Indicadores de Produtividade: uma breve revisão dos principais métodos de cálculo

Alexandre Messa*

1 INTRODUÇÃO

A produtividade mede o grau de eficiência com que determinada economia utiliza seus recursos para produzir bens e serviços de consumo. Diferentes abordagens quanto ao uso do termo recursos dão origem então às distintas medidas de produtividade.

Entre tais medidas, a mais elementar é, sem dúvida, a produtividade do trabalho, que expressa o produto gerado por cada hora de trabalho (ou por alguma outra medida do insumo trabalho) na economia em questão. Desta forma, trata-se de um indicador apropriado tanto para identificar a evolução do padrão de subsistência dos trabalhadores quanto para comparar tais padrões ao longo de diferentes economias.

Porém, por trás da simplicidade de seu cálculo, reside o problema da produtividade do trabalho: a interpretação de sua dinâmica. De fato, há vários determinantes do comportamento deste indicador, o que dificulta a devida identificação das causas por trás de suas variações ao longo do tempo.

No outro extremo, encontra-se a produtividade total dos fatores (PTF), que tem a pretensão de indicar a eficiência com que a economia combina a totalidade de seus recursos para gerar produto. A partir desta conceituação, a dinâmica do indicador seria resultado do progresso tecnológico da economia.

No entanto, de forma diametralmente oposta à produtividade do trabalho, a aparente simplicidade da interpretação da dinâmica da PTF traz consigo a grande dificuldade do indicador, qual seja, seu cálculo. Realmente, a identificação de todos os recursos da economia, a mensuração de cada um deles e a determinação da forma como tais recursos são combinados com vistas à atividade produtiva estão longe de constituírem tarefas triviais. Esta construção faz que o cálculo da PTF seja bastante sensível a diferentes procedimentos visando à execução de tais tarefas.

A partir dessas questões, este artigo objetiva discutir esses dois indicadores de produtividade, abordando os diferentes métodos de cálculo e os problemas envolvidos. As seções a seguir tratarão de cada um desses indicadores e abordarão a relação entre eles. Naturalmente, há várias outras medidas de produtividade, tais como a produtividade do capital ou a produtividade por unidade de consumo de energia elétrica. Contudo, uma vez que aqueles indicadores são os que permeiam o debate econômico, ao mesmo tempo que este trabalho não tem a pretensão de ser exaustivo, optou-se pelo foco restrito a eles.

2 PRODUTIVIDADE TOTAL DOS FATORES

Inicialmente, é considerada a distinção entre fatores de produção e insumos intermediários. Os primeiros se referem aos insumos que são exógenos ao sistema produtivo, ou seja, aqueles cuja oferta é dada ao longo do período de cálculo – no caso da produtividade, normalmente anual. Estes são os casos da força de trabalho e do estoque de capital da economia – ainda que, ao se observarem períodos maiores, ambos deixem de ser exógenos. Por sua vez, os insumos intermediários se referem àqueles endógenos ao sistema produtivo.

Seguindo Solow (1957), admite-se uma função de produção agregada com mudança técnica neutra,[1] tal que, a partir de uma função $f: \mathbb{R}_+^2 \longrightarrow \mathbb{R}$

---

* Técnico de Planejamento e Pesquisa da Diretoria de Estudos e Políticas Setoriais de Inovação, Regulação e Infraestrutura (Diset) do Ipea.

1. Por mudança técnica neutra, entenda-se toda aquela que não altera a taxa marginal de substituição entre os fatores de produção.

$$Y_t = A_t f(K_t, L_t) \tag{1}$$

em que Y_t representa o produto no instante t; K_t e L_t, os fatores de produção capital e trabalho, respectivamente, neste mesmo instante; e A_t, o estado da arte da tecnologia em t. Diferenciando a equação (1) em relação ao tempo e dividindo-a por Y, tem-se, após omitir, por economia de notação, o subscrito t,

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + \frac{\partial Y}{\partial K}\frac{K}{Y}\frac{\dot{K}}{K} + \frac{\partial Y}{\partial L}\frac{L}{Y}\frac{\dot{L}}{L}, \tag{2}$$

em que, para uma variável X qualquer, $\dot{X} = dX/dt$

Admite-se então que, tal como prevê a teoria da firma, os fatores de produção são remunerados de acordo com seus produtos marginais. Normalizando o preço do produto como equivalente à unidade, e fazendo r e w os preços dos insumos capital e trabalho, respectivamente, tem-se $\partial Y/\partial K = r$ e $\partial Y/\partial L = w$. Desta forma, obtém-se

$$\begin{cases} \dfrac{\partial Y}{\partial K}\dfrac{K}{Y} = \dfrac{rK}{Y} = s_{K'} \\ \dfrac{\partial Y}{\partial L}\dfrac{L}{Y} = \dfrac{wL}{Y} = s_{L'} \end{cases} \tag{3}$$

Em que s_K e s_L representam, respectivamente, as participações do capital e do trabalho no valor do produto. Inserindo (3) em (2), rearranjando a equação resultante e definindo $\bar{X} = \dot{X}/X$, tem-se

$$\bar{A} = \bar{Y} - s_K\bar{K} - s_L\bar{L} \tag{4}$$

O termo à esquerda da equação (4) representa a PTF, calculada como a parte do crescimento do produto que não é explicada pelo crescimento dos insumos.

Neste ponto, é importante apontar alguns problemas envolvidos na derivação anterior. Em primeiro lugar, deve-se notar que a PTF é calculada de forma residual, sendo constituída pela parcela do crescimento do produto que não é explicada pelo correspondente crescimento da utilização dos fatores de produção. Com isto, qualquer variável que esteja omitida em (1), ou cuja medida contenha erros, terá seu efeito sobre o produto absorvido pelo termo $\bar{A}$ em (4). Por este motivo, Abramovitz (1956) o denomina "medida da nossa ignorância", ao mesmo tempo que Domar (1961) utiliza o termo "resíduo", evitando, deliberadamente, qualquer referência à noção de progresso técnico.

Note-se que, para se chegar à equação (4), as únicas suposições feitas foram as de mudanças técnicas neutras e de que os fatores de produção são remunerados de acordo com suas respectivas produtividades marginais. Desta forma, a equação (4) permite o cálculo do crescimento da produtividade apenas com as informações de produto e insumos em dois instantes no tempo, além das respectivas participações dos fatores no valor do produto.

Para se compreender a intuição envolvida nesse cálculo, supõe-se que a função f em (1) seja homogênea de grau um (no intuito de possibilitar sua representação em um gráfico de duas dimensões). Então, dividindo ambos os lados de (1) por L, tem-se

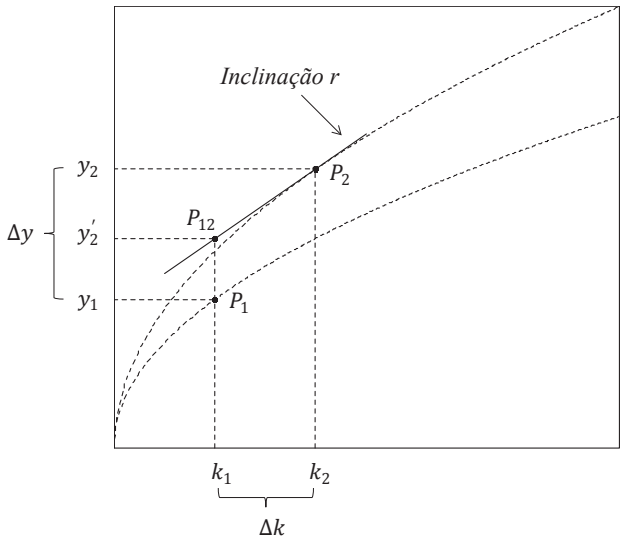
$$y_t = A_t f(k_t, 1)$$

em que $y_t = Y_t/L_t$ e $k_t = K_t/L_t$. A partir da equação anterior, realizando manipulações algébricas semelhantes àquelas utilizadas para derivar (4), obtém-se

$$\bar{A} = \bar{y} - s_K\bar{k} \tag{5}$$

O gráfico 1 ilustra a situação em que o economista observa dois instantes no tempo. Neste caso, ele detém três informações: os pontos P_1 e P_2 e a inclinação r, dada pela remuneração do capital. Como ele não pode observar, nem mesmo conhece as funções de produção nestes instantes, estas foram ilustradas pelo gráfico 1 de forma tracejada, justamente para salientar este fato.

GRÁFICO 1
A função de produção em dois instantes no tempo



Elaboração do autor.

Para estimar o progresso técnico entre os dois instantes, pode-se aproximar a função de produção desconhecida por sua tangente – que é observável. Fazendo isto para a função do segundo instante, o progresso técnico é dado então pela distância $(y_2' - y_1)/y_1$. Assim, tem-se

$$\begin{aligned}\frac{\Delta A}{\mathrm{A}} &= \frac{y_2' - y_1}{y_1} \\ &\cong \frac{\left[y_2 - \left(\partial y_2/\partial k\right)\Delta k\right] - y_1}{y_1} = \frac{\left[y_2 - r\Delta k\right] - y_1}{y_1} \\ &= \frac{\Delta y}{y_1} - \frac{rk_1}{y_1}\frac{\Delta k}{k_1} = \frac{\Delta y}{y_1} - s_K\frac{\Delta k}{k_1},\end{aligned} \tag{6}$$

que representa a contrapartida da equação (5) para o tempo discreto. Desta forma, pode-se estimar, de maneira aproximada, o progresso técnico entre os dois instantes, observando apenas o produto, os fatores de produção empregados e a fração de cada um destes na renda, em dois instantes no tempo.

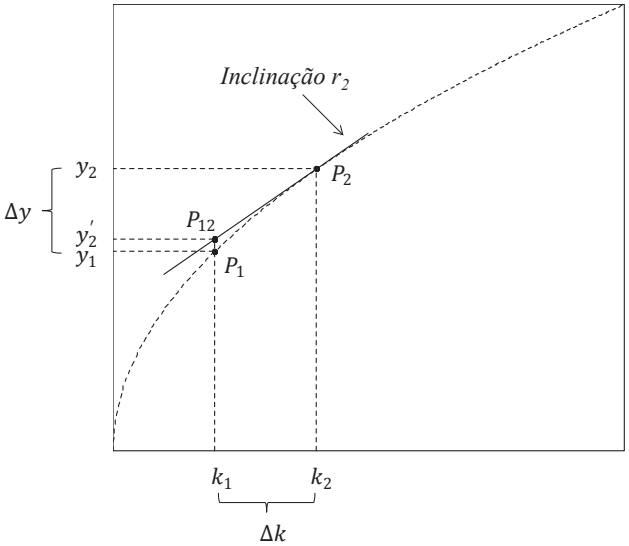
Porém, a derivação anterior traz consigo alguns problemas. O mais óbvio deles diz respeito ao fato de a estimação em (6) ser uma aproximação do verdadeiro progresso técnico. De acordo com o gráfico 1, percebe-se claramente que o erro resultante desta aproximação será tão menor quanto menor for a variação dos insumos empregados – ou, no caso da situação ilustrada, em que há retornos constantes de escala, quanto menor for a variação do capital por trabalhador. De fato, na situação extrema em que os insumos empregados se mantêm constantes, a estimação será precisa.

De forma análoga, é natural imaginar que, quanto menor for o tempo transcorrido entre os dois instantes, menor tenderá a ser a variação dos insumos empregados. Portanto, outra interpretação da questão levantada anteriormente é que, quanto menor for o período de cálculo do crescimento da produtividade, menor tenderá a ser o erro incorrido.

Um problema adicional do método apresentado diz respeito ao ponto levantado por Stigler (1961), o qual revela que a variação nos preços dos insumos pode fazer que o crescimento da produtividade calculado seja significativamente diferente daquele real. Para ilustrar essa ideia, os gráficos 2 e 3 mostram uma situação em que não há qualquer progresso técnico entre os instantes analisados. Na situação ilustrada, a única diferença entre os dois instantes é que há uma queda – entre eles – no preço relativo do capital, levando à utilização de uma maior razão capital-trabalho na atividade produtiva.

GRÁFICO 2

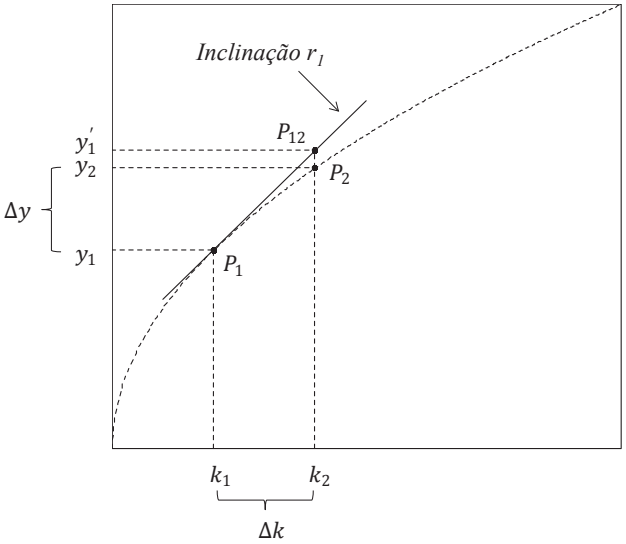
A função de produção em dois instantes no tempo, sem progresso técnico entre eles, utilizando-se o segundo instante como base para o cálculo do crescimento da produtividade



Elaboração do autor.

GRÁFICO 3

A função de produção em dois instantes no tempo, sem progresso técnico entre eles, utilizando-se o primeiro instante como base para o cálculo do crescimento da produtividade



Elaboração do autor.

Porém, conforme se pode perceber, dependendo de qual período for utilizado como base para o cálculo do crescimento da produtividade, as conclusões obtidas são distintas – e ambas erradas. Conforme se percebe no gráfico 2, caso se utilize os preços observados no segundo instante, o resultado é um crescimento da produtividade equivalente a $(y_2' - y_1)/y_1 > 0$. Por seu turno, segundo o gráfico 3, caso sejam utilizados os preços referentes ao primeiro instante, tem-se uma queda da produtividade dada por $(y_2 - y_1')/y_1 < 0$.

Para se compreender a intuição desse resultado, admite-se que, a cada instante, as firmas optem pela combinação de insumos mais apropriada para os preços observados neste mesmo instante. Então, a utilização, sob tais preços, de uma combinação de insumos mais apropriada para outro conjunto de preços é percebida como uma fonte de ineficiência. Desta forma, no exemplo ilustrado pelos gráficos 2 e 3, ao se utilizarem os preços do instante final como base, a combinação de insumos usada no instante inicial é vista como ineficiente, levando à percepção de ganhos de eficiência entre um instante e outro. Por sua vez, quando se utilizam os preços do primeiro instante como base, a combinação de insumos empregada no segundo instante é a que acaba sendo percebida como ineficiente, levando a uma queda de eficiência.

Apesar de o exemplo anterior ser bastante estilizado, ele levanta outro ponto relevante. Enquanto a derivação que levou à equação (4) é realizada em tempo contínuo, os dados, na realidade, são gerados em tempo discreto. Porém, apenas por uma coincidência, os preços dos insumos em dois instantes distintos serão iguais. Então, há a necessidade de se aproximar o modelo desenvolvido em tempo contínuo por meio de dados disponíveis em tempo discreto, fazendo que uma literatura de números-índices crescesse em torno deste problema.[2] De qualquer forma, o ponto relevante é que, com base nos mesmos dados e dependendo de qual método de aproximação se utilize, pode-se chegar a diferentes resultados quanto ao crescimento da PTF.

Finalmente, existem os problemas referentes ao método em si, que, conforme exposto anteriormente, faz uso de duas suposições: a mudança técnica é neutra e os fatores de produção são remunerados de acordo com suas respectivas produtividades marginais. Naturalmente, vários fatores podem fazer que esta segunda suposição não seja satisfeita, tais como as estruturas de mercado do produto e dos fatores de produção, além da eventual existência de custos de ajuste.

Além disso, a suposição em que o progresso técnico influencia proporcionalmente a produtividade marginal de ambos os fatores é bastante restritiva. Alternativamente, é possível partir de uma função de produção mais geral, do tipo $Y_t = f(a_t K_t, b_t L_t)$, em que a_t e b_t são parâmetros tecnológicos. Realizando-se os mesmos passos que levaram à equação (4), tem-se

$$s_K \bar{a} + s_L \bar{b} = \bar{Y} - s_K \bar{K} - s_L \bar{L}, \tag{7}$$

Na equação (7), o termo do lado esquerdo representa a expressão para o crescimento da produtividade. Conforme se percebe, ao se compararem os lados direitos das equações (4) e (7), ambas as formulações resultam no mesmo crescimento da PTF. Porém, utilizando-se a equação (7), caso se parta de mais suposições e se aprofunde o modelo apresentado, o crescimento da PTF pode ser decomposto em uma soma do crescimento de dois parâmetros tecnológicos referentes às produtividades marginais do trabalho e do capital, ponderada de acordo com as frações da renda destinadas a eles. Desta forma, tal decomposição do crescimento da PTF pode ser útil para estudar o viés da mudança técnica em relação aos fatores de produção, entre outros possíveis interesses.

2.1 Método econométrico

Uma alternativa ao procedimento descrito anteriormente envolve a utilização de métodos econométricos para o devido cálculo da PTF. A partir de dados referentes ao produto e aos fatores de produção, pode-se assumir uma especificação para a função de produção f e estimar seus parâmetros, de tal forma que

$$Y_t = f(t, K_t, L_t) + \varepsilon_t \tag{8}$$

em que ε_t representa um termo de erro aleatório. A partir da estimação da equação (8), pode-se definir o crescimento do progresso técnico como: $\partial \, In \, f(t, K_t, L_t)/\partial t$. Por um lado, tem-se o cálculo da PTF sem que se necessite partir do pressuposto de que os fatores de produção sejam remunerados de acordo com suas respectivas produtividades marginais; por outro lado, o método econométrico possibilita a incorporação em f de vários complicadores, tais como a possibilidade da existência de retornos de escala ou de custos de ajuste, de forma a procurar explicar a PTF.

Porém, uma limitação óbvia a tal procedimento se refere à disponibilidade de dados. De fato, procedimentos econométricos costumam ser bastante intensivos em dados, apesar de ter sido abordado neste artigo – no início da seção 2 – um método que faz um uso bastante eficiente da escassez de dados.

Ainda, ao se assumir uma função de produção específica, torna-se útil adotar as chamadas formas funcionais flexíveis, que fornecem uma aproximação de segunda ordem a funções arbitrárias. A especificação *translog*, desenvolvida por Christensen, Jorgenson e Lau (1973), constitui um exemplo bastante utilizado de

2. Ver, por exemplo, Diewert (1976; 1980).

forma flexível. Porém, tais formas costumam necessitar de técnicas não lineares de estimação, fazendo que o problema seja transferido para a validade das suposições necessárias para tais técnicas.

Finalmente, a estimação em questão envolve uma série de problemas de especificação. Na equação (8), há a possibilidade de diversas fontes possíveis de endogeneidade, tais como a existência de variáveis omitidas, de erros de medida e de simultaneidade. Neste sentido, Griliches e Mairesse (1995) são referências importantes a respeito dos problemas envolvidos em tal estimação.

3 PRODUTIVIDADE DO TRABALHO E SUA RELAÇÃO COM A PTF

A produtividade do trabalho constitui simplesmente do quociente entre o produto e alguma medida do trabalho, podendo ser expressa, por meio da mesma notação utilizada na subseção 2.1, como Y/L. Admitindo, no momento, retornos constantes de escala (possibilitando a suposição de que, em (4), $s_L = 1 - s_K$), tem-se

$$\bar{Y} - \bar{L} = \bar{A} + s_K(\bar{K} - \bar{L}) \tag{9}$$

O termo do lado esquerdo da equação (9), $\bar{Y} - \bar{L}$, representa o crescimento da produtividade do trabalho. O lado direito, por sua vez, apresenta a decomposição desse crescimento em duas partes: uma parte referente ao progresso técnico, $\bar{A}$; e a outra, representando o aumento do capital por trabalhador, $s_K(\bar{K} - \bar{L})$.

A partir dessa decomposição, pode-se notar que, além do progresso técnico, o crescimento da produtividade reflete também o crescimento da relação capital por trabalhador. Com isto, a produtividade do trabalho reflete não apenas o progresso técnico – como ao menos pretende a PTF – mas também o aprofundamento do capital.

A partir da equação (9), pode-se também estabelecer uma relação entre as variações da produtividade do trabalho e da PTF. De fato, lembrando que esta corresponde ao termo $\bar{A}$, a diferença entre elas é dada pelo termo $s_K(\bar{K} - \bar{L})$. Portanto, nada garante que as duas medidas de produtividade apresentam comportamentos semelhantes. Dependendo da magnitude tanto da variação na relação capital por trabalhador quanto do progresso técnico, tais medidas podem até mesmo apresentar sinais opostos.

Dessa forma, a produtividade do trabalho será uma medida tão próxima à PTF quanto mais proporcional forem os aumentos dos fatores de capital e de trabalho – ou seja, quanto mais próximo de zero for o termo $(\bar{K} - \bar{L})$ –, ou quanto menor for a elasticidade do produto em relação ao capital – que leva ao termo s_K.

Com relação ao primeiro ponto, Stigler (1961) reporta uma série de coeficientes de correlação entre crescimentos do capital e do trabalho para a indústria de transformação norte-americana, de acordo com diferentes períodos. Em um extremo, utilizando dados referentes a vinte setores industriais, o autor declara uma correlação de 0,257 para um intervalo de um ano (entre 1952 e 1953). Em outro extremo, a partir de dados compreendendo dez setores, o autor reporta um coeficiente de 0,984 para um intervalo de 84 anos (entre 1869 e 1953).

Diante disso, pode-se argumentar que, caso a análise em questão compreenda um período relativamente longo, os fatores de capital e de trabalho tendem a apresentar variações percentuais bastante próximas. Com isto, quanto maior for o período analisado, menor tende a ser o termo $(\bar{K} - \bar{L})$ e, consequentemente, mais próximas tendem a ser as medidas de crescimento da produtividade do trabalho e da PTF. Porém, considerando períodos mais curtos, as variações naqueles fatores tenderiam para uma maior disparidade, podendo tornar as medidas de crescimento da produtividade divergentes entre si.

4 EXTENSÕES AO CÁLCULO DA PTF

A teoria desenvolvida na seção 2 tem o mérito de levar a importantes resultados a partir de dados limitados. Porém, como consequência do caráter meramente residual da medida de produtividade em questão, as conclusões que podem ser estabelecidas a partir daqueles resultados são restritas. Outro ponto relevante consequente das

questões levantadas por Solow (1957) foi o surgimento de uma extensa literatura dedicada a explicar o resíduo. Entre os caminhos seguidos pela literatura, dois deles serão abordados nas subseções a seguir.

4.1 Qualidade do capital

Em primeiro lugar, é importante introduzir a distinção, que remete a Solow (1960), entre progresso técnico incorporado e desincorporado. O primeiro se refere a inovações tecnológicas que são introduzidas no processo produtivo de forma incorporada nas novas gerações de máquinas e equipamentos. Por seu turno, o progresso técnico desincorporado é todo aquele que não depende da introdução de novos bens de capital e afeta igualmente as máquinas velhas e novas.

Nesse ponto, torna-se conveniente adotar, para a função f, uma especificação Cobb-Douglas com retornos constantes de escala, de tal forma que

$$Y_t = A_t K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha} \tag{10}$$

A partir da especificação apresentada na equação (10), a equação (4) pode ser reescrita como

$$\bar{A} = \bar{Y} - \alpha\bar{K} - (1-\alpha)\bar{L} \tag{11}$$

Com relação ao fator de produção K em (10), é necessário realizar algumas observações. Cada tipo de ativo prevê um fluxo de serviços produtivos a partir do estoque acumulado de investimentos passados. Este fluxo de serviços produtivos constitui de fato a medida adequada para o insumo capital com vistas à análise de produtividade.

Dado que os fluxos de serviços de capital não são diretamente observáveis, eles precisam ser estimados de alguma forma. Um modo possível de se proceder é supor que tais fluxos sejam proporcionais ao estoque de ativos, após a devida ponderação pela eficiência de cada tipo de ativo. Assim, a importância das medidas de estoque de capital na análise da produtividade deriva apenas do fato de elas oferecerem um instrumento para a devida estimação dos fluxos de serviços de capital. Ou seja, caso estes fossem observáveis, não haveria qualquer necessidade de mensuração do estoque de capital.

Por tais motivos, admite-se diretamente que, na equação (10), o termo K representa o número de máquinas. Neste caso, o resíduo em (11) estaria capturando ambos os tipos de progresso técnico, o incorporado e o desincorporado. Formulando o estoque de capital da economia de forma ajustada à sua qualidade, é possível distinguir ambas as formas, o que permite um entendimento mais apropriado do resíduo em (11).

Com tal intuito, seguindo Nelson (1964), a cada ano, é admitido o desenvolvimento de novas máquinas dotadas de uma qualidade superior àquelas do ano anterior, e λ passa a representar a taxa percentual de progresso anual da qualidade dessas máquinas. Então, o estoque de capital ajustado, em determinado ano t, pode ser expresso como:[3]

$$J_t = \sum_{v=0}^{t} K_{vt}(1+\lambda)^{v} \tag{12}$$

em que K_{vt} representa o capital construído no ano que ainda esteja em uso em t. Após algumas manipulações algébricas, obtém-se

$$\frac{\Delta J}{J} = \frac{\Delta K}{K} + \lambda - \lambda\Delta a \tag{13}$$

3. Daqui em diante, o modelo será desenvolvido em tempo discreto.

em que Δa denota a variação da idade média do capital. Considerando-se o estoque de capital ajustado J, é admitida uma função de produção tal que

$$Y_t = A'_t J_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha} \tag{14}$$

em que A'_t representa o parâmetro tecnológico sob esta nova especificação – em contraste a A_t em (10). Após as devidas manipulações algébricas, tem-se

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta A'}{A'} + \alpha \frac{\Delta J}{J} + (1-\alpha)\frac{\Delta L}{L} \tag{15}$$

Com a inserção de (13) em (15), conclui-se que o crescimento da PTF na presente formulação é dado por

$$\frac{\Delta A'}{A'} = \frac{\Delta Y}{Y} - \alpha\lambda + \alpha\lambda\Delta a - \alpha\frac{\Delta K}{K} - (1-\alpha)\frac{\Delta L}{L} \tag{16}$$

Em primeiro lugar, é importante diferenciar as medidas em (11) e (16). Supondo que o cálculo envolvendo o crescimento da PTF seja bem-sucedido em mensurar o progresso técnico, a equação (11) fornece tanto aquele incorporado quanto o desincorporado. Em contraste, a expressão em (16) fornece apenas o resultado do progresso técnico desincorporado. Diante desta análise, inserindo (11) em (16),

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta A'}{A'} + \alpha\lambda - \alpha\lambda\Delta a \tag{17}$$

A equação (17) decompõe o crescimento da PTF segundo o progresso técnico desincorporado, $\Delta A'/A'$, e aquele incorporado, $\alpha\lambda - \alpha\lambda\,\Delta\, a$. Além disso, percebe-se que este depende de dois termos. O primeiro deles, $\alpha\lambda$, representa o aumento da produtividade das máquinas. O segundo, $(-\alpha\lambda\,\Delta\, a)$, expressa a distância que a atividade da economia se encontra das melhores práticas. Deste modo, a partir do progresso técnico incorporado, percebem-se dois caminhos para o crescimento da PTF: por meio de uma maior qualidade das máquinas novas; ou pela diminuição da distância entre as melhores práticas e aquelas efetivamente praticadas pelas empresas na economia em questão.

4.2 Qualidade do trabalho

A contribuição do trabalhador para a produção não se dá meramente por meio de sua presença física, mas sim por meio de suas habilidades e conhecimentos no processo produtivo. Portanto, a devida mensuração do insumo trabalho – ou dos serviços providos pelo trabalhador junto ao processo produtivo – deve levar em conta justamente o estoque dessas habilidades e desses conhecimentos dos trabalhadores, ou, em outras palavras, do estoque de capital humano.

Dessa forma, admite-se que, na equação (14), L represente o número de trabalhadores. Neste caso, o resíduo em (16) estaria capturando, além do progresso técnico desincorporado, a melhora na qualidade desses trabalhadores. Formulando a mensuração do insumo trabalho, em termos de capital humano, esses dois efeitos podem ser distinguidos, contribuindo ainda mais para a compreensão do crescimento da produtividade residual.

Para tal, de forma análoga ao modelo de progresso técnico incorporado apresentado na subseção 4.1, é admitida que a qualidade dos trabalhadores dependa do ano de seus respectivos nascimentos, de tal forma que, denotando H_t o estoque de capital humano da economia em questão no ano t, tem-se

$$H_t = \sum_{s=0}^{t} q_s L_{st} \tag{18}$$

em que q_s representa a qualidade dos trabalhadores nascidos no ano s, e L_{st}, a quantidade de trabalhadores nascidos em s que exerçam atividade produtiva em t. Multiplicando-se e dividindo-se o lado direito da equação (18) por L_t,

$$H_t = \left(\sum_{s=0}^{t} q_s l_{st}\right) L_t = Q_t L_t \tag{19}$$

em que $l_{st} = L_{st}/L_t$ representa a fração dos trabalhadores nascidos em s e em atividade em t, no total da força de trabalho L_t; e Q_t, a qualidade média dos trabalhadores em atividade em t.

Após as devidas manipulações algébricas, obtém-se

$$\frac{\Delta H}{H} = \frac{\Delta L}{L} + \sum_{s=0}^{t} \frac{q_s}{Q} \frac{\Delta l_{st}}{l_s} \tag{20}$$

Considerando-se o estoque de capital humano H, reescreva (14) de tal forma que

$$Y_t = A_t'' J_t^{\alpha} H_t^{1-\alpha} \tag{21}$$

em que A_t'' representa o parâmetro tecnológico sob esta nova especificação – em contraste a A_t em (10) e a A_t' em (14). A partir da função de produção (21), tem-se

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta A''}{A''} + \alpha \frac{\Delta J}{J} + (1-\alpha) \frac{\Delta H}{H} \tag{22}$$

Ao se inserirem (15) e (20) em (22), obtém-se

$$\frac{\Delta A'}{A'} = \frac{\Delta A''}{A''} + \sum_{s=0}^{t} \frac{q_s}{Q} \frac{\Delta l_{st}}{l_s} \tag{23}$$

Finalmente, substituindo (23) em (17), conclui-se que

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta A''}{A''} + (\alpha\lambda - \alpha\lambda\Delta a) + \sum_{s=0}^{t} \frac{q_s}{Q} \frac{\Delta l_{st}}{l_s} \tag{24}$$

A equação (24) decompõe o crescimento da PTF de acordo com o progresso técnico incorporado (termo entre parênteses), o crescimento do capital humano (termo envolvendo a somatória) e o progresso técnico desincorporado líquido dos efeitos do capital humano ($\Delta A''/A''$).

O problema que ainda não foi abordado é justamente a determinação do termo q_s, isto é, a qualidade do trabalhador nascido no ano s. Para tal, pode-se seguir o modelo desenvolvido por Bils e Klenow (2000) e fazer

$$q_s = q_{s-25}^{\phi} \, exp\left\{\frac{\theta c^{1-\psi}}{1-\psi} + \gamma_1[t-s-c-6] + \gamma_2[t-s-c-6]^2\right\} \tag{25}$$

em que c representa o número de anos de estudo; ϕ, θ, ψ, γ_1 e γ_2 são parâmetros não negativos, e é admitida uma diferença de 25 anos entre a idade dos alunos e de seus professores. De acordo com a equação (25), a qualidade q_s dos trabalhadores nascidos em s depende: da qualidade de seus professores, q_{s-25}; de seus anos de estudo, c; e de sua experiência na atividade produtiva, $(t-s-c)$. Pode ser notado que, na formulação anterior, a qualidade dos trabalhadores de cada geração depende diretamente da qualidade daqueles das gerações anteriores (caso se tenha $\phi \neq 0$). Assim, a trajetória do capital humano na economia dependeria de seus valores passados, impossibilitando grandes variações em curtos espaços de tempo.

5 CONCLUSÕES

Este artigo procurou discutir alguns dos diferentes métodos de cálculo da PTF e sua relação com a produtividade do trabalho. Almeja-se que este trabalho colabore com o debate referente à produtividade da economia brasileira no contexto de um esgotamento do modelo baseado na expansão do consumo concomitante a uma baixa poupança interna. Desta forma, busca-se auxiliar na interpretação e na conciliação dos diferentes resultados encontrados neste debate.

Deve-se notar ainda que este trabalho voltou-se à mensuração da produtividade no nível macroeconômico. Alternativamente, a partir do trabalho seminal de Olley e Pakes (1996), há uma extensa literatura a respeito da identificação da produtividade no nível da firma, a qual será discutida em trabalho futuro.

REFERÊNCIAS

ABRAMOVITZ, M. Resource and output trends in the United States since 1870. **The American economic review**, v. 46, n. 2, p. 5-23, 1956.

BILS, M.; KLENOW, P. J. Does schooling cause growth? **The American economic review**, v. 90, n. 5, p. 1.160-1.183, 2000.

CHRISTENSEN, L. R.; JORGENSON, D. W.; LAU, L. J. Transcendental logarithmic production frontiers. **The review of economics and statistics**, v. 75, n. 1, p. 28-45, 1973.

DIEWERT, W. E. Exact and superlative index numbers. **Journal of econometrics**, v. 4, n. 2, p. 115-145, 1976.

_____. Aggregation problems in the measurement of capital. *In*: USHER, D. (Ed.). **The measurement of capital**. Chicago: University of Chicago Press, 1980.

DOMAR, E. D. On the measurement of technological change. **The economic journal**, v. 71, n. 284, p. 709-729, 1961.

GRILICHES, Z.; MAIRESSE, J. **Production functions**: the search for identification. NBER, 1995. (Working Paper, n. 5.067).

NELSON, R. R. Aggregate production functions and medium-range growth projections. **The American economic review**, v. 54, n. 5, p. 575-606, 1964.

OLLEY, G. S.; PAKES, A. The dynamics of productivity in the telecommunications equipment industry. **Econometrica**, v. 64, n. 6, p. 1.263-1.297, 1996.

SOLOW, R. M. Technical change and the aggregate production function. **The review of economics and statistics**, v. 39, n. 3, p. 312-320, 1957.

_____. Investment and technical progress. *In*: ARROW, K.; KARLIN, S.; SUPPES, P. (Eds.). **Mathematical methods in the social sciences 1959**. Stanford: Stanford University Press, 1960, p. 89-104.

STIGLER, G. J. Economic problems in measuring changes in productivity. *In*: NATIONAL BUREAU OF ECONOMIC RESEARCH. **Output, input and productivity measurement**. Princeton University Press, 1961 of p. 47-63.