como a grande maioria das células das tabelas auxiliares é não negativa, frequentemente chega-se a restrições que não podem ser atendidas, quando a soma de termos não negativos x_{ij}^k deve resultar em um valor negativo h_{ij} . Cabe dizer que as inconsistências que tornam necessária a imposição dessa condição decorrem em geral de erros de arredondamento, pois valores no intervalo $-0,5 < y < 0,5$, com $y \in \{v_{ij}, x_{ij}^U, x_{ij}^{IM}\}$, são arredondados para $y = 0$ pelo IBGE.

A segunda condição teve de ser imposta porque, para os dados do ano 2000, a soma na coluna referente ao setor da demanda final exportação de bens e serviços na tabela H^* é muito pequena, menor que a soma na mesma coluna da tabela A_{TM} quando tal condição não é imposta, de maneira que a soma nesta coluna para a tabela H se torna negativa. Como nas outras tabelas auxiliares a soma na coluna exportação de bens e serviços é sempre não negativa, o balanceamento se torna impossível sem tal condição. Esse problema não ocorre para os dados de 2005, mas essa condição foi mantida para preservar a metodologia homogênea.

A estimativa final da tabela de importações, $X_{TM} = [x_{ij}^{TM}]$, será calculada por:

$$x_{ij}^{TM} = \begin{cases} \frac{a_{ij}^{TM}}{\sum_{j=1}^m a_{ij}^{TM}} \cdot q_i^{TM}, & \text{se } \sum_{j=1}^m a_{ij}^{TM} \neq 0 \\ 0, & \text{se } \sum_{j=1}^m a_{ij}^{TM} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

3.3 ICMS e IPI (A_{TC} , A_{TP})

Para o caso das tabelas de ICMS e IPI, não há qualquer indicação de procedimento de cômputo nas notas metodológicas da MIP do SCN/2000. Nas estimativas preliminares deste estudo, essas tabelas receberam o mesmo tratamento das tabelas de margens e outros impostos menos subsídios, que é também o adotado por Guillhoto e Sesso-Filho (2005): a distribuição dos totais de ICMS e IPI nas linhas proporcional às células da tabela de usos a preços ao consumidor. Para testar essa estimativa preliminar, as somas nas colunas da tabela de impostos totais – formada pela junção das tabelas A_{TC} , A_{TP} e A_{TS} – foram comparadas com as somas nas respectivas colunas da matriz H de 2000 e 2005. Essa comparação é útil porque, como exposto na subseção 3.1, o vetor de soma nas colunas dos impostos totais deve ser igual ao vetor de soma nas colunas da matriz H . Ocorreu um padrão sistemático nos erros, com superestimação da distribuição de impostos em quase todos os setores da indústria e subestimação na maioria dos demais setores. Destacou-se, também, o setor exportações da demanda final, que, nos dois anos, recebeu uma alocação de impostos muito superior à correta.

Pela análise da estrutura das tabelas auxiliares disponibilizadas pelo IBGE para a década de 1990 (IBGE, 1999), notou-se que as tabelas de ICMS e IPI/Imposto sobre Serviços de Qualquer Natureza (ISS) – o ISS era lançado na mesma tabela do IPI – recebiam um tratamento diferenciado das demais com relação à distribuição dos impostos para a indústria e as exportações, o que explicava o padrão de erros observado na estimativa preliminar.

Para corrigir o problema, tentou-se projetar para 2000 as respectivas tabelas da MIP de 1996, a última disponível. Para tanto, como as MIPs do SCN/1985 têm 43 setores e 80 produtos enquanto no SCN/2000 são 55 setores e 110 produtos, foi empreendido um esforço de compatibilização das classificações. No SCN/2000, as TRUs também são apresentadas no

nível 43 por 80 e a série nesse nível foi retropolada até 1995 para garantir a comparabilidade. Entretanto, os dados dessa série retropolada não são compatíveis com a TRU original de 1996, à qual a MIP deste ano está associada. Assim, não foi possível concluir este procedimento.

A solução adotada consistiu em reproduzir nas estimativas iniciais o padrão verificado nas tabelas da década de 1990. Ao analisar as estruturas das tabelas auxiliares de ICMS e IPI em 1996, observa-se que tais impostos não são lançados a compras de setores da indústria e do componente Exportação de bens e serviços da demanda final. Entende-se que esse procedimento foi adotado porque estabelecimentos industriais têm direito a receber créditos de ICMS e IPI sobre as aquisições de insumos, e as exportações são isentas da incidência de ambos os tributos (Brasil, 1988, Artigo 153, § 3º e Artigo 155, § 2º, incisos I e X). A exceção é a distribuição de ICMS e IPI sobre a produção nacional do produto 1501. Papel, celulose, papelão e artefatos, pois, nessa linha, apenas às aquisições das exportações e do setor 15. Papel e gráfica não são alocados tais impostos. Pode-se interpretar que esse procedimento vincula-se à proibição de instituir tributos sobre o papel destinado à impressão de livros, jornais e periódicos, estabelecida na Constituição Federal (CF/1988), Artigo 150, inciso VI, alínea “d”.

Essas características das tabelas auxiliares de ICMS e IPI das MIPs da década de 1990 foram incorporadas na estimativa inicial dessas tabelas para as MIPs de 2000 e 2005, acrescidas de outras restrições necessárias ao balanceamento dos dados. Seja $\check{V} = [\check{v}_{ij}]$ uma matriz com tais restrições, que servirá de base para as estimativas iniciais e é definida por:

$$\check{v}_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{para } \begin{cases} j = \text{exportações} \\ j = \text{setores da indústria, exceto para:} \\ \quad \begin{cases} i = 030702. \text{ Papel e papelão (...)} \\ j = 0301. \text{ Alimentos e bebidas} \end{cases} \\ i = 030702. \text{ Papel(...)} \text{ e } j = 0308. \text{ Jornais (...)} \\ h_{ij} = 0 \end{cases} \\ v_{ij}, & \text{para demais casos} \end{cases} \quad (9)$$

As aquisições das exportações e dos setores da indústria, assim como as vendas do produto 030702. Papel e papelão, embalagens e artefatos, recebem tratamento conforme as MIPs da década de 1990.

O setor 0401. Eletricidade e gás, água, esgoto e limpeza urbana é considerado uma atividade industrial no SCN/2000, mas não era nas MIPs da década de 1990. Nas estimativas preliminares deste estudo, esse setor foi tratado como uma atividade não industrial na alocação de impostos. Entretanto, nesta circunstância, verificou-se que a soma total dos tributos nas colunas correspondentes ao setor, nas três matrizes, A_{TC} , A_{TP} e A_{TS} , foi muito superior ao montante correto de impostos que deveria ter sido alocado, conforme a soma na coluna correspondente da matriz H . Assim, esse setor foi tratado como os demais setores industriais.

Cabe apontar que o produto 1501. Papel, celulose, papelão e artefatos e o setor 15. Papel e gráfica, do nível de agregação 43 por 80, equivalem, respectivamente, a três produtos (030701. Celulose e outras pastas para fabricação de papel; 030702. Papel e papelão, embalagens e artefatos; e 030801. Jornais, revistas, discos e outros produtos gravados) e dois setores (0307. Celulose e produtos de papel e 0308. Jornais, revistas, discos), no nível de agregação 55 por 110 (Concla, 2011a, 2011b). Entretanto, com base na justificativa apresentada no Artigo 150 da CF/1988, esse tratamento diferenciado na distribuição de ICMS e IPI foi aplicado apenas ao produto 030702. Papel e papelão, embalagens e artefatos e ao setor 0308. Jornais, revistas, discos.

Quanto ao setor industrial 0301. Alimentos e bebidas, na primeira tentativa o algoritmo RAWs não convergia porque a zeragem na distribuição de ICMS e IPI às compras do setor impediu que fossem respeitadas algumas restrições de somas nas colunas, linhas e entre tabelas auxiliares envolvendo células das compras desse setor. Era necessário alocar uma quantia mínima desses impostos ao setor para que o balanceamento tivesse êxito. Assim, optou-se por simplesmente dar às colunas do setor nas tabelas A_{TC} e A_{TP} o mesmo tratamento dos setores não industriais.

Também não foram alocados impostos nas células correspondentes a $h_{ij} = 0$ na matriz H , restrição que será imposta a todas as cinco tabelas auxiliares submetidas a balanceamento conjunto pelo algoritmo RAWs. Isso é necessário porque, ao ocorrer $h_{ij} = 0$, mas $a_{ij}^{TC} > 0$ ou $a_{ij}^{TP} > 0$, como são

escassas as células negativas nas tabelas auxiliares, não é possível respeitar a restrição $\sum_{k \in K} x_{ij}^k = h_{ij} = 0$ com $k \in K = \{TC, TP, TS, MC, MT\}$, de maneira que o algoritmo não converge. Em particular, os componentes da demanda final Consumo da administração pública, Consumo das instituições sem fins lucrativos a serviço das famílias (ISFLSF) e Variação de estoque não sofrem incidência de ICMS e IPI, pois $h_{ij} = 0$ em todas as células das colunas correspondentes na matriz H .

Por fim, às demais células é atribuído o valor da célula correspondente na matriz de usos a preços de consumidor $V = [v_{ij}]$, cujas proporções na linha serão utilizadas para a distribuição das margens totais em $q_{TC} = [q_i^{TC}]$ e $q_{TP} = [q_i^{TP}]$.

Calculada a matriz $\dot{V} = [\dot{v}_{ij}]$ pela equação (9), as estimativas iniciais das tabelas de distribuição do ICMS ($A_{TC} = [a_{ij}^{TC}]$) e do IPI ($A_{TP} = [a_{ij}^{TP}]$) serão dadas, respectivamente, por:

$$a_{ij}^{TC} = \begin{cases} \frac{\dot{v}_{ij}}{\sum_{j=1}^m \dot{v}_{ij}} \cdot q_i^{TC}, & \text{se } \sum_{j=1}^m \dot{v}_{ij} \neq 0 \\ 0, & \text{se } \sum_{j=1}^m \dot{v}_{ij} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$a_{ij}^{TP} = \begin{cases} \frac{\dot{v}_{ij}}{\sum_{j=1}^m \dot{v}_{ij}} \cdot q_i^{TP}, & \text{se } \sum_{j=1}^m \dot{v}_{ij} \neq 0 \\ 0, & \text{se } \sum_{j=1}^m \dot{v}_{ij} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

3.4 Outros impostos líquidos de subsídios, margem de comércio e margem de transporte (A_{TS} , A_{MC} , A_{MT})

Para essas tabelas, há a descrição do procedimento de cálculo nas notas metodológicas da MIP (IBGE, 2008), já apresentado na seção 2. Neste artigo, foram conduzidos alguns testes para verificação de consistência do método. O procedimento aplicado é a distribuição dos totais de impostos ou margens por produto, contidos nos vetores $q_{TS} = [q_i^{TC}]$, $q_{MC} = [q_i^{MC}]$ e $q_{MT} = [q_i^{MT}]$, conforme as proporções em relação ao total na linha da tabela de usos a preços ao consumidor.

No primeiro teste, o procedimento foi aplicado aos dados do ano 1996, o último para o qual todas as tabelas de passagem da MIP foram divulgadas (IBGE, 1999). Para as tabelas de outros impostos – que em 1996 não incluíam os subsídios – e margem de transporte, a aderência do método foi muito elevada, com erros em poucas células e pequenos. Na tabela de margens de comércio, houve mais erros.

O segundo teste consistiu em comparar a soma nas colunas da matriz margem de comércio estimada por esse procedimento em 2000, com a linha referente ao produto 060101. Comércio na matriz H , que, como apresentado no início da seção, é igual aos valores corretos de totais por coluna de margem de comércio. O erro absoluto médio, em termos percentuais, foi de 20%, indicando que é necessário balancear a tabela.

Assim, o referido procedimento de cálculo, com poucos ajustes, foi empregado para calcular as estimativas iniciais dessas três tabelas, que, em seguida, serão submetidas a um balanceamento conjunto com as outras. A matriz que será empregada na distribuição dos totais nas linhas, $\ddot{V} = [\ddot{v}_{ij}]$, é a própria tabela de usos a preços ao consumidor $V = [v_{ij}]$, acrescida da restrição de não distribuir margens e impostos nas células em que $h_{ij} = 0$, por motivos iguais aos já expostos na subseção 3.3.⁶

$$\ddot{v}_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{para } h_{ij} = 0 \\ v_{ij}, & \text{para demais casos} \end{cases} \quad (12)$$

Desse modo, as estimativas iniciais das tabelas de outros impostos menos subsídios ($A_{TS} = [a_{ij}^{TS}]$), margens de comércio ($A_{MC} = [a_{ij}^{MC}]$) e margens de transporte ($A_{MT} = [a_{ij}^{MT}]$) serão dadas, respectivamente, por:

$$a_{ij}^{TS} = \begin{cases} \frac{\ddot{v}_{ij}}{\sum_{j=1}^m \ddot{v}_{ij}} \cdot q_i^{TS}, & \text{se } \sum_{j=1}^m \ddot{v}_{ij} \neq 0 \\ 0, & \text{se } \sum_{j=1}^m \ddot{v}_{ij} = 0 \end{cases} \quad (13)$$

6. Como $h_{ij} = 0$ para as colunas consumo da administração pública, consumo das ISFLSF e variação de estoque, esses componentes da demanda final também não sofrem incidência de outros impostos líquidos de subsídios e margens.

$$a_{ij}^{MC} = \begin{cases} \frac{\ddot{v}_{ij}}{\sum_{j=1}^m \ddot{v}_{ij}} \cdot q_i^{MC}, & \text{se } \sum_{j=1}^m \ddot{v}_{ij} \neq 0 \\ 0, & \text{se } \sum_{j=1}^m \ddot{v}_{ij} = 0 \end{cases} \quad (14)$$

$$a_{ij}^{MT} = \begin{cases} \frac{\ddot{v}_{ij}}{\sum_{j=1}^m \ddot{v}_{ij}} \cdot q_i^{MT}, & \text{se } \sum_{j=1}^m \ddot{v}_{ij} \neq 0 \\ 0, & \text{se } \sum_{j=1}^m \ddot{v}_{ij} = 0 \end{cases} \quad (15)$$

4 MÉTODO RAWs

4.1 Problema de minimização de perda de informação

As estimativas iniciais das tabelas auxiliares são agrupadas na matriz A , que será balanceada por um algoritmo derivado de um problema de minimização de perda de informação, resultando em uma matriz X que agrega as estimativas finais das tabelas auxiliares. Também são agrupados os vetores de margens e impostos q_K . Assim, dadas as definições na seção anterior das tabelas e vetores A_K , X_K e q_K , define-se:

$$A = [a_{ij}^k] = \begin{bmatrix} A_{TC} \\ A_{TP} \\ A_{TS} \\ A_{MC} \\ A_{MT} \end{bmatrix}, X = [x_{ij}^k] = \begin{bmatrix} X_{TC} \\ X_{TP} \\ X_{TS} \\ X_{MC} \\ X_{MT} \end{bmatrix}, q_n = [q_i^k] = \begin{bmatrix} q_{TC} \\ q_{TP} \\ q_{TS} \\ q_{MC} \\ q_{MT} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$q_m = [q_j] = H' \cdot \iota_n$$

onde:

$i = \{1, \dots, 5n\}$ é o indexador das linhas;

$j = \{1, \dots, m\}$ é o indexador das colunas;

$k \in K = \{TC, TP, TS, MC, MT\}$ indica a respectiva submatriz de A ou X , ou subvetor de q_n ;

$\mathbf{q}_n = [q_i^k]$ é o vetor de dimensão $5n \times 1$ que reúne os vetores \mathbf{q}_K de impostos e margens por produto;

$\mathbf{q}_m = [q_j]$ é o vetor de dimensão $m \times 1$ correspondente às somas nas colunas da matriz \mathbf{H} , definida na equação (2), cuja transposta é designada por \mathbf{H}' ; e

$\mathbf{1}_n$ é um vetor unitário de dimensão $n \times 1$.

Em algumas equações, as três matrizes de impostos serão tratadas como partições de uma submatriz com $3n$ linhas, indexada pelo índice T . Definem-se então as seguintes matrizes e vetores:

$$\mathbf{A}_T = [a_{ij}^T] = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{TC} \\ \mathbf{A}_{TP} \\ \mathbf{A}_{TS} \end{bmatrix}, \mathbf{X}_T = [x_{ij}^T] = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{TC} \\ \mathbf{X}_{TP} \\ \mathbf{X}_{TS} \end{bmatrix}, \mathbf{q}_T = [q_i^T] = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{TC} \\ \mathbf{q}_{TP} \\ \mathbf{q}_{TS} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\mathbf{A} = [a_{ij}^k] = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_T \\ \mathbf{A}_{MC} \\ \mathbf{A}_M \end{bmatrix}, \mathbf{X} = [x_{ij}^k] = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_T \\ \mathbf{X}_{MC} \\ \mathbf{X}_{MT} \end{bmatrix}, \mathbf{q}_n = [q_i^k] = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_T \\ \mathbf{q}_{MC} \\ \mathbf{q}_{MT} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Nessa situação, as células da matriz \mathbf{A} não sofrem alterações, mas, como os elementos que compõem as três submatrizes de impostos são tratados como componentes de uma única matriz, $k \in K^* = \{T, MC, MT\}$ indica a respectiva submatriz de \mathbf{A} ou \mathbf{X} , ou subvetor de \mathbf{q}_n .

A função perda adotada será a mesma de Huang, Kobayashi e Tanji (2008) e Temurshoev e Timmer (2011), sujeita a restrições definidas a partir da disponibilidade de dados das MIPs brasileiras. Seja:

$$z_{ij}^k = \begin{cases} \frac{x_{ij}^k}{a_{ij}^k}, & \text{se } a_{ij}^k \neq 0 \\ 1, & \text{se } a_{ij}^k = 0 \end{cases} \quad (19)$$

Para $a_{ij}^k \neq 0$, escolhe-se o valor de z_{ij}^k que minimiza o seguinte critério de informação:

$$z_{ij}^k = \arg \min \sum_{i=1}^{5n} \sum_{j=1}^m |a_{ij}^k| \cdot (z_{ij}^k \cdot (\ln z_{ij}^k - 1) + 1) \quad (20)$$

Ao minimizar essa função, os valores escolhidos para x_{ij}^k são os mais próximos possíveis dos respectivos a_{ij}^k , respeitadas as restrições que serão introduzidas a seguir. Os termos a_{ij}^k entram em valor absoluto, o que confere um tratamento adequado às células negativas. Essa versão da função objetivo do GRAS, proposta por Huang, Kobayashi e Tanji (2008) como aprimoramento das funções em Lenzen, Wood e Gallego (2007) e Junius e Oosterhaven (2003), admite entradas nulas na projeção inicial, não assume valores negativos e seu menor valor possível é zero, alcançado quando $x_{ij}^k = a_{ij}^k$.

Os termos da matriz A são separados em duas matrizes, A_+ e A_- , conforme o procedimento do algoritmo GRAS de Junius e Oosterhaven (2003). As células da matriz A_+ são iguais a a_{ij}^k quando $a_{ij}^k > 0$, e suas demais células são iguais a zero quando $a_{ij}^k \leq 0$. A matriz A_- carrega os elementos $a_{ij}^k < 0$ e é definida por $A_- = A - A_+$. A notação a_{ij}^{kl} , com $l \in \{+, -\}$ será empregada para designar os termos das duas matrizes, com $a_{ij}^{k-} \in A_-$ e $a_{ij}^{k+} \in A_+$. A mesma notação será empregada para os valores x_{ij}^{kl} e z_{ij}^{kl} correspondentes.⁷ As células referentes aos termos $a_{ij}^k = 0$ permanecerão nulas em A_+ e A_- .

Portanto, teoricamente, cada uma das submatrizes de A poderia ser decomposta em uma matriz de termos positivos e outra de termos negativos. Entretanto, as submatrizes têm particularidades quanto à decomposição dos sinais. As matrizes A_{TC} e A_{IP} , de destinação do ICMS e do IPI, respectivamente, apenas possuem elementos positivos. A matriz A_{TS} tem a maior parte de seus elementos positivos e algumas linhas com todos os elementos negativos, para produtos em que os subsídios superam o pagamento de outros impostos. As matrizes de margens de comércio e

7. Note-se, porém, que todos os valores de z_{ij}^k são positivos. Logo, a notação z_{ij}^{k-} apenas indica o valor correspondente à relação x_{ij}^k / a_{ij}^k para $a_{ij}^k < 0$ e $x_{ij}^k < 0$.

transporte, A_{MC} e A_{MT} , têm apenas uma linha cada com todos os elementos negativos, aquelas em que as margens são alocadas, enquanto as demais células são todas positivas. Essas particularidades serão consideradas na derivação das condições de primeira ordem.

A função expressa na equação (20) será minimizada sujeita às seguintes restrições de (I) a (V):

$$(I) \sum_{j=1}^m x_{ij}^k = \sum_{j=1}^m a_{ij}^k \cdot z_{ij}^k = q_i^k \quad (21)$$

com $i = \{1, \dots, 5n\}$, $k \in K = \{TC, TP, TS, MC, MT\}$.

$$(II) \sum_{i=1}^{3n} x_{ij}^T = \sum_{i=1}^{3n} a_{ij}^T \cdot z_{ij}^T = q_j \quad (22)$$

$$(III) \sum_{i=3n+1}^{4n} x_{ij}^{MC+} = \sum_{i=3n+1}^{4n} a_{ij}^{MC+} \cdot z_{ij}^{MC+} = -h_{MCj} \quad (23)$$

$$(IV) \sum_{i=4n+1}^{5n} x_{ij}^{MT} = \sum_{i=4n+1}^{5n} a_{ij}^{MT} \cdot z_{ij}^{MT} = 0 \quad (24)$$

$$(V) \sum_{k \in K} x_{ij}^k = \sum_{k \in K} a_{ij}^k \cdot z_{ij}^k = h_{ij} \quad (25)$$

A restrição (I) impõe a cada uma das submatrizes de \mathbf{X} que as somas nas linhas devem igualar os respectivos valores de impostos e margens.

As restrições (II), (III) e (IV) aplicam-se às somas nas colunas. Como já foi exposto na subseção 3.1, as somas nas colunas das tabelas de margens de comércio e transporte são nulas. Assim, a soma do valor total dos três tipos de impostos pagos nas compras de cada setor da demanda ou atividade final é igual à soma na respectiva coluna da matriz \mathbf{H} , fato expresso na restrição (II). A restrição (IV) representa a soma nula nas colunas da tabela de margens de transporte.

Na restrição (III), considera-se uma característica peculiar dos dados de margem de comércio, já exposta na subseção 3.1. As margens de comércio incidentes nas compras de cada setor são alocadas com sinal

negativo na linha do produto 060101. Comércio, da tabela de margens de comércio. Entretanto, sobre esse produto não incidem impostos e margens de transporte em nenhum dos anos considerados, de maneira que a linha do produto nas tabelas \mathbf{H} ou \mathbf{H}^* corresponde ao valor correto do total de margens de comércio, com o sinal invertido. Assim, essa linha pode ser extraída porque ela não precisa sofrer balanceamento. Uma vez que apenas essa linha da tabela \mathbf{A}_{MC} tem valores negativos, ao retirá-la, restará a matriz \mathbf{A}_{MC+} para ser balanceada, cujas somas nas colunas devem ser iguais aos valores do produto 060101. Comércio na matriz \mathbf{H} com sinal invertido, representados pela notação $-h_{MCj}$.

4.2 Solução do problema de minimização

A função lagrangeana será:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \sum_{i=1}^{5n} \sum_{j=1}^m a_{ij}^{k+} \cdot (z_{ij}^{k+} \cdot (\ln z_{ij}^{k+} - 1) + 1) - \sum_{i=1}^{5n} \sum_{j=1}^m a_{ij}^{k-} \cdot (z_{ij}^{k-} \cdot (\ln z_{ij}^{k-} - 1) + 1) - \\ & - \sum_{i=1}^{5n} \lambda_i^k \cdot \left(\sum_{j=1}^m a_{ij}^k \cdot z_{ij}^k - q_i^k \right) - \sum_{j=1}^m \gamma_j^T \cdot \left(\sum_{i=1}^{3n} a_{ij}^T \cdot z_{ij}^T - q_j \right) - \\ & - \sum_{j=1}^m \gamma_j^{MC} \cdot \left(\sum_{i=3n+1}^{4n} a_{ij}^{MC+} \cdot z_{ij}^{MC+} + h_{MCj} \right) - \sum_{j=1}^m \gamma_j^{MT} \cdot \left(\sum_{i=4n+1}^{5n} a_{ij}^{MT} \cdot z_{ij}^{MT} \right) - \\ & - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \delta_{ij} \cdot \left(\sum_{k \in K} a_{ij}^k \cdot z_{ij}^k - h_{ij} \right) \end{aligned} \quad (26)$$

As condições de primeira ordem obtidas pela derivação em relação aos multiplicadores de Lagrange λ_i^k , γ_j^k e δ_{ij} são as próprias restrições de (I) a (V). As condições provenientes da derivação em relação a z_{ij}^{kl} dependerão da respectiva submatriz:

$$i) \quad a_{ij}^k \in \mathbf{A}_{TC} = \mathbf{A}_{TC+}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_{ij}^{TC}} = 0$$

$$\Rightarrow a_{ij}^{TC} \cdot (\ln z_{ij}^{TC} - 1) + a_{ij}^{TC} - \lambda_i^{TC} \cdot a_{ij}^{TC} - \gamma_j^T \cdot a_{ij}^{TC} - \delta_{ij} \cdot a_{ij}^{TC} = 0$$

$$\Rightarrow a_{ij}^{TC} \cdot (\ln z_{ij}^{TC} - \lambda_i^{TC} - \gamma_j^T - \delta_{ij}) = 0$$

Como $a_{ij}^{TC} \neq 0$ por hipótese, caso contrário $z_{ij}^{TC} = 1$, a expressão entre parênteses é igualada a zero, e o termo z_{ij}^{TC} isolado, levando a:

$$z_{ij}^{TC} = e^{\lambda_i^{TC}} \cdot e^{\delta_{ij}} \cdot e^{\gamma_j^T}$$

Como $z_{ij}^{TC} = \frac{x_{ij}^{TC}}{a_{ij}^{TC}}$, para $a_{ij}^{TC} \neq 0$ tem-se:

$$x_{ij}^{TC} = e^{\lambda_i^{TC}} \cdot a_{ij}^{TC} \cdot e^{\delta_{ij}} \cdot e^{\gamma_j^T} \quad (27)$$

$$ii) \quad a_{ij}^k \in A_{TP} = A_{TP+}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_{ij}^{TP}} = 0$$

O procedimento é o mesmo da derivação para o ICMS, o que resulta em:

$$x_{ij}^{TP} = e^{\lambda_i^{TP}} \cdot a_{ij}^{TP} \cdot e^{\delta_{ij}} \cdot e^{\gamma_j^T} \quad (28)$$

$$iii) \quad a_{ij}^k \in A_{TS+}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_{ij}^{TS+}} = 0$$

$$\Rightarrow a_{ij}^{TS+} \cdot (\ln z_{ij}^{TS+} - 1) + a_{ij}^{TS+} - \lambda_i^{TS} \cdot a_{ij}^{TS+} - \gamma_j^T \cdot a_{ij}^{TS+} - \delta_{ij} \cdot a_{ij}^{TS+} = 0$$

$$\Rightarrow a_{ij}^{TS+} \cdot (\ln z_{ij}^{TS+} - \lambda_i^{TS} - \gamma_j^T - \delta_{ij}) = 0$$

Quando $a_{ij}^{TS} = 0$, define-se $z_{ij}^{TS} = 1$. Para $a_{ij}^{TS} \neq 0$, se $a_{ij}^{TS+} = 0$ necessariamente $a_{ij}^{TS-} \neq 0$, o que será coberto no próximo caso. Com $a_{ij}^{TS+} \neq 0$, obtém-se então:

$$z_{ij}^{TS+} = e^{\lambda_i^{TS}} \cdot e^{\delta_{ij}} \cdot e^{\gamma_j^T}$$

$$x_{ij}^{TS+} = e^{\lambda_i^{TS}} \cdot a_{ij}^{TS+} \cdot e^{\delta_{ij}} \cdot e^{\gamma_j^T} \quad (29)$$

iv) $a_{ij}^k \in A_{TS-}$

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial z_{ij}^{TS-}} = 0$$

$$\Rightarrow -a_{ij}^{TS-} \cdot (\ln z_{ij}^{TS-} - 1) - a_{ij}^{TS-} - \lambda_i^{TS} \cdot a_{ij}^{TS-} - \gamma_j^T \cdot a_{ij}^{TS-} - \delta_{ij} \cdot a_{ij}^{TS-} = 0$$

$$\Rightarrow a_{ij}^{TS-} \cdot (-\ln z_{ij}^{TS-} - \lambda_i^{TS} - \gamma_j^T - \delta_{ij}) = 0$$

Com $a_{ij}^{TS-} < 0$,

$$z_{ij}^{TS-} = e^{-\lambda_i^{TS}} \cdot e^{-\delta_{ij}} \cdot e^{-\gamma_j^T}$$

$$x_{ij}^{TS-} = e^{-\lambda_i^{TS}} \cdot a_{ij}^{TS-} \cdot e^{-\delta_{ij}} \cdot e^{-\gamma_j^T} \quad (30)$$

De maneira similar, deriva-se para as margens de comércio e transporte:

v) $a_{ij}^k \in A_{MC+}$

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial z_{ij}^{MC+}} = 0$$

$$\Rightarrow x_{ij}^{MC+} = e^{\lambda_i^{MC}} \cdot a_{ij}^{MC+} \cdot e^{\delta_{ij}} \cdot e^{\gamma_j^{MC}} \quad (31)$$

$$vi) \quad a_{ij}^k \in A_{MT+}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_{ij}^{MT+}} = 0$$

$$\Rightarrow x_{ij}^{MT+} = e^{\lambda_i^{MT}} \cdot a_{ij}^{MT+} \cdot e^{\delta_{ij}} \cdot e^{\gamma_j^{MT}} \quad (32)$$

$$vii) \quad a_{ij}^k \in A_{MT-}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_{ij}^{MT-}} = 0$$

$$\Rightarrow x_{ij}^{MT-} = e^{-\lambda_i^{MT}} \cdot a_{ij}^{MT-} \cdot e^{-\delta_{ij}} \cdot e^{-\gamma_j^{MT}} \quad (33)$$

Podem-se redefinir os termos exponenciais:

$$r_i^k = e^{\lambda_i^k}, \text{ com } k \in K = \{TC, TP, TS, MC, MT\}, i = \{1, \dots, 5n\} \quad (34)$$

$$w_{ij} = e^{\delta_{ij}}, \text{ com } i = \{1, \dots, n\}, j = \{1, \dots, m\} \quad (35)$$

$$s_j^k = e^{\gamma_j^k}, \text{ com } k \in K^* = \{T, MC, MT\}, j = \{1, \dots, m\} \quad (36)$$

Substituindo as equações de (34) a (36) nas equações de (27) a (33), chega-se a:

$$x_{ij}^{TC} = r_i^{TC} \cdot a_{ij}^{TC} \cdot w_{ij} \cdot s_j^T \quad (37)$$

$$x_{ij}^{TP} = r_i^{TP} \cdot a_{ij}^{TP} \cdot w_{ij} \cdot s_j^T \quad (38)$$

$$x_{ij}^{TS+} = r_i^{TS} \cdot a_{ij}^{TS+} \cdot w_{ij} \cdot s_j^T \quad (39)$$

$$x_{ij}^{TS-} = (r_i^{TS})^{-1} \cdot a_{ij}^{TS-} \cdot (w_{ij})^{-1} \cdot (s_j^T)^{-1} \quad (40)$$

$$x_{ij}^{MC+} = r_i^{MC} \cdot a_{ij}^{MC+} \cdot w_{ij} \cdot s_j^{MC} \quad (41)$$

$$x_{ij}^{MT+} = r_i^{MT} \cdot a_{ij}^{MT+} \cdot w_{ij} \cdot s_j^{MT} \quad (42)$$

$$x_{ij}^{MT-} = (r_i^{MT})^{-1} \cdot a_{ij}^{MT-} \cdot (w_{ij})^{-1} \cdot (s_j^{MT})^{-1} \quad (43)$$

A função objetivo em (20) é estritamente convexa, e as restrições (21) a (25) são todas igualdades e lineares, portanto, simultaneamente convexas e côncavas. Assim, a função lagrangeana em (26) é estritamente convexa. Isso garante que a solução existe, é única e é o ponto de mínimo da função.

4.3 Cômputo dos multiplicadores r_i^k , w_{ij} e s_j^k

Os multiplicadores são encontrados ao substituir as equações de (37) a (43) nas restrições de (21) a (25).

Multiplicadores das linhas: r_i^k , com $k \in K = \{TC, TP, TS, MC, MT\}$

Para a restrição r_i^{TC} referente ao ICMS, substitui-se (37) em (21):

$$\sum_{j=1}^m x_{ij}^{TC} = q_i^{TC} \Rightarrow r_i^{TC} \cdot \sum_{j=1}^m a_{ij}^{TC} \cdot w_{ij} \cdot s_j^T = q_i^{TC}$$

Se $q_i^{TC} = 0$, $\sum_{j=1}^m a_{ij}^{TC} = 0$, pois todos os multiplicadores r_i^{TC} , w_{ij} e s_j^T são positivos por definição. Nesse caso, como os valores de ICMS são não negativos, $a_{ij}^{TC} = 0$ para todo $j = \{1, \dots, m\}$. Assim, $z_{ij}^{TC} = 1$ e $x_{ij}^{TC} = a_{ij}^{TC} = 0$ em toda a linha. Define-se então $r_i^{TC} = 1$, uma vez que nenhuma célula da linha precisa sofrer ajuste. Para $q_i^{TC} \neq 0$, temos $\sum_{j=1}^m a_{ij}^{TC} \neq 0$. Assim:

$$r_i^{TC} = \begin{cases} 1, & \text{para } q_i^{TC} = 0 \\ \frac{q_i^{TC}}{\sum_{j=1}^m a_{ij}^{TC} \cdot w_{ij} \cdot s_j^T}, & \text{para } q_i^{TC} \neq 0 \end{cases} \quad (44)$$

Quanto a r_i^{TP} , será substituído (38) em (21). A solução para o IPI é similar à do ICMS:

$$r_i^{TP} = \begin{cases} 1, & \text{para } q_i^{TP} = 0 \\ \frac{q_i^{TP}}{\sum_{j=1}^m a_{ij}^{TP} \cdot w_{ij} \cdot s_j^T}, & \text{para } q_i^{TP} \neq 0 \end{cases} \quad (45)$$

Para as equações (39) e (40), referentes à matriz de outros impostos menos subsídios, como não há separação entre impostos e subsídios, foi necessário supor que todas as células são não negativas nos produtos em que o total é positivo e todas são não positivas nas linhas com totais negativos. Portanto, não haverá soma de elementos positivos e negativos nas linhas. A definição de r_i^{TS} depende do sinal de q_i^{TS} :

$$r_i^{TS} = \begin{cases} 1, & \text{para } q_i^{TS} = 0 \\ \frac{q_i^{TS}}{\sum_{j=1}^m a_{ij}^{TS+} \cdot w_{ij} \cdot s_j^T}, & \text{para } q_i^{TS} > 0 \\ \frac{\sum_{j=1}^m \frac{a_{ij}^{TS-}}{w_{ij} \cdot s_j^T}}{q_i^{TS}}, & \text{para } q_i^{TS} < 0 \end{cases} \quad (46)$$

Para $q_i^{TS} = 0$, como não há elementos positivos e negativos na mesma linha, $x_{ij}^{TS} = a_{ij}^{TS} = 0$, define-se então $r_i^{TS} = 1$. Para $q_i^{TS} > 0$, combinam-se as equações (39) e (21), caso similar ao das matrizes de ICMS e IPI, o que resulta na segunda parte da definição em (46). Para $q_i^{TS} < 0$, são combinadas as equações (40) e (21), logo $\sum_{j=1}^m x_{ij}^{TS-} = q_i^{TS} \Rightarrow (r_i^{TS})^{-1} \cdot \sum_{j=1}^m a_{ij}^{TS-} \cdot (w_{ij})^{-1} \cdot (s_j^T)^{-1} = q_i^{TS}$, isolando r_i^{TS} chega-se à terceira parte da definição (46).

Para a margem de comércio, o balanceamento na linha é similar ao ICMS e IPI. A expressão para r_i^{MC} com $q_i^{MC} > 0$ é obtida substituindo (41) em (21). Cabe lembrar que a linha do produto 060101. Comércio, a única com total negativo, não será balanceada, uma vez que os valores corretos

de suas células são conhecidos, então $r_i^{MC} = 1$ para $q_i^{MC} < 0$. Por fim, se $q_i^{MC} = 0$, $r_i^{MC} = 1$. Tem-se então:

$$r_i^{MC} = \begin{cases} 1, & \text{para } q_i^{MC} \leq 0 \\ \frac{q_i^{MC}}{\sum_{j=1}^m a_{ij}^{MC+} \cdot w_{ij} \cdot s_j^{MC}}, & \text{para } q_i^{MC} > 0 \end{cases} \quad (47)$$

O ajuste na linha da matriz de margens de transporte é semelhante aos dos outros impostos menos subsídios. Tem linhas apenas com elementos não negativos e uma linha apenas com células não positivas, a do produto 070101. Transporte de carga. Novamente, são três casos. Para $q_i^{MT} = 0$, não há elementos positivos e negativos na mesma linha, logo $x_{ij}^{MT} = a_{ij}^{MT} = 0$, com $r_i^{MT} = 1$. Para $q_i^{MT} > 0$, combina-se (42) com (21), enquanto para $q_i^{MT} < 0$, (43) com (21), do que se obtém:

$$r_i^{MT} = \begin{cases} 1, & \text{para } q_i^{MT} = 0 \\ \frac{q_i^{MT}}{\sum_{j=1}^m a_{ij}^{MT+} \cdot w_{ij} \cdot s_j^{MT}}, & \text{para } q_i^{MT} > 0 \\ \frac{\sum_{j=1}^m \frac{a_{ij}^{MT-}}{w_{ij} \cdot s_j^{MT}}}{q_i^{MT}}, & \text{para } q_i^{MT} < 0 \end{cases} \quad (48)$$

Multiplicadores das colunas: s_j^k , com $k \in K^ = \{T, MC, MT\}$*

O balanceamento nas colunas, referente às equações (22), (23) e (24), é dado pelos multiplicadores s_j^k . As três matrizes de impostos são empilhadas e balanceadas conjuntamente nas colunas, assim elas compartilharão o mesmo multiplicador s_j^T . Como a soma das margens é nula na coluna, a soma dos impostos iguala a soma na coluna da matriz H . Nessa situação, pode ocorrer soma de elementos positivos e negativos. Para $q_j = 0$, a soma dos impostos é nula na coluna. Isso ocorre apenas nos componentes da demanda final consumo da administração pública e consumo das ISFLSF, mas são casos

em que o valor de todas as entradas é zero na própria matriz \mathbf{H} , então se define $s_j^T = 1$.

Nas outras colunas, observa-se que há aquelas com elementos não positivos e não negativos, há colunas apenas com elementos não negativos, mas não existem colunas apenas com elementos não positivos. Assim, considera-se como caso geral que a coluna pode ter tanto elementos não negativos quanto não positivos, pois a situação de colunas sem elementos negativos pode ser obtida como um caso especial. Combinando as equações (22), (37), (38), (39) e (40):

$$\sum_{i=1}^{3n} x_{ij}^T = \sum_{i=1}^{3n} (x_{ij}^{T+} + x_{ij}^{T-}) = q_j$$

$$\Rightarrow s_j^T \cdot \sum_{i=1}^{3n} r_i^T \cdot a_{ij}^{T+} \cdot w_{ij} + (s_j^T)^{-1} \cdot \sum_{i=2n+1}^{3n} (r_i^{TS})^{-1} \cdot a_{ij}^{TS-} \cdot (w_{ij})^{-1} = q_j$$

$$\text{Com } \sum_{i=1}^{3n} x_{ij}^{T+} = \sum_{i=1}^n x_{ij}^{TC} + \sum_{i=n+1}^{2n} x_{ij}^{TP} + \sum_{i=2n+1}^{3n} x_{ij}^{TS+},$$

$$\sum_{i=1}^{3n} x_{ij}^{T-} = \sum_{i=2n+1}^{3n} x_{ij}^{TS-}, \quad r^T = \begin{bmatrix} r^{TC} \\ r^{TP} \\ r^{TS} \end{bmatrix} = [r_i^T].$$

Multiplicando a expressão acima por s_j^T :

$$\Rightarrow (s_j^T)^2 \cdot \sum_{i=1}^{3n} r_i^T \cdot a_{ij}^{T+} \cdot w_{ij} - s_j^T \cdot q_j + \sum_{i=2n+1}^{3n} (r_i^{TS})^{-1} \cdot a_{ij}^{TS-} \cdot (w_{ij})^{-1} = 0$$

Na resolução da equação, apresentada na segunda parte da definição em (49), a raiz negativa é descartada porque os multiplicadores são sempre positivos:

$$s_j^T = \begin{cases} 1, \text{ para } q_j = 0 \\ \frac{q_j + \sqrt{q_j^2 - 4 \cdot \left(\sum_{i=1}^{3n} r_i^T \cdot a_{ij}^{T+} \cdot w_{ij} \right) \cdot \left(\sum_{i=2n+1}^{3n} \frac{a_{ij}^{TS-}}{r_i^{TS} \cdot w_{ij}} \right)}}{2 \cdot \left(\sum_{i=1}^{3n} r_i^T \cdot a_{ij}^{T+} \cdot w_{ij} \right)}, \text{ para } q_j \neq 0 \end{cases} \quad (49)$$

Para a margem de comércio, a soma na coluna das células não negativas é conhecida, igual à linha do produto 060101. Comércio na matriz \mathbf{H} . Unindo as equações (23) e (41):

$$\sum_{i=3n+1}^{4n} x_{ij}^{MC+} = -h_{MCj}$$

$$\Rightarrow s_j^{MC} \cdot \sum_{i=3n+1}^{4n} r_i^{MC} \cdot a_{ij}^{MC+} \cdot w_{ij} = -h_{MCj}$$

Tem-se $h_{MCj} = 0$ nos componentes da demanda final consumo da administração pública, consumo das ISFLSF e variação de estoque. Para estes componentes, as células das colunas são todas nulas, então por definição $s_j^{MC} = 1$. Nas demais colunas, $h_{MCj} < 0$ e $\sum_{i=3n+1}^{4n} a_{ij}^{MC+} > 0$, então:

$$s_i^{MC} = \begin{cases} 1, & \text{para } h_{MCj} = 0 \\ \frac{-h_{MCj}}{\sum_{i=3n+1}^{4n} r_i^{MC} \cdot a_{ij}^{MC+} \cdot w_{ij}}, & \text{para } h_{MCj} < 0 \end{cases} \quad (50)$$

As colunas da margem de transporte têm soma nula, e os valores das células na única linha não positiva são desconhecidos. Porém, a linha do produto 070101. Transporte de carga na matriz \mathbf{H} , designada por $h_{MT} = [h_{MTj}]$, é igual à soma nas colunas da matriz só com as entradas positivas de margem de transporte X_{MT+} com o sinal inverso, mais o ICMS e outros impostos líquidos de subsídios incidentes sobre as compras do produto transporte de carga. Para os anos de 2000 e 2005, observa-se $h_{MTj} = 0$ apenas nos mesmos componentes da demanda final em que $h_{MCj} = 0$, consumo da administração pública, consumo das ISFLSF e variação de estoque. Assim, de maneira similar ao adotado na tabela de margens de comércio, será considerado que não há incidência de margens de transporte nas compras destes componentes, portanto define-se $s_j^{MT} = 1$ para tais colunas. Para as outras colunas, a combinação de (24), (42) e (43) resulta em:

$$\sum_{i=4n+1}^{5n} x_{ij}^{MT} = \sum_{i=4n+1}^{5n} (x_{ij}^{MT+} + x_{ij}^{MT-}) = 0$$

$$\Rightarrow s_j^{MT} \cdot \sum_{i=4n+1}^{5n} r_i^{MT} \cdot a_{ij}^{MT+} \cdot w_{ij} + (s_j^{MT})^{-1} \cdot \sum_{i=4n+1}^{5n} (r_i^{MT})^{-1} \cdot a_{ij}^{MT-} \cdot (w_{ij})^{-1} = 0$$

Isolando s_j^{MT} , apenas a raiz positiva é considerada. Assim, pode-se definir:

$$s_j^{MT} = \begin{cases} 1, & \text{para } h_{MTj} = 0 \\ \sqrt{\frac{\sum_{i=4n+1}^{5n} \frac{-a_{ij}^{MT-}}{r_i^{MT} \cdot w_{ij}}}{\sum_{i=4n+1}^{5n} r_i^{MT} \cdot a_{ij}^{MT+} \cdot w_{ij}}}, & \text{para } h_{MTj} \neq 0 \end{cases} \quad (51)$$

Multiplicadores das células nas somas das tabelas de passagem: w_{ij}

Para o cálculo dos multiplicadores w_{ij} , por fim, a equação (4) será utilizada:

$$\sum_{k \in K} x_{ij}^k = h_{ij}$$

$$\Rightarrow x_{ij}^{TC} + x_{ij}^{TP} + x_{ij}^{TS} + x_{ij}^{MC} + x_{ij}^{MT} = h_{ij}$$

Para $h_{ij} = 0$, as respectivas células nas tabelas de passagem também são zeradas e será definido $w_{ij} = 1$. Para $h_{ij} \neq 0$, as equações de (37) a (43) serão substituídas. Para as tabelas de passagem com valores positivos e negativos, as duas expressões serão somadas, uma vez que quando $x_{ij}^{k+} \neq 0$, $x_{ij}^{k-} = 0$ e quando $x_{ij}^{k-} \neq 0$, $x_{ij}^{k+} = 0$. Cabe notar que, como o total da margem de comércio já é conhecido, os multiplicadores de A_{MC-} serão todos unitários, mas para que não seja necessário o tratamento como caso especial, define-se $x_{ij}^{MC-} = a_{ij}^{MC-} \cdot (w_{ij})^{-1}$. Essa definição resultará em $w_{ij} = 1$ nas células da linha do produto 060101. Comércio, uma vez que todos os outros termos a_{ij}^{kl} serão nulos, e o valor da margem é igual ao da respectiva célula na matriz H . Assim:

$$\begin{aligned} \Rightarrow & r_i^{TC} \cdot a_{ij}^{TC} \cdot w_{ij} \cdot s_j^T + r_i^{TP} \cdot a_{ij}^{TP} \cdot w_{ij} \cdot s_j^T + r_i^{TS} \cdot a_{ij}^{TS+} \cdot w_{ij} \cdot s_j^T + \\ & + (r_i^{TS})^{-1} \cdot a_{ij}^{TS-} \cdot (w_{ij})^{-1} \cdot (s_j^T)^{-1} + r_i^{MC} \cdot a_{ij}^{MC+} \cdot w_{ij} \cdot s_j^{MC} + a_{ij}^{MC-} \cdot (w_{ij})^{-1} + \\ & + r_i^{MT} \cdot a_{ij}^{MT+} \cdot w_{ij} \cdot s_j^{MT} + (r_i^{MT})^{-1} \cdot a_{ij}^{MT-} \cdot (w_{ij})^{-1} \cdot (s_j^{MT})^{-1} = h_{ij} \end{aligned}$$

Multiplicando por w_{ij} e agrupando:

$$\begin{aligned} \Rightarrow w_{ij}^2 \cdot ((r_i^{TC} \cdot a_{ij}^{TC} + r_i^{TP} \cdot a_{ij}^{TP} + r_i^{TS} \cdot a_{ij}^{TS+}) \cdot s_j^T + r_i^{MC} \cdot a_{ij}^{MC+} \cdot s_j^{MC} + \\ + r_i^{MT} \cdot a_{ij}^{MT+} \cdot s_j^{MT}) - w_{ij} \cdot h_{ij} + ((r_i^{TS})^{-1} \cdot a_{ij}^{TS-} \cdot (s_j^T)^{-1} + a_{ij}^{MC-} + \\ + (r_i^{MT})^{-1} \cdot a_{ij}^{MT-} \cdot (s_j^{MT})^{-1}) = 0 \end{aligned}$$

Agrupando em C_{1ij} e C_{2ij} os termos entre parênteses e resolvendo a equação resultante, $w_{ij}^2 \cdot C_{1ij} - w_{ij} \cdot h_{ij} + C_{2ij} = 0$, obtém-se a seguinte definição:

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{para } h_{ij} = 0 \\ \frac{C_{2ij}}{h_{ij}}, & \text{para } h_{ij} \neq 0 \text{ e } C_{1ij} = 0 \\ \frac{h_{ij} + \sqrt{h_{ij}^2 - 4 \cdot C_{1ij} \cdot C_{2ij}}}{2 \cdot C_{1ij}}, & \text{para } h_{ij} \neq 0 \text{ e } C_{1ij} \neq 0 \end{cases} \quad (52)$$

onde:

$$C_{1ij} = ((r_i^{TC} \cdot a_{ij}^{TC} + r_i^{TP} \cdot a_{ij}^{TP} + r_i^{TS} \cdot a_{ij}^{TS+}) \cdot s_j^T + r_i^{MC} \cdot a_{ij}^{MC+} \cdot s_j^{MC} + \\ + r_i^{MT} \cdot a_{ij}^{MT+} \cdot s_j^{MT})$$

$$C_{2ij} = ((r_i^{TS})^{-1} \cdot a_{ij}^{TS-} \cdot (s_j^T)^{-1} + a_{ij}^{MC-} + (r_i^{MT})^{-1} \cdot a_{ij}^{MT-} \cdot (s_j^{MT})^{-1})$$

Para $C_{1ij} = 0$, caso em que só termos negativos são balanceados, tem-se a segunda parte da definição (52). Para $C_{1ij} \neq 0$, resolve-se a equação, a raiz negativa é desconsiderada e chega-se à terceira parte de (52).

4.4 Forma matricial das soluções

Definições

Para expressar em forma matricial as equações de determinação dos multiplicadores, (44) a (52), mais definições são necessárias em relação àquelas apresentadas nas seções anteriores.

- 1) Matrizes são designadas por letras maiúsculas em negrito (como \mathbf{Y}), vetores-coluna por letras minúsculas em negrito (\mathbf{y}), vetores-linha por letras minúsculas em negrito com apóstrofo (\mathbf{y}') e escalares por letras sem negrito (y).
- 2) Com $k \in K = \{TC, TP, TS, MC, MT\}$ ou $k \in K^* = \{T, MC, MT\}$, conforme o caso, os vetores e matrizes de multiplicadores são definidos por:

$$\mathbf{r}_k = [r_i^k], \mathbf{s}_{K^*} = [s_j^k], \mathbf{W} = [w_{ij}]$$

$$\mathbf{r}_T = \begin{bmatrix} r_{TC} \\ r_{TP} \\ r_{TS} \end{bmatrix}, \mathbf{W}_T = \begin{bmatrix} W \\ W \\ W \end{bmatrix}$$

- 3) Serão empregados vetores unitários de diferentes tamanhos, dados por $\mathbf{1}_n$, $\mathbf{1}_m$ e $\mathbf{1}_{3n}$, cujas dimensões são de uma coluna por n , m ou $3n$ linhas, respectivamente.
- 4) Sejam duas matrizes quaisquer $\mathbf{Y}_A = [y_{ij}^A]$ e $\mathbf{Y}_B = [y_{ij}^B]$ de mesma dimensão, as operações elemento a elemento de matrizes e vetores serão designadas pelas notações:

$\mathbf{Y}_A \odot \mathbf{Y}_B = [y_{ij}^A \cdot y_{ij}^B]$ é o produto elemento a elemento, ou produto de Hadamard, de \mathbf{Y}_A e \mathbf{Y}_B .

$\mathbf{Y}_A \oslash \mathbf{Y}_B = [y_{ij}^A / y_{ij}^B]$ é a divisão elemento a elemento de \mathbf{Y}_A e \mathbf{Y}_B , onde $y_{ij}^B \neq 0$, para todo i e j .

$(\mathbf{Y}_A)^{\circ 2} = [y_{ij}^{A^2}] = [y_{ij}^A \cdot y_{ij}^A]$ é o produto elemento a elemento de \mathbf{Y}_A pelo próprio \mathbf{Y}_A .

$(\mathbf{Y}_A)^{\circ \frac{1}{2}} = [\sqrt{y_{ij}^A}]$ é a raiz quadrada elemento a elemento de \mathbf{Y}_A .

- 5) Para a diagonalização de vetores, se \mathbf{y} é um vetor qualquer de dimensão $1 \times n$, $\hat{\mathbf{y}}$ é o vetor diagonalizado correspondente, uma matriz de dimensão $n \times n$ em que a diagonal principal é formada pelos elementos de \mathbf{y} e os demais termos são nulos.
- 6) Por fim, como usual a transposta e a inversa de uma matriz quadrada \mathbf{Y} serão designadas por \mathbf{Y}' e \mathbf{Y}^{-1} , respectivamente.

Multiplicadores das linhas: \mathbf{r}_K , com $\mathbf{K} = \{TC, TP, TS, MC, MT\}$

ICMS:

$$\mathbf{r}_{TC} = \begin{cases} 1, & \text{para } q_i^{TC} = 0 \\ \mathbf{q}_{TC} \odot ((\mathbf{A}_{TC} \odot \mathbf{W}) \cdot \hat{\mathbf{s}}_T \cdot \mathbf{1}_m), & \text{para } q_i^{TC} \neq 0 \end{cases} \quad (53)$$

IPI:

$$\mathbf{r}_{TP} = \begin{cases} 1, & \text{para } q_i^{TP} = 0 \\ \mathbf{q}_{TP} \odot ((\mathbf{A}_{TP} \odot \mathbf{W}) \cdot \hat{\mathbf{s}}_T \cdot \mathbf{1}_m), & \text{para } q_i^{TP} \neq 0 \end{cases} \quad (54)$$

Outros impostos menos subsídios:

$$\mathbf{r}_{TS} = \begin{cases} 1, & \text{para } q_i^{TS} = 0 \\ \mathbf{q}_{TS} \odot ((\mathbf{A}_{TS+} \odot \mathbf{W}) \cdot \hat{\mathbf{s}}_T \cdot \mathbf{1}_m), & \text{para } q_i^{TS} > 0 \\ ((\mathbf{A}_{TS-} \odot \mathbf{W}) \cdot \hat{\mathbf{s}}_T^{-1} \cdot \mathbf{1}_m) \odot \mathbf{q}_{TS}, & \text{para } q_i^{TS} < 0 \end{cases} \quad (55)$$

Margem de comércio:

$$\mathbf{r}_{MC} = \begin{cases} 1, & \text{para } q_i^{MC} \leq 0 \\ \mathbf{q}_{MC} \odot ((\mathbf{A}_{MC+} \odot \mathbf{W}) \cdot \hat{\mathbf{s}}_{MC} \cdot \mathbf{1}_m), & \text{para } q_i^{MC} > 0 \end{cases} \quad (56)$$

Margem de transporte:

$$\mathbf{r}_{MT} = \begin{cases} 1, & \text{para } q_i^{MT} = 0 \\ \mathbf{q}_{MT} \odot ((\mathbf{A}_{MT+} \odot \mathbf{W}) \cdot \hat{\mathbf{s}}_{MT} \cdot \mathbf{1}_m), & \text{para } q_i^{MT} > 0 \\ ((\mathbf{A}_{MT-} \odot \mathbf{W}) \cdot \hat{\mathbf{s}}_{MT}^{-1} \cdot \mathbf{1}_m) \odot \mathbf{q}_{MT}, & \text{para } q_i^{MT} < 0 \end{cases} \quad (57)$$

Multiplicadores das colunas: s_{K^} , com $K^* = \{T, MC, MT\}$*

Impostos totais:

$$B_1 = \mathbf{v}'_{3n} \cdot \hat{\mathbf{r}}_T \cdot (A_{T^+} \odot W_T)$$

$$B_2 = \mathbf{v}'_n \cdot \hat{\mathbf{r}}_{TS}^{-1} \cdot (A_{TS^-} \odot W)$$

$$s_T = \begin{cases} 1, & \text{para } q_j = 0 \\ \left(\mathbf{q}'_m + ((\mathbf{q}'_m)^2 - 4 \cdot B_1 \odot B_2)^{\frac{1}{2}} \right)' \odot (2 \cdot B_1)', & \text{para } q_j \neq 0 \end{cases} \quad (58)$$

Margem de comércio:

$$s_{MC} = \begin{cases} 1, & \text{para } h_{MCj} = 0 \\ -h_{MC} \odot (\mathbf{v}'_n \cdot \hat{\mathbf{r}}_{MC} \cdot (A_{MC^+} \odot W))', & \text{para } h_{MCj} < 0 \end{cases} \quad (59)$$

Margem de transporte:

$$B_3 = \mathbf{v}'_n \cdot \hat{\mathbf{r}}_{MT}^{-1} \cdot (-A_{MT^-} \odot W)$$

$$B_4 = \mathbf{v}'_n \cdot \hat{\mathbf{r}}_{MT} \cdot (A_{MT^+} \odot W)$$

$$s_{MT} = \begin{cases} 1, & \text{para } h_{MTj} = 0 \\ (B'_3 \odot B'_4)^{\frac{1}{2}}, & \text{para } h_{MTj} \neq 0 \end{cases} \quad (60)$$

Multiplicadores das células nas somas das tabelas de passagem: W

$$C_1 = ((\hat{\mathbf{r}}_{TC} \cdot A_{TC} + \hat{\mathbf{r}}_{TP} \cdot A_{TP} + \hat{\mathbf{r}}_{TS} \cdot A_{TS^+}) \cdot \hat{\mathbf{s}}_T + \hat{\mathbf{r}}_{MC} \cdot A_{MC^+} \cdot \hat{\mathbf{s}}_{MC} + \hat{\mathbf{r}}_{MT} \cdot A_{MT^+} \cdot \hat{\mathbf{s}}_{MT})$$

$$C_2 = (\hat{\mathbf{r}}_{TS}^{-1} \cdot A_{TS^-} \cdot \hat{\mathbf{s}}_T^{-1} + A_{MC^-} + \hat{\mathbf{r}}_{MT}^{-1} \cdot A_{MT^-} \cdot \hat{\mathbf{s}}_{MT}^{-1})$$

$$W = \begin{cases} 1, & \text{para } h_{ij} = 0 \\ C_2 \odot H, & \text{para } h_{ij} \neq 0, C_{1ij} = 0 \\ (H + ((H)^{\circ 2} - 4 \cdot C_1 \odot C_2)^{\circ 1/2}) \odot (2 \cdot C_1), & \text{para } h_{ij} \neq 0, C_{1ij} \neq 0 \end{cases} \quad (61)$$

Estimativas finais das tabelas X_K

Finalmente, os valores estimados das tabelas de passagem, conforme (37) a (43), podem ser expressos em formato matricial pelas equações a seguir, as quais remetem à sigla RAWs do método de balanceamento:

$$X_{TC} = \hat{r}_{TC} \cdot A_{TC} \odot W \cdot \hat{s}_T \quad (62)$$

$$X_{TP} = \hat{r}_{TP} \cdot A_{TP} \odot W \cdot \hat{s}_T \quad (63)$$

$$X_{TS} = \hat{r}_{TS} \cdot A_{TS+} \odot W \cdot \hat{s}_T + \hat{r}_{TS}^{-1} \cdot (A_{TS-} \odot W) \cdot \hat{s}_T^{-1} \quad (64)$$

$$X_{MC} = \hat{r}_{MC} \cdot A_{MC+} \odot W \cdot \hat{s}_{MC} + A_{MC-} \quad (65)$$

$$X_{MT} = \hat{r}_{MT} \cdot A_{MT+} \odot W \cdot \hat{s}_{MT} + \hat{r}_{MT}^{-1} \cdot (A_{MT-} \odot W) \cdot \hat{s}_{MT}^{-1} \quad (66)$$

5 CÔMPUTO DAS ESTIMATIVAS

5.1 Anos de referência e revisões das contas nacionais

Seguindo o método RAWs, foram estimadas as tabelas auxiliares para os anos de 2000 e 2005. Além das tabelas auxiliares, as próprias tabelas divulgadas pelo IBGE junto à MIP para estes dois anos precisaram sofrer modificações em razão das revisões posteriores na série das TRUs. As MIPs de 2000 e 2005, publicadas em 2008, foram baseadas nas TRUs da revisão 2004-2005 do SCN, publicadas em 2007. Nas revisões subsequentes, ocorreram duas alterações contábeis no procedimento de cálculo das TRUs, uma na distribuição das vendas de intermediação financeira e seguros, outra na alocação das compras públicas de remédios. O novo procedimento foi aplicado pelo IBGE retroativamente a todas as TRUs da série apresentada

junto à revisão 2005-2009 das Contas Nacionais, mas as MIPs de 2000 e 2005 não foram revistas. Assim, para a estimativa completa das MIPs de 2000 e 2005 foram consideradas as TRUs divulgadas na revisão 2005-2009 das Contas Nacionais (IBGE, 2011) e as tabelas auxiliares e MIPs de 2000 e 2005 foram corrigidas para se tornarem compatíveis com as TRUs revistas.

Uma alteração de procedimento foi na alocação das vendas do produto 090101. Intermediação financeira e seguros entre as compras dos setores de atividades. O total da produção não foi modificado, de maneira que a tabela de recursos permaneceu a mesma, mas, na tabela de usos a preços de consumidor, ocorreram realocações entre as aquisições para consumo intermediário de diversos setores demandantes. Para a correção, todas as alterações observadas entre as TRUs das revisões 2004-2005 e 2005-2009 nas tabelas de usos a preços ao consumidor foram aplicadas às tabelas de usos a preços básicos divulgadas originalmente pelo IBGE junto às MIPs. A produção total da economia não é afetada, mas as ligações entre setores associadas à produção e venda deste produto o são. Cabe apontar que as mudanças na distribuição desse produto ocorreram entre as duas versões da TRU de 2005, mas não da TRU de 2000.

A outra mudança de procedimento foi na alocação de compras públicas de produtos farmacêuticos. Na revisão de 2004-2005 do SCN, todas as compras governamentais do produto 031301. Produtos farmacêuticos eram alocadas como demanda intermediária do setor de atividade 1202. Saúde pública, sendo que o componente da demanda final consumo da administração pública compra todo o produto 120201. Saúde pública, único produto do setor 1202. Saúde pública. Entretanto, na revisão 2005-2009 das Contas Nacionais, a grande maioria das compras governamentais de produtos farmacêuticos nacionais é alocada diretamente ao setor da demanda final consumo da administração pública e se reduz no mesmo valor a produção do setor 1202. Saúde pública, assim como a compra do produto 120201. Saúde pública pelo consumo da administração pública. Como no caso anterior, essas mudanças foram replicadas sobre a tabela de usos a preços básicos, mas também foi necessário ajustar a tabela de recursos. Note-se que a demanda total do setor consumo da administração pública e a produção de 031301. Produtos farmacêuticos não são alterados, mas a renda nacional e o PIB foram reduzidos, assim como as ligações entre os setores produtores de fármacos e o setor saúde pública na MIP. Essas modificações ocorreram tanto na TRU de 2000 quanto na de 2005. Por fim, as MIPs para

2000 e 2005 foram recalculadas pelas tabelas de usos a preços básicos com essas adaptações.

5.2 Algoritmo para os multiplicadores

Os valores dos multiplicadores contidos em r_K , s_{K^*} e W são interdependentes, então serão calculados por um método numérico iterativo. Como a solução do RAWS existe e é única, a iteração converge. O algoritmo adotado, programado em Matlab, consiste das seguintes etapas:

Passo 0: obtenção das estimativas iniciais A_K das tabelas de auxiliares, conforme o exposto na seção 3.

Passo 1: como o processo de obtenção das estimativas iniciais já impõe a zeragem dos erros nas linhas, $r_K = \mathbf{1}_n$ na primeira etapa, para todo $K = \{TC, TP, TS, MC, MT\}$. O balanceamento será iniciado pelas colunas, então $w_{ij} = 1$, para todas as células de $W = [w_{ij}]$. Os multiplicadores s_{K^*} , para $K^* = \{T, MC, MT\}$, serão calculados seguindo as equações (58) a (60);

Passo 2: tomando $r_K = \mathbf{1}_n$ e os s_{K^*} calculados no passo anterior, W é computado pela equação (61);

Passo 3: é feito o primeiro balanceamento completo, em que, primeiro, os multiplicadores r_K são obtidos pelas equações (53) a (57) com s_{K^*} e W do passo anterior; depois, os multiplicadores s_{K^*} são atualizados pelas equações de (58) a (60) com os r_K e W mais recentes; e, por fim, W é novamente calculado por (61) com os últimos r_K e s_{K^*} ;

Passos de 4 a N: a cada etapa, os três tipos de multiplicadores r_K , s_{K^*} e W são calculados tomando como dados os multiplicadores dos passos anteriores, repetindo o *passo 3*. O processo segue até que o maior elemento da matriz $DIF = W_{(passo N)} - W_{(passo N-1)}$ seja inferior a 10^{-6} , o que equivale a R\$ 1,00, uma vez que os valores das tabelas estão designados em milhões de reais;

Passo N + 1: dado o valor final de W , calcula-se r_K e, depois, s_{K^*} . As estimativas finais dos multiplicadores são substituídas nas equações (62) a (66) para a obtenção das estimativas X_K das tabelas auxiliares, com $K = \{TC, TP, TS, MC, MT\}$.

Para a estimação das tabelas auxiliares da MIP de 2000, a convergência foi obtida com $N = 78$. Na MIP de 2005, com uma limitação imposta ao

número de iterações do algoritmo de $N \leq 500$ não houve convergência dentro da tolerância exigida para a matriz **DIF**. O maior elemento da matriz **DIF**, que deveria ser inferior a 10^{-6} , chegou a 6×10^{-4} com $N = 500$ iterações. Aumentando a tolerância para que o maior elemento da matriz **DIF** seja inferior a 7×10^{-4} , o que equivale a R\$ 700, o algoritmo para a MIP 2005 converge com $N = 61$.

6 AVALIAÇÃO DO MÉTODO

A qualidade da estimação das tabelas auxiliares com o algoritmo RAWs não pode ser aferida diretamente com os dados de 2000 e 2005, pois todas as informações disponíveis sobre essas tabelas já foram incorporadas ao processo de estimação. Dessa forma, para avaliar a eficácia do RAWs, o mesmo foi aplicado ao ano de 1996, último para o qual o IBGE (1999) divulgou todas as tabelas auxiliares. Pelo confronto das tabelas estimadas com as oficiais do IBGE, o RAWs é comparado ao método de Guilhoto e Sesso-Filho (2005), por meio de duas medidas de distância entre matrizes.

Na primeira parte desta seção, são discutidas as discrepâncias dos dados de 1996 em comparação a 2000 e 2005. Como o RAWs é um algoritmo de minimização de perda de informação, derivado a partir das informações disponíveis no conjunto de dados, essas discrepâncias tornam necessário que sejam feitos alguns ajustes ao próprio algoritmo. Também são apresentados os passos para a aplicação do método de Guilhoto e Sesso-Filho (2005). Na segunda parte da seção, são expostas as duas medidas de distância de matrizes e o resultado da comparação dos métodos.

6.1 Ajustes a diferenças dos dados entre 1996 e 2000 e 2005

Na aplicação do RAWs a 1996, foram utilizadas as mesmas informações disponíveis em 2000 e 2005: as TRUs e as tabelas de importações e de usos a preços básicos. Entretanto, os dados da década de 1990 possuem algumas diferenças em relação aos da década de 2000, que tornaram necessário fazer adequações ao método. Os pontos mais relevantes, que implicaram alterações no algoritmo, são: *i*) os subsídios não estão incluídos na tabela de outros impostos; *ii*) há incidência de impostos no produto margens de comércio e valor negativo em outra linha do vetor de margens de comércio. Outras diferenças, de consequências menores ou nulas, são: *iii*) a variação de estoque não é igual a zero nas tabelas auxiliares estimadas; *iv*) mudanças impostas para fechar o balanceamento; e *v*) diferenças sem consequências para a aplicação do RAWs.

O primeiro ponto diz respeito à tabela de outros impostos, que não inclui os subsídios em 1996. Assim, não há valores negativos nesta tabela, de maneira que o algoritmo deve ser ajustado considerando que $A_{TS} = A_{TS+}$ e $X_{TS} = X_{TS+}$. Ou seja, a tabela de outros impostos receberá o mesmo tratamento das tabelas de ICMS e IPI, simplificando o algoritmo.⁸

No segundo ponto, quanto à tabela de margem de comércio, há duas diferenças nos dados de 1996. A primeira delas é que em 2000 e 2005 não havia incidência de impostos no produto 060101. Comércio, mas em 1996 há registro de outros impostos no produto correspondente, 3501. Margem de comércio. A outra diferença é que há um produto com valor negativo de margem de comércio, 1702. Alcool de cana e de cereais, o que não ocorre em 2000 e 2005. Para adequar o RAWs a ambas as discrepâncias, basta aplicar à tabela de margem de comércio o mesmo tratamento dado à tabela de margem de transporte, simplificando novamente o algoritmo.⁹

O terceiro ponto é a coluna variação de estoques das tabelas auxiliares estimadas, que é diferente de zero em 1996, mas implicitamente nula nos dados do IBGE para 2000 e 2005. Para os dois anos da SCN/2000, todas as células da coluna variação de estoques são nulas na tabela **H**, construída conforme a equação (2). Isso ocorre porque a coluna de variação de estoques da tabela de usos a preços de consumidor é idêntica à soma das colunas de variação de estoques das tabelas de importações e de usos a preços básicos, de tal forma que essa coluna deve ser nula em todas as demais tabelas auxiliares. Não ocorre o mesmo na construção da tabela **H** para os dados de 1996. Este fato poderia ser desprezado se os valores de variação de estoque fossem todos positivos, mas surgem valores negativos para esta coluna nas estimações iniciais das tabelas auxiliares, o que demandaria uma revisão de todo o algoritmo para acomodar a ocorrência de células positivas e negativas na mesma linha. Isso deveria ser feito se o objetivo final fosse obter estimativas para 1996, mas como estas serão usadas apenas para testar o método aplicado a 2000 e 2005, optou-se por excluir a coluna de variação de estoques do balanceamento. Isso é feito substituindo

8. Especificamente, os números das equações modificadas são: (30) e (40) são eliminadas; (46) e (55) são reescritas de forma análoga aos casos do ICMS e IPI; (49) se torna similar a (50); os termos com subscrito TS são eliminados em (52), (58) e (64).

9. Nas equações, são reescritas analogamente ao caso da margem de transporte: as equações inteiras em (23), (47), (50), (56), (59) e (65); os termos de margem de comércio em (26) e (52). Ademais, são inseridas novas equações similares a (33) e (43) para a margem de comércio.

o valor verdadeiro desta coluna nas tabelas estimadas e descontando os valores desta coluna dos respectivos totais a serem distribuídos nas linhas.

O quarto ponto são os ajustes necessários para haver convergência do algoritmo no balanceamento. Como foi exposto na seção 3 deste artigo, para a operação correta do algoritmo nos dados da SCN/2000 foi necessário supor que a coluna de exportações é nula na estimativa inicial da tabela de imposto de importações e que o setor industrial de alimentos e bebidas não tem alocação de ICMS e IPI zerados, diferentemente dos demais setores da indústria. Para 1996, estas hipóteses não se mostraram necessárias para fechar o balanceamento, então foram descartadas. Entretanto, o algoritmo não convergiu por ocorrerem erros crescentes na coluna de exportações para a soma das tabelas. O problema foi sanado ao se permitir que as células correspondentes a alguns produtos da coluna de exportações, aquelas com erros maiores na soma das tabelas, recebessem alocação de ICMS e IPI: 0105. Soja em grão, 0501. Produtos siderúrgicos básicos, 2201. Fios têxteis naturais e 3001. Óleos vegetais em bruto.

Por fim, o quinto ponto são as diferenças menos relevantes entre 1996 e 2000/2005, quanto à dimensão das matrizes, setor *dummy* financeiro, ISS na tabela do IPI e compatibilidade com as TRUs revistas.

- 1) A dimensão das matrizes é igual a 80 produtos por 43 setores e cinco componentes da demanda final em 1996, contra 110 produtos por 55 setores e seis componentes da demanda final em 2000 e 2005. Esta divergência não tem implicações para o RAWS.
- 2) Existente em 1996, mas não em 2000 e 2005, o *dummy* financeiro é um setor fictício que corrige a subestimação do consumo intermediário de serviços financeiros (Ramos, 1997, p. 13). Na estimação para 1996, foi tratado como os demais setores.
- 3) No ano de 1996, o ISS é incluído na mesma tabela que o IPI, o que não ocorre para 2000 e 2005. É possível separar facilmente os dois tributos na tabela, já que o IPI incide sobre produtos industriais e o ISS sobre serviços. Observa-se que o ISS não tem a distribuição diferenciada entre setores demandantes que caracteriza o IPI, descrita na subseção 3.3, então foi deslocado para a tabela de outros impostos, com os ajustes necessários nos totais.

- 4) Como já comentado na subseção 3.3, as TRUs retropoladas a 1996 na metodologia do SCN/2000 não são compatíveis com as TRUs originais de 1996, nas quais a MIP desse mesmo ano se fundamenta. Assim, foram consideradas as TRUs originais de 1996, o que não traz prejuízos ao propósito desta seção, que é testar o algoritmo RAWS.

Sob as adequações expostas, o algoritmo RAWS foi aplicado ao ano de 1996, convergindo após 132 iterações.

O método de Guilhoto e Sesso-Filho (2005) foi igualmente aplicado às TRUs originais de 1996, compatíveis com a MIP desse mesmo ano. Para permitir uma comparação adequada, foi considerado o valor verdadeiro da coluna variação de estoque de todas as tabelas, como foi feito para o RAWS. O ISS também foi agrupado aos outros impostos. O tratamento aplicado por tabela foi feito da forma como segue.

- 1) Tabelas de ICMS, IPI, outros impostos e margens: monta-se uma versão da tabela de usos a preços de consumidor zerando as colunas *dummy* financeiro e variação de estoques. Cada célula desta tabela é multiplicada por um coeficiente específico à sua linha, calculado como a razão entre o valor a ser distribuído (imposto ou margem total do produto) e a soma na linha desta tabela.
- 2) Tabela de imposto de importação: igual ao procedimento anterior. A única diferença é que a coluna de exportações também é zerada na tabela modificada de usos a preços de consumidor.

6.2 Comparação dos métodos

Para mensurar a qualidade da estimação das tabelas auxiliares nas metodologias consideradas em relação às tabelas originais do IBGE de 1996, foram aplicadas duas medidas de distância entre matrizes. Ambas são medidas de síntese de comparações, célula a célula, entre a tabela estimada e a original. Foram adaptadas a partir de outras métricas listadas por Miller e Blair (2009, p. 334), a fim de expressarem, em termos percentuais, a distância entre as tabelas.

A primeira é o desvio absoluto percentual ponderado (DAPP). Para cada célula, toma-se o valor absoluto do desvio da tabela estimada em relação à original, em termos percentuais. A medida é a média ponderada de todas

estas células, com a ponderação dada pela razão entre o valor absoluto da célula na tabela original e a soma dos valores absolutos de todas as células na tabela original:

$$DAPP = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{|x_{ij}^k|}{\sum_i \sum_j |x_{ij}^k|} \cdot \left| \frac{\hat{x}_{ij}^k - x_{ij}^k}{x_{ij}^k} \right| \quad (67)$$

em que \hat{x}_{ij}^k é a célula da tabela estimada, x_{ij}^k a célula correspondente da tabela do IBGE, n é o número de linhas e m o total de colunas.

Constata-se de imediato que a expressão (67) pode ser simplificada e expressa como a razão entre a média aritmética dos erros absolutos e a média aritmética dos valores absolutos da tabela original, sem referência à importância relativa de cada célula:

$$DAPP = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{|\hat{x}_{ij}^k - x_{ij}^k|}{\sum_i \sum_j |x_{ij}^k|}}{\left(\frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{|\hat{x}_{ij}^k - x_{ij}^k|}{n \cdot m} \right)} = \frac{\left(\frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{|\hat{x}_{ij}^k - x_{ij}^k|}{n \cdot m} \right)}{\left(\frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{|x_{ij}^k|}{n \cdot m} \right)} \quad (68)$$

A outra medida, o desvio absoluto ponderado total (DAPT), preserva o tratamento às células diferenciado conforme sua importância relativa. O DAPT é a razão entre a média ponderada dos erros absolutos e a média ponderada dos valores absolutos da tabela original:

$$DAPT = \frac{\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{|x_{ij}^k|}{\sum_i \sum_j |x_{ij}^k|} \cdot |\hat{x}_{ij}^k - x_{ij}^k| \right)}{\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{|x_{ij}^k|}{\sum_i \sum_j |x_{ij}^k|} \cdot |x_{ij}^k| \right)} \quad (69)$$

A tabela 1 apresenta as duas medidas calculadas para todas as tabelas auxiliares estimadas pelos métodos RAWs e por Guilhoto e Sesso-Filho (2005), este último designado na tabela pela sigla GS. Na terceira coluna

referente a cada uma das medidas, é apresentada a diferença no erro calculado para os dois métodos.

Para o conjunto das tabelas, pode-se dizer que o uso do algoritmo RAWs aprimora a qualidade do ajuste. O DAPP tem valor máximo de 19% no RAWs e 53% no Guilhoto e Sesso-Filho. O DAPT é superior a 10% somente em uma tabela para o RAWs, mas para o Guilhoto e Sesso-Filho apenas em uma tabela é inferior a 10%.

TABELA 1
Medidas para a comparação dos métodos RAWs e Guilhoto e Sesso-Filho (2005) na estimação de tabelas auxiliares (1996)
 (Em %)

Tabelas/métodos	DAPP			DAPT		
	RAWS	GS	GS - RAWs	RAWS	GS	GS - RAWs
TM: Imposto de importação	0	45	45	0	26	26
TC: ICMS	6	51	45	3	20	16
TP: IPI	13	53	40	13	17	5
TS: Outros impostos	19	16	-3	6	10	4
MC: Margem de comércio	5	42	38	0,2	26	26
MT: Margem de transporte	10	8	-2	6	8	2

Fonte: IBGE (1999).
 Elaboração do autor.

Na medida DAPP, houve vantagem do método Guilhoto e Sesso-Filho para as tabelas de outros impostos e margem de transporte, enquanto nas demais tabelas o RAWs se mostrou superior. Contudo, nas duas tabelas em que o RAWs teve pior desempenho a diferença entre os métodos é pequena, entre dois e três pontos percentuais (p.p.), mas nas tabelas em que há vantagem do RAWs a diferença é grande, entre 38 p.p. e 45 p.p.

Na medida DAPT, o erro do RAWs é inferior ao de Guilhoto e Sesso-Filho em todas as tabelas. A diferença entre as tabelas é pequena para as tabelas de IPI, outros impostos e margem de transporte – entre dois e cinco p.p. – e maior para as demais – entre 16 p.p. e 26 p.p.

Combinando as informações do DAPP e do DAPT, pode-se afirmar que: os dois métodos são similares na estimação das tabelas de margem de transporte e outros impostos; o RAWs é claramente superior nas tabelas de imposto de importação, ICMS e margem de comércio; na tabela de IPI, o RAWs tem vantagem nas duas medidas, mas em magnitude variável.

Destaca-se o caso da tabela de imposto de importação, na qual a estimação pelo RAWs, que segue as proporções conhecidas da tabela de importações, resulta em tabela idêntica à divulgada pelo IBGE.

7 CONCLUSÃO

Foi desenvolvido neste artigo o método RAWs para a estimação das tabelas auxiliares não disponibilizadas pelo IBGE junto às MIPs dos anos de 2000 e 2005: imposto de importação, ICMS, IPI, outros impostos líquidos de subsídios, margens de comércio e margens de transporte. O algoritmo RAWs foi derivado como um problema de minimização de perda de informação que otimiza o uso do conjunto de dados disponíveis. Nesta derivação, foram incorporados avanços metodológicos recentes da literatura de balanceamento de matrizes, como tratamento adequado a células com valores negativos na projeção inicial.

No intuito de avaliar a qualidade das estimações produzidas pelo RAWs, o algoritmo foi aplicado com os devidos ajustes ao ano de 1996, para o qual todas as tabelas auxiliares foram divulgadas pelo IBGE. Os resultados foram comparados com as mesmas tabelas estimadas pelo método de Guilhoto e Sesso-Filho (2005), por duas medidas de distância entre as tabelas. Combinando ambas, constata-se que os erros são substancialmente menores no RAWs para as tabelas de imposto de importação, ICMS e margem de comércio; o RAWs é melhor, mas com vantagem variável conforme a medida, na tabela de IPI; há equivalência dos métodos, com pequena vantagem para um ou outro conforme a medida, nas tabelas de outros impostos e margem de transporte. Assim, para o conjunto das tabelas, o algoritmo RAWs proporcionou uma redução considerável na magnitude dos erros de estimação.

Ademais, as MIPs de 2000 e 2005 foram corrigidas para se adequarem à revisão 2005-2009 das TRUs. Na construção destas MIPs, o IBGE tomou por referência as TRUs da revisão 2004-2005 das Contas Nacionais. Nas revisões posteriores, as TRUs deste período sofreram pequenas alterações, mas as MIPs não foram adaptadas. Neste artigo, foi feito o ajuste das MIPs de 2000 e 2005 para adequá-las à revisão mais recente.

A contribuição empírica direta do artigo é o próprio conjunto formado pelas tabelas auxiliares estimadas e MIPs corrigidas dos anos de 2000 e 2005. As tabelas auxiliares, principalmente as quatro tabelas de impostos,

podem ser utilizadas independentemente das MIPs em aplicações empíricas relevantes para as políticas públicas. Um exemplo deste uso é o estudo dos efeitos sobre bens finais da incidência dos impostos indiretos, considerando relações intersetoriais, como é feito por Siqueira, Nogueira e Souza (2001). Os autores empregam as tabelas de impostos da MIP 1995 para calcular a incidência final e as alíquotas efetivas dos tributos indiretos por setores e componentes da demanda final. Esse tipo de análise, que com os dados do artigo pode ser aplicada com maior precisão à década de 2000, permite a simulação dos efeitos de reformas tributárias.

Quanto à correção das MIPs de 2000 e 2005 para adequação à última revisão das TRUs, apesar de os ajustes serem pequenos, são relevantes sob a perspectiva da comparabilidade com MIPs estimadas a partir de TRUs. O próprio método de Guilhoto e Sesso-Filho (2005, 2010) tem por finalidade justamente a estimação de MIPs para anos em que as TRUs são disponibilizadas, utilizando somente a TRU do ano estimado como fonte de informação. As MIPs assim estimadas com as TRUs da revisão 2005-2009 do SCN só são perfeitamente comparáveis com as MIPs de 2000 e 2005 sob os referidos ajustes.

Outra finalidade para as tabelas auxiliares e MIPs corrigidas de 2000 e 2005 está na estimação de MIPs de outros anos utilizando métodos de projeção, o que se constitui em aporte empírico indireto deste artigo. Quando o RAS original e outros métodos derivados são empregados na projeção de MIPs (Miller e Blair, 2009, cap. 7), as informações disponíveis do ano estimado geralmente são as restrições do balanceamento, aplicado sobre projeções iniciais constituídas pelas tabelas de anos anteriores. No método de Grijó e Berni (2006), um RAS modificado para os dados do Brasil, as MIPs são projetadas utilizando as informações de todas as tabelas auxiliares, que são conhecidas até 1996 na referência anterior do SCN. Com as tabelas apresentadas neste artigo, tal método pode ser adaptado ao SCN/2000, permitindo estimar MIPs até o ano de 2009.

Por fim, a contribuição metodológica do texto é a derivação do algoritmo RAWs como um problema de minimização de perda de informação com permissão de sinais negativos nas células. Repetindo os procedimentos apresentados, o RAWs pode ser adaptado para qualquer conjunto de dados disponível, relacionado à estimação de MIPs e tabelas análogas, como foi feito na seção de teste do método para as tabelas auxiliares de 1996. Um

exemplo concreto de possível adaptação do RAWs seria a estimação das MIPs completas em todos os anos do SCN/2000 com perda mínima de informação. Utilizando as MIPs completas de 2000 e 2005 e as TRUs de 2000 a 2009, o RAWs pode ser adaptado para estimar MIPs anuais, pela interpolação das duas MIPs conhecidas para os anos de 2001 a 2004 e projeção da MIP de 2005 para os anos de 2006 a 2009. Esta aplicação será objeto de uma extensão posterior deste estudo.

ABSTRACT

This paper develops the RAWs algorithm to estimate auxiliary tables of indirect taxes and margins related to the Brazilian Input-Output Tables (IOTs) for 2000 and 2005. We derive RAWs by an information loss minimization problem, which explores the data structure from both the IOTs and Supply and Use Tables (SUT) released by IBGE. We make use of recent advances in the international literature of matrix balancing methods, as the generalization of RAS for tables with negative cells. Finally, we also adjust the official IOTs for 2000 and 2005 to make them compatible to the 2005-2009 revision of the SUTs.

Keywords: input-output; National Accounts; RAS; matrix balancing.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil:** promulgada em 5 de outubro de 1988. Brasília, DF: Senado, 1988. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Constituicao/Constituicao.htm>. Acesso em: 20 jun. 2011.

CONCLA – COMISSÃO NACIONAL DE CLASSIFICAÇÕES. **Sistema de contas nacionais:** SCN (nível 43) X CNAE. Disponível em: <<http://concla.ibge.gov.br/classificacoes/correspondencias/atividades-economicas>>. Acesso em: 6 ago. 2011a.

_____. **Sistema de contas nacionais:** SCN (nível 147/55) X CNAE. Disponível em: <<http://concla.ibge.gov.br/classificacoes/correspondencias/atividades-economicas>>. Acesso em: 6 ago. 2011b.

DIETZENBACHER, E.; ALBINO, V.; KUHTZ, S. **The fallacy of using US-type input-output tables.** In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INPUT-OUTPUT TECHNIQUES, 15., Beijing, 2005.

GRIJÓ, E.; BERNI, D. A. Metodologia completa para a estimativa de matrizes de insumo-produto. **Teoria e evidência econômica**, Passo Fundo, v. 14, n. 26, p. 9-42, mai. 2006.

GUILHOTO, J. J. M.; SESSO FILHO, U. A. Estimação da matriz insumo-produto a partir de dados preliminares das contas nacionais. **Economia aplicada**, São Paulo, v. 9, n. 2, p. 277-299, abr./jun. 2005.

_____. Estimação da matriz insumo-produto utilizando dados preliminares das contas nacionais: aplicação e análise de indicadores econômicos para o Brasil em 2005. **Economia & tecnologia**, ano 6, v. 23, p. 53-62, out./dez. 2010.

HUANG, W.; KOBAYASHI, S.; TANJI, H. Updating an input-output matrix with sign-preservation: some improved objective functions and their solutions. **Economic systems research**, v. 20, n. 1, p. 111-123, Mar. 2008.

IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Matriz de insumo-produto: Brasil 1996**. Rio de Janeiro: IBGE, 1999.

_____. **Sistema de contas nacionais: Brasil 2004-2005**. Rio de Janeiro: IBGE, 2007a. (Contas Nacionais, n. 20).

_____. **Sistema de contas nacionais – Brasil referência 2000**. Margem de Transporte e Comércio. Rio de Janeiro: IBGE, 2007b. (Nota Metodológica, n. 21).

_____. **Matriz de insumo-produto: Brasil 2000-2005**. Rio de Janeiro: IBGE, 2008. (Contas Nacionais, n. 23).

_____. **Sistema de contas nacionais: Brasil 2005-2009**. Rio de Janeiro: IBGE, 2011. (Contas Nacionais, n. 34).

JUNIUS, T.; OOSTERHAVEN, J. The solution of updating or regionalizing a matrix with both positive and negative entries. **Economic systems research**, v. 15, n. 1, p. 87-96, May 2003.

LENZEN, M.; WOOD, R.; GALLEGO, B. Some comments on the GRAS method. **Economic systems research**, v. 19, n. 4, p. 461-465, dez. 2007.

MILLER, R. E.; BLAIR, P. D. **Input-output analysis: foundations and extensions**. 2. ed. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 2009.

RAMOS, R. L. O. **Matriz de insumo-produto Brasil**. Rio de Janeiro: IBGE, 1997. (Série Relatórios Metodológicos, v. 18).

SIQUEIRA, R.; NOGUEIRA, J.; SOUZA, E. A incidência final dos impostos indiretos no Brasil: efeitos da tributação de insumos. **Revista brasileira de economia**, v. 55, n. 4, p. 513-544, out./dez. 2001.

STONE, R. Multiple classifications in social accounting. **Bulletin de l'institut international de statistique**, v. 39, n. 3, p. 215-233, 1962.

TEMURSHOEV, U.; TIMMER, M. P. Joint estimation of supply and use tables. **Papers in regional science**, Oxford, v. 90, n. 4, p. 863-882, nov. 2011.

TEMURSHOEV, U.; WEBB, C.; YAMANO, N. Projection of supply and use tables: methods and their empirical assessment. **Economic systems research**, v. 23, n. 1, p. 91-123, Mar. 2011.

(Originais submetidos em setembro de 2013. Última versão recebida em julho de 2014.
Aprovada em julho de 2014.)