Nota Técnica

Método RAWS/RAW para estimação anual da Matriz de Insumo-Produto

Thiago Sevilhano Martinez

Nº 17

Brasília, abril de 2014

ipea Por um Brasil desenvolvido

ipea Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada

Método RAWS/RAW para estimação anual da Matriz de Insumo-Produto

Thiago Sevilhano Martinez[1]

1. INTRODUÇÃO

O objetivo da nota é apresentar as principais etapas do método RAWS/RAW, utilizado para estimar a série anual de Matrizes de Insumo-Produto (MIPs) na referência ano 2000 do Sistema de Contas Nacionais (SCN 2000), de 2000 a 2009. O RAWS/RAW diferencia-se de outros procedimentos aplicados no Brasil por fundamentar-se em algoritmos que otimizam o uso da informação relevante disponível. O procedimento faz um uso combinado de dois algoritmos: RAWS e RAW. A primeira parte do método, que é a estimação das tabelas auxiliares das MIPs 2000/2005 pelo algoritmo RAWS, foi apresentada por Martinez (2014). A segunda parte consiste em utilizar o algoritmo RAW para, a partir das MIPs 2000/2005 completas, interpolar as MIPs 2001-2004 e projetar as MIPs 2006-2009.

Quanto à derivação do RAW, este estudo mostra a definição das projeções iniciais, a conceituação do problema de minimização de perda de informação, o resultado final na forma matricial e o algoritmo computacional. O desenvolvimento completo do método será apresentado em um Texto para Discussão do Ipea[2].

O desempenho do método RAWS/RAW foi avaliado por meio de uma versão da MIP 2005 projetada pelo RAW, a partir das Tabelas de Recursos e Usos (TRUs) e da MIP 2000 divulgada pelo IBGE, acrescida das tabelas estimadas pelo RAWS para este ano. Essa projeção foi comparada com a MIP 2005 do IBGE e com a estimada por Guilhoto e Sesso-Filho (2010) através de diversas medidas de precisão, cujos resultados também serão apresentados por completo no Texto para Discussão supracitado, e estão brevemente comentados nesta nota.

---

[1] Técnico de Planejamento e Pesquisa da Diretoria de Estudos e Políticas Macroeconômicas (DIMAC) do Ipea. E-mail: thiago.martinez@ipea.gov.br.
[2] Publicação do Ipea disponibilizada no www.ipea.gov.br

As MIPs completas de 2000 a 2009 estimadas pelo método RAWS/RAW, nos níveis de 55 e 12 setores, acompanham o texto como um apêndice digital.

2. METODOLOGIAS PARA PROJEÇÃO DA MIP

2.1. Algoritmo RAS para projeção de Matrizes de Insumo-Produto

Em razão dos custos envolvidos em amplos levantamentos estatísticos necessários para a construção de MIPs, variadas técnicas de atualização ou projeção por métodos não censitários foram desenvolvidas (algumas são apontadas em Miller e Blair, 2009, cap.7 e Lahr e De Mesnard, 2004). A principal é o método RAS, cuja versão mais conhecida é a proposta por Richard Stone (Stone, 1962; Stone e Brown, 1962), embora métodos similares já fossem empregados previamente (Deming e Stephan, 1940). Conforme Lahr e De Mesnard (2004, p. 117), o RAS tem vantagens sobre outros métodos por ser um algoritmo relativamente simples, que impede a inversão de sinais dos valores e demanda poucos dados.

O RAS é um método biproporcional de ajuste, um algoritmo em que as linhas e colunas de uma matriz de projeção inicial $\boldsymbol{A}$ sofrem as operações representadas nas matrizes $\boldsymbol{R}$ e $\boldsymbol{S}$ para que sejam respeitados os valores, já conhecidos, de somas nas linhas e nas colunas para o ano projetado.[3] Propriedades teóricas do RAS são derivadas em Bacharach (1970). Se a matriz $\boldsymbol{A}$ e os vetores de somas nas linhas e colunas são não negativos, mostra-se que pelo RAS pode-se calcular iterativamente a solução do problema de minimização de perda de informação de Kullback e Liebler (1951), respeitando propriedades de existência, unicidade e convergência da solução.

Uma das limitações do RAS original é a condição de que todas as células da matriz negativa devem ser não negativas. Uma solução para este problema foi proposta por Junius e Oosterhaven (2003): o algoritmo *Generalized RAS* (GRAS). Neste algoritmo, a matriz $\boldsymbol{A} = [a_{ij}]$ é separada em duas, com os elementos positivos em uma ($\boldsymbol{A}_+$) e os negativos em outra ($\boldsymbol{A}_-$), com $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_+ + \boldsymbol{A}_-$ por definição. A solução do

[3] Usualmente, para a projeção de MIPs, a literatura aplica o RAS à matriz de coeficientes técnicos intersetoriais. Esta matriz geralmente é designada pela letra $\boldsymbol{A}$, por isso o *A* do nome RAS. Neste estudo, optou-se pela aplicação do balanceamento a tabelas de transações, mas a letra $\boldsymbol{A}$ é mantida para designar as tabelas balanceadas para preservar uma notação mais próxima da literatura de métodos biproporcionais.

problema de minimização de perda de informação é computada numericamente por um algoritmo em que as matrizes $\boldsymbol{A}_{+}$ e $\boldsymbol{A}_{-}$ são balanceadas separadamente.

Métodos híbridos – que combinam variantes do RAS com dados censitários disponíveis – são promissores para a estimação de matrizes de insumo-produto por unirem as informações disponíveis sobre transações intersetoriais com as propriedades matemáticas interessantes do RAS (Miller e Blair, 2009, cap. 7). Por exemplo, Temurshoev e Timmer (2011) derivam um algoritmo para a estimação conjunta de TRUs, quando apenas dados totais de consumo, valor agregado e demanda final estão disponíveis. Neste estudo – como foi feito no algoritmo RAWS em Martinez (2014) para estimar as tabelas auxiliares dos anos 2000 e 2005 –, a partir do GRAS serão derivados métodos híbridos no intuito de utilizar todos os dados disponíveis nas MIPs e TRUs para projetar as MIPs anuais no SCN 2000.

2.2. Estimação da MIP no Brasil

O procedimento de estimação da MIP proposto por Guilhoto e Sesso-Filho (2005) utiliza somente dados da TRU do ano estimado. Os autores propõem os seguintes passos para estimar as tabelas auxiliares:

i) Eliminar o *Dummy* Financeiro no processo de cômputo dos coeficientes utilizados para chegar às tabelas auxiliares, o que se aplica apenas aos anos da SCN 1985, já que ele não consta da SCN 2000. Essa etapa deixou de ser necessária, portanto, na revisão do método em Guilhoto e Sesso-Filho (2010);

ii) Para a alocação de margens e impostos, são calculados coeficientes dividindo cada célula da tabela de usos a preços de consumidor por seu total na linha. Ou seja, tais coeficientes por cada célula, considerando a indexação linha *i* e coluna *j*, representam a proporção da produção do produto *i* que é vendida ao setor ou demanda final *j*. Os totais por produto das margens de comércio e transporte e dos impostos são multiplicados por esses coeficientes para formar as tabelas auxiliares;

iii) Para alocar as importações e o imposto de importação, o componente da demanda final “Exportação de Bens e Serviços” recebe o mesmo tratamento conferido à *Dummy* Financeira, ou seja, ele é excluído da matriz usada para calcular os coeficientes de distribuição. A seguir, o mesmo método adotado para as margens e impostos é aplicado.

O procedimento descrito na etapa (ii), que é o centro do método, equivale ao primeiro passo do RAS: a correção dos erros nas linhas sem qualquer ajuste nas colunas.

A proposta de Grijó e Berni (2006) para estimar a MIP consiste em projetar as estruturas das tabelas auxiliares do ano mais recente sujeitas às restrições impostas pela TRU do ano estimado. As tabelas auxiliares da MIP de 2002, ainda sob a referência SCN 1985, são estimadas pela projeção da MIP de 1996, nas seguintes etapas:

i) Construção de uma matriz de coeficientes para a tabela de usos a preços básicos e de matrizes de *mark-ups* para cada uma das tabelas auxiliares no ano de 1996.[4] Para a tabela de usos a preços básicos, a matriz de coeficientes é formada pela divisão elemento a elemento da própria tabela de usos a preços básicos pela tabela de usos a preços ao consumidor. As matrizes de *mark-ups* de cada uma das tabelas auxiliares são formadas pela divisão elemento a elemento da respectiva tabela auxiliar pela tabela de usos a preços básicos;

ii) Projeção inicial das tabelas do ano 2002. Multiplicando elemento a elemento a matriz de coeficientes de usos a preços básicos de 1996 pela tabela de usos a preços ao consumidor de 2002, tem-se a estimativa inicial da tabela de usos a preços básicos de 2002. Multiplicando esta última tabela elemento a elemento por cada uma das matrizes de *mark-up*, obtém-se as estimativas iniciais das tabelas auxiliares para 2002;

iii) Intervenções manuais nas projeções iniciais para imputar valores a células que eram nulas em 1996, mas devem ser não nulas em 2002;

iv) As projeções iniciais são balanceadas por um método RAS adaptado, em que as restrições são: a) as somas das linhas das tabelas projetadas devem igualar os totais

[4] Cabe apontar que os autores agregaram todos os tipos de impostos em uma única tabela e que não separaram as margens e impostos incidentes sobre produtos nacionais e importados, diferentemente do que era feito pelo IBGE nas MIPs da década de 90.

por produto apresentados na TRU de 2002 e; b) a soma das tabelas auxiliares estimadas com a tabela de usos a preços básicos estimada deve ser igual à tabela de usos a preços ao consumidor disponibilizada na TRU 2002.

Pode-se demonstrar que o procedimento de construção das projeções iniciais é na realidade o mesmo para todas as tabelas, tanto as auxiliares quanto a de usos a preços básicos. Basta aplicar a taxa de crescimento entre o ano referência e o estimado da célula v_{ij} da tabela de usos a preços ao consumidor sobre a respectiva célula x_{ij} da tabela auxiliar ou de usos a preços básicos do ano referência.[5]

No balanceamento, como apenas as somas nas linhas de cada uma das matrizes são conhecidas, não é possível construir a matriz $\boldsymbol{S}$, que requer o conhecimento prévio dos totais nas colunas. Para contornar esse problema, Grijó e Berni (2006) fazem uma projeção inicial da tabela de usos a preços básicos e submetem essa tabela a um balanceamento conjunto com as tabelas auxiliares estimadas.

Note-se que a tabela de usos a preços básicos não carrega qualquer informação nova que já não esteja incorporada às tabelas auxiliares, visto que ela é calculada pelo IBGE como um resíduo da tabela de usos a preços ao consumidor menos a soma das tabelas auxiliares.[6] Entretanto, com a imposição dessa restrição adicional garante-se que o ajuste das células ao total nas linhas será bem distribuído entre a tabela de usos a preços básicos e as tabelas auxiliares. Sem essa restrição, a tabela de usos a preços

---

[5] Em notação diversa da adotada por Grijó e Berni (2006), seja $\boldsymbol{V_0} = [v_{ij0}]$ a tabela de usos a preços ao consumidor do ano referência e $\boldsymbol{V} = [v_{ij}]$ a mesma tabela para o ano estimado; $\boldsymbol{X_0^U} = [x_{ij0}^U]$ e $\boldsymbol{A^U} = [a_{ij}^U]$ são, respectivamente, as tabelas de usos a preços básicos para o ano referência e a estimativa inicial desta tabela no ano estimado; $\boldsymbol{X_0^K} = [x_{ij0}^K]$ e $\boldsymbol{A^K} = [a_{ij}^K]$ são as tabelas auxiliares para o ano referência e a estimativa inicial da respectiva tabela no ano estimado, onde K é o indexador da tabela auxiliar. Em Grijó e Berni (2006), os autores derivam as projeções iniciais apresentando como diferentes entre si os procedimentos de estimação das tabelas $\boldsymbol{A^U}$ e $\boldsymbol{A^K}$. As respectivas matrizes de coeficientes e *mark-ups* são $\boldsymbol{M^U} = [m_{ij}^U]$ e $\boldsymbol{M^K} = [m_{ij}^K]$, com $m_{ij}^U = \frac{x_{ij0}^U}{v_{ij0}}$ e $m_{ij}^K = \frac{x_{ij0}^K}{x_{ij0}^U}$, e as projeções iniciais para o ano estimado são calculadas por $a_{ij}^U = m_{ij}^U \cdot v_{ij}$ e $a_{ij}^K = m_{ij}^K \cdot a_{ij}^U$. Entretanto, substituindo as definições dos coeficientes e *mark-ups* nas duas últimas equações, chega-se a $a_{ij}^U = x_{ij0}^U \cdot \frac{v_{ij}}{v_{ij0}}$ e $a_{ij}^K = x_{ij0}^K \cdot \frac{v_{ij}}{v_{ij0}}$, ou seja, na realidade o procedimento de cálculo é o mesmo para todas as tabelas e equivale a aplicar, a cada célula das tabelas do ano referência correspondentes às que serão estimadas, a taxa de crescimento observada para a respectiva célula da tabela de usos a preços do consumidor.

[6] Mesmo a projeção inicial da tabela de usos a preços básicos é por definição idêntica à tabela de usos a preços ao consumidor menos a soma das projeções iniciais das tabelas auxiliares. Tomando as definições da nota de rodapé anterior e dado que $x_{ij0}^U = v_{ij0} - \sum_K x_{ij0}^K$, temos que $a_{ij}^U = x_{ij0}^U \cdot \frac{v_{ij}}{v_{ij0}}$ implica que $a_{ij}^U = \left(v_{ij0} - \sum_K x_{ij0}^K\right) \cdot \frac{v_{ij}}{v_{ij0}} \Rightarrow a_{ij}^U = v_{ij0} \cdot \frac{v_{ij}}{v_{ij0}} - \sum_K \frac{v_{ij}}{v_{ij0}} \cdot x_{ij0}^K \Rightarrow a_{ij}^U = v_{ij} - \sum_K a_{ij}^K$.

básicos é calculada por resíduo e está sujeita a incongruências, como valores negativos onde apenas se esperariam valores positivos.

Neste texto, propõe-se um método de projeção anual das MIPs que faz uso dessa restrição de soma das tabelas proposta por Grijó e Berni (2006), mas com melhorias e ajustes adicionais que serão expostos adiante.

3. DEFINIÇÕES E PROJEÇÕES INICIAIS

3.1. Definições

Para os anos em que a MIP será projetada, serão estimadas a tabela de usos a preços básicos ($\boldsymbol{X_U}$) e todas as tabelas auxiliares: importações ($\boldsymbol{X_{IM}}$), imposto de importação ($\boldsymbol{X_{TM}}$), ICMS ($\boldsymbol{X_{TC}}$), IPI ($\boldsymbol{X_{TP}}$), outros impostos líquidos de subsídios ($\boldsymbol{X_{TS}}$), margens de comércio ($\boldsymbol{X_{MC}}$) e margens de transporte ($\boldsymbol{X_{MT}}$). Para tanto, será aplicado o método RAW sobre uma matriz de estimativas iniciais $\boldsymbol{A}$, que é composta por um agrupamento das estimativas iniciais $\boldsymbol{A_K}$ de todas as matrizes estimadas, com $\boldsymbol{K} = \{U, IM, TM, TC, TP, TS, MC, MT\}$. Assim são definidas as matrizes $\boldsymbol{A}$ e $\boldsymbol{X}$, além dos vetores $\boldsymbol{q_n}$ e $\boldsymbol{q_m}$ de somas nas linhas e colunas de $\boldsymbol{X}$, como:

$$\boldsymbol{A} = [a_{ij}^k] = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A_U} \\ \boldsymbol{A_{IM}} \\ \boldsymbol{A_{TM}} \\ \boldsymbol{A_{TC}} \\ \boldsymbol{A_{TP}} \\ \boldsymbol{A_{TS}} \\ \boldsymbol{A_{MC}} \\ \boldsymbol{A_{MT}} \end{bmatrix}, \boldsymbol{X} = [x_{ij}^k] = \begin{bmatrix} \boldsymbol{X_U} \\ \boldsymbol{X_{IM}} \\ \boldsymbol{X_{TM}} \\ \boldsymbol{X_{TC}} \\ \boldsymbol{X_{TP}} \\ \boldsymbol{X_{TS}} \\ \boldsymbol{X_{MC}} \\ \boldsymbol{X_{MT}} \end{bmatrix}, \boldsymbol{q_n} = [q_i^k] = \begin{bmatrix} \boldsymbol{q_U} \\ \boldsymbol{q_{IM}} \\ \boldsymbol{q_{TM}} \\ \boldsymbol{q_{TC}} \\ \boldsymbol{q_{TP}} \\ \boldsymbol{q_{TS}} \\ \boldsymbol{q_{MC}} \\ \boldsymbol{q_{MT}} \end{bmatrix}, \boldsymbol{q_m} = [q_j] = \boldsymbol{V'} \cdot \boldsymbol{\iota_n}$$

Onde: $i = \{1, \ldots, 8n\}$ é o indexador das linhas; $j = \{1, \ldots, m\}$ é o indexador das colunas; $k \in \boldsymbol{K} = \{U, IM, TM, TC, TP, TS, MC, MT\}$ indica a respectiva submatriz de $\boldsymbol{A}$ ou $\boldsymbol{X}$, ou subvetor de $\boldsymbol{q_n}$; $\boldsymbol{q_n} = [q_i^k]$ é o vetor de dimensão $8n \times 1$ que reúne os vetores $\boldsymbol{q_K}$ correspondentes aos totais nas linhas de cada submatriz; $\boldsymbol{q_m} = [q_j]$ é o vetor de dimensão $m \times 1$ correspondente às somas nas colunas da matriz $\boldsymbol{V} = [v_{ij}]$, a tabela de usos a preços ao consumidor, cuja transposta é designada por $\boldsymbol{V'}$; $\boldsymbol{\iota_n}$ é um vetor unitário de dimensão $n \times 1$.

3.2. Projeções iniciais: caso geral

Tome-se $\boldsymbol{V_0} = [v_{ij0}]$ como a tabela de usos a preços ao consumidor do ano de referência da projeção, $\boldsymbol{V} = [v_{ij}]$ a mesma tabela para o ano projetado, $\boldsymbol{X_{K0}} = [x_{ij0}^k]$ a tabela auxiliar ou de usos a preços básicos do ano referência indexada por $\boldsymbol{K} = \{U, IM, TM, TC, TP, TS, MC, MT\}$ e $\boldsymbol{A_K} = [a_{ij}^k]$ como a estimativa inicial da mesma tabela indexada por $\boldsymbol{K}$ para o ano projetado. Para cada ano projetado pelo método RAW, o ano de referência é o ano imediatamente anterior, cujos dados são indexados pelo subscrito *0*, como em v_{ij0} e x_{ij0}^k. Seja $\dot{\boldsymbol{A}}_{\boldsymbol{K}} = [\dot{a}_{ij}^k]$ o caso geral das estimativas iniciais, definido por:

$$\dot{a}_{ij}^k = \begin{cases} 0 & , para\ v_{ij0} = 0\ e\ k \neq U \\ v_{ij} & , para\ v_{ij0} = 0\ e\ k = U \\ x_{ij0}^k \cdot \dfrac{v_{ij}}{v_{ij0}} & , para\ v_{ij0} \neq 0 \end{cases} \tag{1}$$

Para as duas primeiras partes da definição, a célula correspondente da tabela de usos a preços ao consumidor é nula no ano referência ($v_{ij0} = 0$). A distribuição do valor v_{ij} será necessariamente arbitrária entre os a_{ij}^k no balanceamento da restrição *W*, pois todos os x_{ij0}^k são nulos. Como nestes casos o valor de v_{ij} usualmente é pequeno, optou-se por aloca-lo todo a a_{ij}^U, zerando as células correspondentes das tabelas intermediárias.

O caso geral de fato é o da terceira parte da definição, em que as tabelas auxiliares e a tabela de usos a preços básicos serão estimadas aplicando às células da mesma tabela para o ano referência a taxa de crescimento observada para a célula correspondente na tabela de usos a preços ao consumidor. Conforme demonstrado na seção 2.2, esse procedimento é equivalente à construção de tabelas de *mark-up* proposta por Grijó e Berni (2006). Algumas intervenções sobre as tabelas estimadas pela equação (1) são necessárias para completar as projeções iniciais, conforme o descrito a seguir.

3.3. Coluna "variação de estoque" das tabelas A_U e A_{IM}

A coluna de variação de estoques é difícil de projetar de maneira consistente, uma vez que suas células são resíduos e os sinais podem variar de ano para ano sem seguir qualquer padrão. Como os métodos de projeção derivados do RAS preservam os sinais das células da matriz de projeção inicial, um sinal invertido que deveria ocorrer apenas no ano base irá se propagar em todos os anos projetados se não forem adotadas intervenções adicionais na projeção inicial. Apenas as tabelas de usos a preços básicos $\boldsymbol{X_U}$ e importações $\boldsymbol{X_{IM}}$ têm entradas não nulas na coluna de variação de estoques, então são essas as tabelas cujas projeções sofrerão ajustes para lidar com esse problema.

As variações de estoques são conhecidas em todos os anos para a tabela de usos a preços de mercado $\boldsymbol{V}$. A hipótese adotada para a projeção é que, em geral, os sinais das células da coluna de variação de estoques em $\boldsymbol{X_U}$ e $\boldsymbol{X_{IM}}$ devem ser os mesmos das células equivalentes em $\boldsymbol{V}$.[7] Assim, na projeção inicial, o ajuste consiste em modificar as células da coluna variação de estoques de $\boldsymbol{X_U}$ e $\boldsymbol{X_{IM}}$ nas quais o sinal for oposto ao sinal da célula equivalente na tabela $\boldsymbol{V}$. Nestes casos, o valor absoluto da célula é igualado à unidade e o sinal é invertido.

Ou seja, designando por $\boldsymbol{\ddot{A}_K} = \left[\ddot{a}_{ij}^k\right]$ a tabela com as intervenções sobre a variação de estoque, onde $j = E$ designa a coluna "variação de estoque", teremos:

$$\ddot{a}_{iE}^k = \begin{cases} (-1) \cdot \dfrac{x_{iE0}^k}{\left|x_{iE0}^k\right|} & , para\ k \in \{U, IM\}\ e\ \dfrac{x_{iE0}^k}{v_{iE0}} < 0 \\ \dot{a}_{iE}^k & , nos\ demais\ casos \end{cases} \tag{2}$$

$$\ddot{a}_{ij}^k = \begin{cases} \ddot{a}_{iE}^k\ , para\ j = E \\ \dot{a}_{ij}^k\ , para\ j \neq E \end{cases} \tag{3}$$

3.4. Inversões de sinal ou zeragem na soma da linha

Intervenções também devem ser feitas quando o total da linha é nulo no ano projetado ($q_i^k = 0$) ou no ano referência ($q_{i0}^k = 0$), ou ainda quando há mudança de sinal no total da linha $\left(\frac{q_i^k}{q_{i0}^k} < 0\right)$. Se $\boldsymbol{\dddot{A}_K} = \left[\dddot{a}_{ij}^k\right]$ é a tabela com as intervenções relacionadas aos totais nas linhas, define-se:

[7] Dos 110 produtos, no ano 2000 isso não ocorre em apenas três produtos de $\boldsymbol{X_{IM}}$. No ano de 2005, há um produto de $\boldsymbol{X_U}$ e nove produtos de $\boldsymbol{X_{IM}}$ com sinal na variação de estoque diferente do sinal em $\boldsymbol{V}$.

$$\ddot{a}_{ij}^{k} = \begin{cases} 0 & ,para\ q_i^k = 0 \\ v_{ij} \cdot \dfrac{q_i^k}{\left|q_i^k\right|} & ,para\ q_{i0}^k = 0\ ou\ \dfrac{q_i^k}{q_{i0}^k} < 0, exceto\ se\ k = TS\ e\ j \in \boldsymbol{J} \\ \ddot{a}_{ij}^{k} & ,nos\ demais\ casos \end{cases} \tag{4}$$

Onde $\boldsymbol{J} = \{$*Consumo da administração pública, Consumo das ISFLSF, Variação de estoque*$\}$.

Na primeira parte da definição em (4), é estipulado que a célula da projeção inicial deve ser zerada se o total na linha é nulo no ano estimado.

Na segunda parte, quando o total da linha é nulo no ano referência ou sofre inversão de sinal, a referência para a distribuição na linha será a linha correspondente da tabela de usos a preços ao consumidor, $\boldsymbol{V} = [v_{ij}]$. O termo que multiplica v_{ij} é necessário para adequar o sinal da célula, pois todos os elementos da tabela $\boldsymbol{V}$ são não negativos, de maneira que o sinal deve ser invertido quando $q_i^k < 0$.

Quanto à exceção para as três colunas da tabela de outros impostos líquidos de subsídios $\boldsymbol{A_{TS}}$, ela é necessária porque tais colunas devem ser zeradas, em conformidade com as colunas no ano referência. Ela é aplicada somente à tabela $\boldsymbol{A_{TS}}$ porque as outras duas tabelas que também devem ter essas colunas zeradas ($\boldsymbol{A_{TC}}$ e $\boldsymbol{A_{TP}}$), não tiveram nenhuma linha enquadrada na segunda parte da definição (4) entre 2001 e 2005.

3.5. Tabela de imposto de importação $\mathbf{A_{TM}}$

Na tabela de imposto de importações será preservada a proporcionalidade com a tabela de importações, conforme a segunda parte da definição abaixo. Outra regra é usada nas colunas “Exportação de bens e serviços” e “Variação de estoque” da demanda final, que são zeradas para manter a coerência com as tabelas de imposto de importações dos anos de referência estimadas por Martinez (2014), nas quais estas colunas só têm entradas nulas. O mesmo deve ocorrer nas linhas em que o total de imposto de importação é nulo. Assim, se $\dot{\ddot{\boldsymbol{A}}}_{\boldsymbol{IM}} = [\ddot{a}_{ij}^{IM}]$ é a projeção inicial da tabela de importações, para a tabela de imposto de importações a projeção inicial $\ddot{\ddot{\boldsymbol{A}}}_{\boldsymbol{TM}} = [\ddot{a}_{ij}^{TM}]$ será dada por:

$$\ddot{a}_{ij}^{TM} = \begin{cases} 0 \quad , para: \begin{cases} j = \text{exportações } ou \text{ variação de estoque} \\ q_i^{TM} = 0 \end{cases} \\ \dot{a}_{ij}^{IM} \ , para\ os\ demais\ casos \end{cases} \tag{5}$$

E a forma geral das tabelas de projeção inicial atualizada com o imposto de importação estimado por (8) será dada por $\ddot{\boldsymbol{A}}_{\boldsymbol{K}} = [\ddot{a}_{ij}^{k}]$, onde:

$$\ddot{a}_{ij}^{k} = \begin{cases} \ddot{a}_{ij}^{TM} \ , para\ k = TM \\ \dot{a}_{ij}^{k} \ , para\ k \neq TM \end{cases} \tag{6}$$

3.6. Valores negativos nas tabelas de margens, $\mathbf{A_{MC-}}$ e $\mathbf{A_{MT-}}$

Após o cálculo conforme a equação (4), as projeções iniciais das tabelas de margens ainda sofrem ajustes nas respectivas linhas de distribuição dos totais nas colunas. Na tabela de margens de comércio $\boldsymbol{A_{MC}} = [a_{ij}^{MC}]$, a linha do produto “060101. Comércio” será substituída pela linha com os totais de somas nas colunas da tabela $\boldsymbol{A_{MC+}} = [a_{ij}^{MC+}]$. O mesmo procedimento é adotado no produto “070101. Transporte de carga” da tabela de margens de transporte $\boldsymbol{A_{MT}} = [a_{ij}^{MT}]$, considerando as somas nas colunas de $\boldsymbol{A_{MT+}} = [a_{ij}^{MT+}]$. Assim, a partir de (6), $\boldsymbol{A_{K+}} = [a_{ij}^{k+}]$ e $\boldsymbol{A_{K-}} = [a_{ij}^{k-}]$ são definidas por:

$$a_{ij}^{k+} = \begin{cases} 0 \quad , para\ \ddot{a}_{ij}^{k} \leq 0 \\ \ddot{a}_{ij}^{k} \ , para\ \ddot{a}_{ij}^{k} > 0 \end{cases} \tag{7}$$

$$a_{ij}^{k-} = \begin{cases} \displaystyle\sum_{i=6n+1}^{7n} -a_{ij}^{MC+} \ , para\ k = MC\ e\ i = 060101.\text{Comércio} \\ \displaystyle\sum_{i=7n+1}^{8n} -a_{ij}^{MT+} \ , para\ k = MT\ e\ i = 070101.\text{Transporte de carga} \\ \qquad \ddot{a}_{ij}^{k} \quad , para\ k \notin \{MC, MT\}\ e\ \ddot{a}_{ij}^{k} < 0 \\ \qquad 0 \quad\ \ , para\ \ddot{a}_{ij}^{k} \geq 0 \end{cases} \tag{8}$$

Pela junção das definições (7) e (8), pode-se enfim definir as projeções iniciais das tabelas $\boldsymbol{A_K} = [a_{ij}^{k}]$, com $k \in \boldsymbol{K} = \{U, IM, TC, TP, TS, MC, MT\}$, por:

$$\boldsymbol{A_K} = \boldsymbol{A_{K+}} + \boldsymbol{A_{K-}} \Rightarrow [a_{ij}^{k}] = [a_{ij}^{k+} + a_{ij}^{k-}] \tag{9}$$

4. MÉTODO RAW PARA PROJEÇÃO ANUAL DAS MIPS

Nesta seção apresenta-se o *método RAW* para projeção das MIPs a partir de um ano base em que as tabelas auxiliares estejam disponíveis. É discutido o problema de minimização de perda de informação que resulta no método RAW, assim como a forma matricial de sua solução e o algoritmo de cômputo. A derivação completa do RAW será mostrada no Texto para Discussão do Ipea, que será publicado posteriormente.

O procedimento aplicado para a projeção é uma ampliação do proposto por Grijó e Berni (2006). Ele será designado por método RAW ao invés de manter o nome RAS, como fazem Grijó e Berni, uma vez que os valores de soma na coluna são desconhecidos, de maneira que não há uma restrição S no ajuste. As principais diferenças do método RAW para Grijó e Berni (2006), além do procedimento para construção das projeções iniciais exposto na seção anterior, são: fundamentação como um problema de minimização de perda de informação; generalização do algoritmo para tratar corretamente os valores negativos, conforme o GRAS; tratamento diferenciado para os valores e sinais das colunas de variação de estoques; atualização a cada rodada, como somas nas colunas, das linhas em que são distribuídos os totais por coluna de margens de comércio e transporte nas respectivas tabelas.

4.1. Problema de minimização de perda de informação

Adota-se a função perda do GRAS com as correções propostas por Lenzen, Wood e Gallego (2007) e Huang, Kobayashi e Tanji (2008) – a mesma adotada por Temurshoev e Timmer (2011) e Martinez (2014): $z_{ij}^k = \begin{cases} \frac{x_{ij}^k}{a_{ij}^k}, & se\ a_{ij}^k \neq 0 \\ 1, & se\ a_{ij}^k = 0 \end{cases}$

Para $a_{ij}^k \neq 0$, com $k \in \boldsymbol{K} = \{U, IM, TM, TC, TP, TS, MC, MT\}$, o problema de minimização de perda de informação é dado por:

$$z_{ij}^k = argmin \sum_{i=1}^{5n} \sum_{j=1}^{m} |a_{ij}^k| \cdot \left(z_{ij}^k \cdot \left(\ln z_{ij}^k - 1\right) + 1\right)$$

$$sujeito\ a \qquad (10)$$

$$(I)\quad \sum_{j=1}^{m} x_{ij}^{k} = \sum_{j=1}^{m} a_{ij}^{k} \cdot z_{ij}^{k} = q_i^k$$

$$(II)\quad \sum_{k\in \boldsymbol{K}} x_{ij}^{k} = \sum_{k\in \boldsymbol{K}} a_{ij}^{k} \cdot z_{ij}^{k} = v_{ij}$$

4.2. Forma matricial das soluções

Para exprimir em forma matricial as soluções do método RAW de projeção, tomam-se as mesmas notações de Martinez (2014):

- Os vetores e matrizes de multiplicadores são designados por $\boldsymbol{r_K} = [r_i^k]$ e $\boldsymbol{W} = [w_{ij}]$.

- Vetores unitários serão designados por $\boldsymbol{\iota_n}$ ou $\boldsymbol{\iota_m}$, com dimensão de uma coluna por *n* ou *m* linhas, respectivamente.

- Sejam duas matrizes quaisquer $\boldsymbol{Y_A} = [y_{ij}^A]$ e $\boldsymbol{Y_B} = [y_{ij}^B]$ de mesma dimensão, as operações elemento a elemento de matrizes e vetores serão designadas pelas notações:

$\boldsymbol{Y_A} \odot \boldsymbol{Y_B} = [y_{ij}^A \cdot y_{ij}^B]$ é o produto elemento a elemento, ou produto de Hadamard, de $\boldsymbol{Y_A}$ e $\boldsymbol{Y_B}$.

$\boldsymbol{Y_A} \oslash \boldsymbol{Y_B} = [y_{ij}^A / y_{ij}^B]$ é a divisão elemento a elemento de $\boldsymbol{Y_A}$ e $\boldsymbol{Y_B}$, onde $y_{ij}^B \neq 0$, para todo *i* e *j*.

$(\boldsymbol{Y_A})^{\circ\boldsymbol{2}} = \left[{y_{ij}^{A}}^{2}\right] = [y_{ij}^A \cdot y_{ij}^A]$ é o produto elemento a elemento de $\boldsymbol{Y_A}$ pelo próprio $\boldsymbol{Y_A}$.

$(\boldsymbol{Y_A})^{\circ\boldsymbol{1}/\boldsymbol{2}} = \left[\sqrt{y_{ij}^A}\right]$ é a raiz quadrada elemento a elemento de $\boldsymbol{Y_A}$.

- Como é usual, a diagonalização de um vetor $\boldsymbol{y}$ é designada por $\hat{\boldsymbol{y}}$ e a transposição e a inversão de uma matriz são designadas por $\boldsymbol{Y}'$e $\boldsymbol{Y}^{-1}$, respectivamente.

Assim, com $\boldsymbol{K} = \{U, IM, TM, TC, TP, TS, MC, MT\}$, a forma matricial da definição dos multiplicadores das linhas é dada por:

$$\boldsymbol{r_K} = \begin{cases} 1 & , \; para\!: \begin{cases} q_i^k = 0 \\ k = MC \; e \; i = 060101.\,\text{Comércio} \\ k = MT \; e \; i = 070101.\,\text{Transp.} \end{cases} \\ \boldsymbol{B_1} \oslash \left(2 \cdot \left((\boldsymbol{A_{k+}} \odot \boldsymbol{W}) \cdot \boldsymbol{\iota_m}\right)\right) & , \; para \; q_i^{TS} > 0 \\ \left((\boldsymbol{A_{k-}} \oslash \boldsymbol{W}) \cdot \boldsymbol{\iota_m}\right) \oslash \boldsymbol{q_k} & , \; para \; q_i^{TS} < 0 \end{cases} \qquad (11)$$

Onde:

$$\boldsymbol{B_1} = \boldsymbol{q_k} + \left((\boldsymbol{q_k})^{\circ\,\mathbf{2}} - 4 \cdot \big((\boldsymbol{A_{k+}} \odot \boldsymbol{W}) \cdot \boldsymbol{\imath_m}\big) \odot \big((\boldsymbol{A_{k-}} \oslash \boldsymbol{W}) \cdot \boldsymbol{\imath_m}\big)\right)^{\circ\,\mathbf{1}/\mathbf{2}}$$

A forma matricial dos multiplicadores de soma das tabelas, por sua vez, é dada por:

$$\boldsymbol{W} = \begin{cases} 1 & , \; para\; C_{1ij} = 0 \; e \; v_{ij} = 0 \\ \boldsymbol{C_3} \oslash \boldsymbol{C_2} & , \; para\; C_{1ij} = 0 \; e \; v_{ij} \neq 0 \\ \left(\boldsymbol{C_2} + \big((\boldsymbol{C_2})^{\circ\,\mathbf{2}} - 4 \cdot \boldsymbol{C_1} \odot \boldsymbol{C_3}\big)^{\circ\,\mathbf{1}/\mathbf{2}}\right) \oslash (2 \cdot \boldsymbol{C_1}), & para\; v_{ij} \neq 0 \end{cases} \tag{12}$$

Onde:

$$\boldsymbol{C_1} = \boldsymbol{\hat{r}_U} \cdot \boldsymbol{A_{U+}} + \boldsymbol{\hat{r}_{IM}} \cdot \boldsymbol{A_{IM+}} + \boldsymbol{\hat{r}_{TM}} \cdot \boldsymbol{A_{TM}} + \boldsymbol{\hat{r}_{TC}} \cdot \boldsymbol{A_{TC}} + \boldsymbol{\hat{r}_{TP}} \cdot \boldsymbol{A_{TP}} + \boldsymbol{\hat{r}_{TS}} \cdot \boldsymbol{A_{TS+}} +$$

$$+ \boldsymbol{\hat{r}_{MC}} \cdot \boldsymbol{A_{MC+}} + \boldsymbol{\hat{r}_{MT}} \cdot \boldsymbol{A_{MT+}}$$

$$\boldsymbol{C_2} = \boldsymbol{V} - \boldsymbol{X_{MC-}} - \boldsymbol{X_{MT-}}$$

$$\boldsymbol{C_3} = \boldsymbol{\hat{r}_U}^{-1} \cdot \boldsymbol{A_{U-}} + \boldsymbol{\hat{r}_{IM}}^{-1} \cdot \boldsymbol{A_{IM-}} + \boldsymbol{\hat{r}_{TS}}^{-1} \cdot \boldsymbol{A_{TS-}}$$

Por fim, as estimativas finais das tabelas auxiliares e de usos a preços básicos $\boldsymbol{X_K}$ serão dadas por:

$$\boldsymbol{X_U} = \boldsymbol{\hat{r}_U} \cdot \boldsymbol{A_{U+}} \odot \boldsymbol{W} + \boldsymbol{\hat{r}_U}^{-1} \cdot (\boldsymbol{A_{U-}} \oslash \mathbf{W}) \tag{13}$$

$$\boldsymbol{X_{IM}} = \boldsymbol{\hat{r}_{IM}} \cdot \boldsymbol{A_{IM+}} \odot \boldsymbol{W} + \boldsymbol{\hat{r}_{IM}}^{-1} \cdot (\boldsymbol{A_{IM-}} \oslash \mathbf{W}) \tag{14}$$

$$\boldsymbol{X_{TM}} = \boldsymbol{\hat{r}_{TM}} \cdot \boldsymbol{A_{TM}} \odot \boldsymbol{W} \tag{15}$$

$$\boldsymbol{X_{TC}} = \boldsymbol{\hat{r}_{TC}} \cdot \boldsymbol{A_{TC}} \odot \boldsymbol{W} \tag{16}$$

$$\boldsymbol{X_{TP}} = \boldsymbol{\hat{r}_{TP}} \cdot \boldsymbol{A_{TP}} \odot \boldsymbol{W} \tag{17}$$

$$\boldsymbol{X_{TS}} = \boldsymbol{\hat{r}_{TS}} \cdot \boldsymbol{A_{TS+}} \odot \boldsymbol{W} + \boldsymbol{\hat{r}_{TS}}^{-1} \cdot (\boldsymbol{A_{TS-}} \oslash \mathbf{W}) \tag{18}$$

$$\boldsymbol{X_{MC}} = \boldsymbol{X_{MC+}} + \boldsymbol{X_{MC-}} \tag{19}$$

Onde:

$$\boldsymbol{X_{MC+}} = \boldsymbol{\hat{r}_{MC}} \cdot \boldsymbol{A_{MC+}} \odot \boldsymbol{W}$$

$$\boldsymbol{X_{MC-}} = \begin{cases} -\boldsymbol{\iota_n} \cdot \boldsymbol{X_{MC+}} & ,na\ linha\ referente\ a\ i = 060101.\text{Comércio} \\ 0 & ,nas\ demais\ células \end{cases}$$

$$\boldsymbol{X_{MT}} = \boldsymbol{X_{MT+}} + \boldsymbol{X_{MT-}} \tag{20}$$

Onde:

$$\boldsymbol{X_{MT+}} = \boldsymbol{\hat{r}_{MT}} \cdot \boldsymbol{A_{MT+}} \odot \boldsymbol{W}$$

$$\boldsymbol{X_{MT-}} = \begin{cases} -\boldsymbol{\iota_n} \cdot \boldsymbol{X_{MT+}} & ,na\ linha\ referente\ a\ i = 070101.\text{Transporte de carga} \\ 0 & ,nas\ demais\ células \end{cases}$$

4.3. Algoritmo para o cômputo das soluções

Os valores das soluções $\boldsymbol{X_{MC-}}$ e $\boldsymbol{X_{MT-}}$ e dos multiplicadores $\boldsymbol{r_K}$ e $\boldsymbol{W}$, os quais são interdependentes, serão calculados pelo seguinte algoritmo, programado em MATLAB:

- *Passo 0:* obtenção das estimativas iniciais $\boldsymbol{A_K}$ das tabelas de passagem e de usos a preços básicos, de acordo com o exposto na seção 3;

- *Passo 1:* a primeira rodada será o balanceamento das linhas, então considera-se $w_{ij} = 1$, para todas as células de $\boldsymbol{W} = [w_{ij}]$. Os multiplicadores $\boldsymbol{r_K}$ serão calculados pela definição (11);

- *Passo 2:* com os $\boldsymbol{r_{MC}}$ e $\boldsymbol{r_{MT}}$ calculados no passo anterior, são computadas estimativas intermediárias das tabelas $\boldsymbol{X_{MC-}}$ e $\boldsymbol{X_{MT-}}$, conforme as equações (19) e (20). Estas estimativas, assim como os demais multiplicadores $\boldsymbol{r_K}$ calculados no passo anterior, serão empregadas no cômputo de $\boldsymbol{W}$ pela equação (12);

- *Passos de 3 a N:* a cada etapa, os multiplicadores $\boldsymbol{r_K}$ e $\boldsymbol{W}$ e as tabelas $\boldsymbol{X_{MC-}}$ e $\boldsymbol{X_{MT-}}$ são estimados novamente tomando como dadas as estimativas dos passos anteriores. Este processo continua até que o maior elemento da matriz $\boldsymbol{DIF} = \boldsymbol{W}_{(passo\ N)} - \boldsymbol{W}_{(passo\ N-1)}$ seja menor que 10^{-6}, que equivale a R$ 1,00, uma vez que os valores das tabelas estão designados em milhões de reais;

- *Passo N+1:* as estimativas finais dos multiplicadores $\boldsymbol{r_K}$ e $\boldsymbol{W}$ são substituídas nas equações (13) a (20) para a obtenção das estimativas $\boldsymbol{X_K}$ das tabelas auxiliares;

- *Passo N+2:* conforme o procedimento a ser exposto na próxima subseção, se não houver convergência do algoritmo para alguma das linhas, sinais são invertidos na coluna variação de estoques e toda a estimação até o passo *N+1* é repetida;

- *Passo N+3:* toma-se o ano estimado como referência para o seguinte e os passos de *0* a *N+2* são refeitos para este ano, o que se repete até que todos os anos sejam estimados.

Para a projeção de teste do método nos anos de 2001 a 2005, a convergência foi obtida, respectivamente, com $N = 234$, *96*, *45*, *41* e *86*. Nos anos de 2001 e 2002, a estimação foi repetida para resolver o problema posto no passo *N+2*.

Com a tabela $\boldsymbol{X_U}$ estimada, é seguido o procedimento das notas técnicas da MIP 2000/2005 (IBGE, 2008) para a obtenção da matriz inversa de Leontief. Devem ser assumidas hipóteses de correspondência entre produtos e setores para a passagem da TRU (que relaciona produtos a setores) para a MIP (que relaciona setores a setores).

4.4. Ajustes nas colunas de variação de estoques

Um dos problemas do método RAS e seus derivados é que o algoritmo pode não convergir quando as linhas e colunas balanceadas são esparsas, isto é, quando possuem poucas células não nulas. Como expõem Miller e Blair (2009, p. 335), nestes casos pode ser impossível que estas células atendam simultaneamente às restrições de somas nas linhas e colunas. No método RAW, esse problema pode surgir se há a combinação de linhas esparsas relacionadas à restrição *R* com somas esparsas de células relativas à restrição *W*. Em particular, como foi imposto na projeção inicial que as células não nulas de variação de estoque das tabelas estimadas devem ter os mesmos sinais das células equivalentes na tabela de usos a preços ao consumidor, esse problema pode ocorrer se for necessário que o sinal de alguma dessas células de variação de estoque seja o oposto.

Para as projeções de teste do método RAW de 2001 a 2005, isso ocorreu somente para o produto “020301. Carvão mineral” nos anos de 2001 e 2002. Na tabela intermediária de importações do ano 2000, a linha deste produto tem apenas duas células não nulas, ambas com valores positivos: nas compras do setor “0321. Fabricação de aço e derivados” e na coluna variação de estoques. A mesma estrutura é reproduzida na projeção inicial de 2001, ou seja, o total de importações deste produto deve ser alocado apenas nessas duas células, somente com sinais positivos. O problema ocorre porque tais células também estão sujeitas à restrição *W*, mas a soma dos valores correspondentes a essas duas células na tabela de usos a preços ao consumidor é menor que o total na linha do produto na tabela de importações. Ou seja, mesmo que todo o valor destas duas células na tabela de usos a preços ao consumidor seja alocado somente na tabela de importações para respeitar a restrição *W*, ainda assim a soma nesta linha da tabela de importações será inferior ao total imposto pela restrição *R*. Com isso, o algoritmo não converge e os erros são propagados às outras tabelas também, além da tabela de importações.

A solução adotada consistiu em permitir valores com sinais invertidos na coluna variação de estoques, o que torna possível o atendimento simultâneo das restrições *R* e *W*. Uma vez que esse problema pode surgir em diferentes linhas quando o método for aplicado para outros anos ou com tabelas de projeção inicial *A* alternativas, foi desenvolvido um algoritmo para a identificação e correção automática do problema, que será apresentado no Texto para Discussão do Ipea.

5. DESEMPENHO DO MÉTODO DE ESTIMAÇÃO RAWS/RAW

Para aferir o desempenho do método de estimação RAWS/RAW, utilizou-se a MIP 2005 projetada pelo RAW a partir da MIP 2000, que inclui as tabelas auxiliares estimadas pelo RAWS em Martinez (2014). A estimativa pelo método RAWS/RAW foi comparada com a MIP 2005 divulgada pelo IBGE e com a estimada por Guilhoto e Sesso-Filho (2010) para o mesmo ano[8].

Seguindo Jensen (1980), Miller e Blair (2009, p. 323-327) classificam em duas formas a precisão na estimação de MIPs: partitiva e holística. A precisão partitiva refere-se a medidas de desempenho na estimação de células individuais, aplicadas à matriz de coeficientes intersetoriais. A precisão holística remete ao desempenho nos usos mais frequentes da matriz inversa de Leontief, como o cálculo de multiplicadores de impacto.

[8] A MIP 2005 calculada pelo método de Guilhoto e Sesso-Filho foi obtida no site do Nereus, <http://www.usp.br/nereus/?fontes=dados-matrizes>.

Ambos os tipos de medidas são aplicados em um ano em que a matriz é conhecida e pode ser comparada com as estimativas da mesma matriz produzidas pelos métodos sob teste. As chamadas medidas partitivas resultam da aplicação, sobre a matriz conhecida em confronto com a estimada, de procedimentos para calcular a distância entre duas matrizes. Variam conforme os critérios adotados para aferir o erro na estimação de cada célula e ponderar os erros de todas as células. Já as medidas holísticas, que são aplicadas especificamente à matriz inversa de Leontief, comparam multiplicadores e outras métricas de impacto intersetoriais computadas para a MIP conhecida e a estimada. De acordo com Miller e Blair (2009), as medidas partitivas são mais rigorosas, mas um bom desempenho nas medidas holísticas pode ser suficiente para fins práticos.

Foram aplicados os dois tipos de medidas, considerando as informações disponíveis para 2005 do conjunto de tabelas que compõem a MIP. Esse conjunto de informações empregado na mensuração de desempenho é mais abrangente que o considerado em outras estimativas das MIPs brasileiras. Grijó e Berni (2006) não apresentam medidas de avaliação do seu método de projeção. Em Guilhoto e Sesso-Filho (2005, 2010), é verificada a precisão holística, pela comparação de medidas de impacto extraídas da matriz $\boldsymbol{L}$.

Algumas das medidas de precisão holística adotadas por Guilhoto e Sesso-Filho foram calculadas para a matriz $\boldsymbol{L}$ de 2005 estimada pelo método RAWS/RAW. Medidas de precisão partitiva foram aplicadas sobre tabelas e vetores disponibilizados pelo IBGE para 2005. As tabelas são a de usos a preços básicos $\boldsymbol{X_U}$ e a auxiliar de importações $\boldsymbol{X_{IM}}$. Os vetores são somas de colunas das tabelas auxiliares que podem ser extraídas da tabela $\boldsymbol{H}$ apresentada por Martinez (2014): soma total dos três tipos de impostos $(\boldsymbol{q_m})$; margens de comércio $(\boldsymbol{h_{MC}})$ e; margens de transporte mais impostos incidentes sobre o produto “070101. Transporte de carga” $(\boldsymbol{h_{MT}})$. Os resultados das comparações, que não são mostrados nesta nota técnica por economia de espaço, serão apresentados em Texto para Discussão do Ipea.

Em todas as medidas – holísticas e partitivas, de posição e dispersão – o desempenho do RAWS/RAW foi melhor. Nas medidas partitivas, que fazem a comparação célula a célula das tabelas e vetores, as diferenças entre métodos foram mais marcantes que nas medidas holísticas, que comparam métricas de impacto intersetoriais extraídas da matriz inversa de Leontief.

Conforme as medidas partitivas, o ganho de precisão com a estimação pelo RAWS/RAW foi considerável na tabela de usos a preços básicos, mas foi ainda maior nas tabelas auxiliares. Esse é um resultado importante, pois a disponibilidade de estimativas precisas das tabelas auxiliares é relevante para variadas aplicações, como efeitos de choques sobre importações (Dietzenbacher, Albino e Kuhtz, 2005) e efeitos de impostos na estrutura produtiva (Siqueira, Nogueira e Souza, 2001).

6. RESULTADOS: ESTIMATIVAS FINAIS DAS MIPS 2000-2005

Nesta seção são apresentados os procedimentos para a obtenção das estimativas finais da série de MIPs anuais. Entre 2001 e 2004, o método RAWS/RAW foi adaptado para interpolar as MIPs de 2000 e 2005. De 2006 a 2009, foi aplicado o RAWS/RAW para a projeção a partir da MIP 2005, com alguns ajustes em razão de especificidades dos dados para esses anos.

6.1. MIPs 2001-2004: interpolação das MIPs 2000 e 2005

As MIPs projetadas de 2001 a 2005 a partir da MIP 2000 para testar o método de estimação RAWS/RAS serão substituídas por suas versões finais. As MIPs 2000 e 2005 serão as divulgadas pelo IBGE, com os ajustes para a revisão 2005-2009 das Contas Nacionais expostos em Martinez (2014) e as tabelas auxiliares estimadas pelo RAWS.

Já as estimativas definitivas das MIPs 2001 a 2004 serão obtidas a partir de ajustes no método RAW para interpolar as MIPs 2000 e 2005. A interpolação é uma projeção em que a estimativa inicial é dada por uma média ponderada das projeções das tabelas correspondentes para os anos base, no caso 2000 e 2005 (Temurshoev, Webb e Yamano, 2011, p. 94). Para cada ano interpolado, a média ponderada será calculada a partir de duas matrizes de projeção associadas a cada um dos anos base, $\boldsymbol{P_0}$ e $\boldsymbol{P_5}$. Sejam $\boldsymbol{V_Y} = [v_{ijy}]$ as tabelas de usos a preços ao consumidor dos anos base, $\boldsymbol{V} = [v_{ij}]$ a mesma tabela para cada ano interpolado e $\boldsymbol{P_Y} = [p_{ijy}]$ as matrizes de projeção, onde $y \in \boldsymbol{Y} = \{0, 5\}$ é o indexador dos anos 2000 e 2005. Define-se:

$$p_{ijy} = \begin{cases} 1 & , para\ v_{ijy} = 0 \\ \dfrac{v_{ij}}{v_{ijy}} & , para\ v_{ijy} \neq 0 \end{cases} \tag{21}$$

As matrizes de projeção serão aplicadas sobre as respectivas tabelas dos anos base $\boldsymbol{X_{KY}} = [x_{ijy}^k]$, onde $k \in \boldsymbol{K} = \{U, IM, TC, TP, TS, MC, MT\}$ é o indexador da tabela e $y \in \boldsymbol{Y} = \{0, 5\}$ o indexador do ano base. Mas as colunas de variação de estoque destas tabelas deverão sofrer ajustes de sinais antes da projeção, pois, conforme discutido na seção 3, em geral os sinais das células nas colunas de variação de estoques devem ser os mesmos das células equivalentes na tabela de usos a preços ao consumidor. Assim, se $\dot{\boldsymbol{X}}_{\boldsymbol{KY}} = [\dot{x}_{ijy}^k]$ indica a tabela com o ajuste na coluna variação de estoque, a qual é designada por $j = E$, teremos:

$$\dot{x}_{ijy}^k = \begin{cases} (-1) \cdot \dfrac{x_{ijy}^k}{|x_{ijy}^k|} & , para\ j = E\ e\ \dfrac{x_{iEy}^k}{v_{iEy}} < 0 \\ x_{ijy}^k & , nos\ demais\ casos \end{cases} \tag{22}$$

Com isso, para cada um dos anos interpolados, o caso geral das estimativas iniciais será designado por $\dot{\boldsymbol{A}}_{\boldsymbol{K}} = [\dot{a}_{ij}^k]$, com $k \in \boldsymbol{K} = \{U, IM, TC, TP, TS, MC, MT\}$, e definido por:

$$\dot{a}_{ij}^k = \begin{cases} 0 & , para\ v_{ij0} = v_{ij5} = 0\ e\ k \neq U \\ v_{ij} & , para\ v_{ij0} = v_{ij5} = 0\ e\ k = U \\ \left(\dfrac{5-\gamma}{5}\right) \cdot p_{ij0} \cdot \dot{x}_{ij0}^k + \left(\dfrac{\gamma}{5}\right) \cdot p_{ij5} \cdot \dot{x}_{ij5}^k & , para\ v_{ij0} \neq 0\ ou\ v_{ij5} \neq 0 \end{cases} \tag{23}$$

Onde $\gamma \in \{1, 2, 3, 4\}$ é um indexador dos anos de 2001 a 2004, que define ponderações variantes conforme o ano esteja mais próximo de um ou outro ano base, e $\boldsymbol{X_{KY}} = [x_{ijy}^k]$ é a tabela correspondente a $\boldsymbol{A_K}$ nos anos base, com $y \in \boldsymbol{Y} = \{0, 5\}$.

Nos dois primeiros casos da definição, quando a célula da tabela $\boldsymbol{V_Y}$ é nula em ambos os anos base e não nula no ano projetado, deve-se adotar um critério de distribuição do valor v_{ij} entre os a_{ij}^k para que a restrição W do balanceamento venha a ser respeitada. Como na seção 3, o valor será todo destinado à célula da tabela $\dot{\boldsymbol{A}}_{\boldsymbol{U}}$ e a célula correspondente nas tabelas auxiliares será nula.

O caso geral é o da terceira parte da definição. Quando pelo menos uma das células v_{ijy} não for nula nos anos base, o valor da célula $\dot{a}_{ij}^{k}$ será determinado por uma média ponderada das projeções dos valores das células correspondentes nos dois anos base.

Assim como na formação das estimativas iniciais para projeção a partir de um ano base, explicada na seção 3, também na interpolação são necessários alguns ajustes à definição mais geral em (23), apresentados nos itens a seguir:

i) Inversões de sinal ou zeragem na soma da linha:

As intervenções referentes a mudanças de sinal e zeragem no total da linha estão na definição (24), onde $\ddot{\boldsymbol{A}}_{\boldsymbol{K}} = \left[\ddot{a}_{ij}^{k}\right]$ é a tabela que sofreu essas mudanças:

$$\ddot{a}_{ij}^{k} = \begin{cases} p_{ij0} \cdot \dot{x}_{ij0}^{k} \; , para \; \dfrac{q_i^k}{q_{i0}^k} > 0 \; e \; \dfrac{q_i^k}{q_{i5}^k} < 0 \\ p_{ij5} \cdot \dot{x}_{ij5}^{k} \; , para \; \dfrac{q_i^k}{q_{i0}^k} < 0 \; e \; \dfrac{q_i^k}{q_{i5}^k} > 0 \\ v_{ij} \cdot \dfrac{q_i^k}{\left|q_i^k\right|} \; , para \; q_i^k \neq 0 \; e \; q_{i0}^k = q_{i5}^k = 0 \\ 0 \qquad , para\text{:} \begin{cases} q_i^k = 0 \\ k = TS \; e \; j \in \boldsymbol{J} \end{cases} \\ \dot{a}_{ij}^{k} \qquad , nos \; demais \; casos \end{cases} \tag{24}$$

Onde $\boldsymbol{J} = \{$*Consumo da administração pública, Consumo das ISFLSF, Variação de estoque*$\}$.

Nos dois primeiros casos, quando há mudança de sinal no total da linha de 2000 para 2005, somente o ano base cujo total na linha tiver o mesmo sinal da linha no ano interpolado irá ser utilizado na projeção.[9] No terceiro caso, quando os dois anos base têm total na linha nulo e o ano interpolado é não nulo, considera-se a linha da tabela de usos a preços ao consumidor, com ajuste no sinal. O quarto caso, em que as células são zeradas, ocorre se o total na linha é nulo no ano projetado e, para as colunas

[9] Não ocorrem casos em que o sinal muda em relação a 2000 no ano interpolado e então muda novamente, tornando a ser igual ao sinal de 2000 no ano 2005 $\left(\frac{v_{iE}}{v_{iE0}} < 0 \; e \; \frac{v_{iE}}{v_{iE5}} < 0\right)$. Se tais casos ocorressem, seriam enquadrados na terceira parte da definição, $\ddot{a}_{ij}^{k} = v_{ij} \cdot \frac{q_i^k}{|q_i^k|}$.

especificadas da tabela $\boldsymbol{A_{TS}}$, para manter nulas células que podem ter sido alteradas indevidamente nos casos anteriores.

ii) Coluna "variação de estoque" das tabelas $\boldsymbol{A_U}$ e $\boldsymbol{A_{IM}}$:

Para a interpolação, os ajustes nas colunas de variação de estoques são mais complicados que na projeção, pois são várias as combinações possíveis de trocas de sinais e zeragens nos dois anos base e nos anos projetados. Todos os casos são apresentados na definição (26), com $\dot{\ddot{\boldsymbol{A}}}_{\boldsymbol{K}} = \left[\dot{\ddot{a}}_{ij}^{k}\right]$ como a matriz já com essas intervenções na variação de estoques, conforme o definido em (25).

$$\dot{\ddot{a}}_{ij}^{k} = \begin{cases} \dot{\ddot{a}}_{iE}^{k} \text{ , } para\ j = E \\ \ddot{a}_{ij}^{k} \text{ , } para\ j \neq E \end{cases} \tag{25}$$

Onde $j = E$ é a coluna *Variação de estoque*.

Apenas as tabelas $\boldsymbol{A_U}$ e $\boldsymbol{A_{IM}}$ têm células não nulas de variação de estoque, cujos valores nas projeções iniciais serão estabelecidos com base nos sinais das respectivas células da tabela de usos a preços ao consumidor do mesmo ano interpolado $\boldsymbol{V} = \left[v_{ij}\right]$ e dos anos base $\boldsymbol{V_0} = \left[v_{ij0}\right]$ e $\boldsymbol{V_5} = \left[v_{ij5}\right]$.

Para uma compreensão mais intuitiva da definição (26), consideremos o valor nulo como um terceiro sinal, ou seja, cada célula pode ter três sinais possíveis: $\{+, -, 0\}$. Pode-se então dizer que, conforme os dois primeiros casos de (26), quando o sinal de v_{ij} é igual ao de um dos anos base e diferente do outro, considera-se apenas a projeção do ano base com o mesmo sinal. No terceiro caso da definição, quando o sinal de v_{ij} é diferente dos dois anos base, iguala-se a variação de estoque a 1 ou -1, sem mudar o sinal. Por fim, no quarto caso a projeção não é alterada – o que ocorre se o sinal de v_{ij} for igual ao de v_{ij0} e v_{ij5}.

$$\ddot{a}_{iE}^{k} = \begin{cases} p_{iE0} \cdot \dot{x}_{iE0}^{k}\ , para: \begin{cases} \dfrac{v_{iE}}{v_{iE0}} > 0\ e\ \dfrac{v_{iE}}{v_{iE5}} < 0 \\ \dfrac{v_{iE}}{v_{iE0}} > 0\ e\ v_{iE5} = 0 \\ v_{iE} = v_{iE0} = 0\ e\ v_{iE5} \neq 0 \end{cases} \\ p_{iE5} \cdot \dot{x}_{iE5}^{k}\ , para: \begin{cases} \dfrac{v_{iE}}{v_{iE0}} < 0\ e\ \dfrac{v_{iE}}{v_{iE5}} > 0 \\ v_{iE0} = 0\ e\ \dfrac{v_{iE}}{v_{iE5}} > 0 \\ v_{iE0} \neq 0\ e\ v_{iE} = v_{iE5} = 0 \end{cases} \\ \dfrac{\ddot{a}_{iE}^{k}}{\left|\ddot{a}_{iE}^{k}\right|}\ , para: \begin{cases} \dfrac{v_{iE}}{v_{iE0}} < 0\ e\ \dfrac{v_{iE}}{v_{iE5}} < 0 \\ v_{iE} \neq 0\ e\ v_{iE0} = v_{iE5} = 0 \\ v_{iE0} = 0\ e\ \dfrac{v_{iE}}{v_{iE5}} < 0 \\ \dfrac{v_{iE}}{v_{iE0}} < 0\ e\ v_{iE5} = 0 \end{cases} \\ \ddot{a}_{iE}^{k}\ , para: \begin{cases} \dfrac{v_{iE}}{v_{iE0}} > 0\ e\ \dfrac{v_{iE}}{v_{iE5}} > 0 \\ v_{iE} = v_{iE0} = v_{iE5} = 0 \end{cases} \end{cases} \tag{26}$$

iii) Tabela de imposto de importação $\boldsymbol{A_{TM}}$:

Para a tabela de imposto de importação, o processo é igual ao descrito na seção 3. No caso geral, as proporções serão as mesmas da tabela de importações. As células serão nulas quando o total da linha for nulo e nas colunas de exportações e variação de estoque. Portanto, a tabela $\ddot{\boldsymbol{A}}_{\boldsymbol{TM}} = \left[\ddot{a}_{ij}^{TM}\right]$ é dada por:

$$\ddot{a}_{ij}^{TM} = \begin{cases} 0\quad , para: \begin{cases} j = \text{exportações } ou \text{ variação de estoque} \\ q_i^{TM} = 0 \end{cases} \\ \ddot{a}_{ij}^{IM}\ , para\ os\ demais\ casos \end{cases} \tag{27}$$

De maneira que $\ddot{\boldsymbol{A}}_{\boldsymbol{K}} = \left[\ddot{a}_{ij}^{k}\right]$ é igual a:

$$\ddot{a}_{ij}^{k} = \begin{cases} \ddot{a}_{ij}^{TM}\ , para\ k = TM \\ \dot{a}_{ij}^{k}\ , para\ k \neq TM \end{cases} \tag{28}$$

iv) Valores negativos nas tabelas de margens, $\boldsymbol{A_{MC-}}$ e $\boldsymbol{A_{MT-}}$:

As tabelas $\boldsymbol{A_{MC-}}$ e $\boldsymbol{A_{MT-}}$ também seguirão o exposto na seção 3. Seja $\boldsymbol{A_{K+}} = \left[a_{ij}^{k+}\right]$ definida por:

$$a_{ij}^{k+} = \begin{cases} 0 & ,para\ \ddot{a}_{ij}^{k} \leq 0 \\ \ddot{a}_{ij}^{k} & ,para\ \ddot{a}_{ij}^{k} > 0 \end{cases} \tag{29}$$

As tabelas $\boldsymbol{A_{K-}} = \left[a_{ij}^{k-}\right]$, com $k \in \boldsymbol{K} = \{MC, MT\}$, serão definidas pelas somas das margens nas colunas nas linhas de totais e anuladas nas outras linhas. A definição geral de $\boldsymbol{A_{K-}} = \left[a_{ij}^{k-}\right]$ é dada por:

$$a_{ij}^{k-} = \begin{cases} \sum_{i=6n+1}^{7n} -a_{ij}^{MC+} & ,para\ k = MC\ e\ i = 060101.\text{Comércio} \\ \sum_{i=7n+1}^{8n} -a_{ij}^{MT+} & ,para\ k = MT\ e\ i = 070101.\text{Transporte de carga} \\ \ddot{a}_{ij}^{k} & ,para\ k \notin \{MC, MT\}\ e\ \ddot{a}_{ij}^{k} < 0 \\ 0 & ,para\ \ddot{a}_{ij}^{k} \geq 0 \end{cases} \tag{30}$$

Finalmente, unindo as expressões (29) e (30), as projeções iniciais das tabelas $\boldsymbol{A_K} = \left[a_{ij}^{k}\right]$, com $k \in \boldsymbol{K} = \{U, IM, TC, TP, TS, MC, MT\}$, serão definidas por:

$$\boldsymbol{A_K} = \boldsymbol{A_{K+}} + \boldsymbol{A_{K-}} \Rightarrow \left[a_{ij}^{k}\right] = \left[a_{ij}^{k+} + a_{ij}^{k-}\right] \tag{31}$$

Dadas as projeções iniciais em (31), as estimativas finais dos anos interpolados serão obtidas pelo algoritmo RAW conforme os procedimentos descritos na seção 4. Tomando *N* como o número de iterações do algoritmo apresentado na subseção 4.3, para os anos de 2001, 2002, 2003 e 2004 a convergência foi obtida, respectivamente, com *N = 149*, *58*, *57* e *46*.

6.2. MIPs 2006-2009: projeção da MIP 2005

Para estimar as MIPs de 2006 a 2009, será empregado o método RAW, exposto na seção 4. Ao invés da MIP 2000, a MIP 2005 será o ano base, incluindo as tabelas auxiliares estimadas pelo RAWS (Martinez, 2014) e os ajustes da revisão 2005-2009 das Contas Nacionais. A única diferença no procedimento será na construção das projeções iniciais, especificamente nas tabelas $\boldsymbol{A_{TC}}$ e $\boldsymbol{A_{TP}}$. Para os anos de 2006 a 2009 ocorrem nestas duas tabelas situações em que o total na linha é nulo no ano referência ($q_i^k = 0$), que então não oferece parâmetros para a distribuição do total na linha do ano projetado. Nestes casos, adota-se o procedimento exposto na seção 3, ou seja, a linha correspondente da tabela de usos a preços ao consumidor $\boldsymbol{V} = \left[v_{ij}\right]$ do ano projetado é usada como referência. Entretanto, deve-se respeitar a estrutura das tabelas de ICMS e IPI discutida na seção 3 de Martinez (2014): elementos nulos nas colunas de exportações e de setores industriais, exceto “0301. Alimentos e bebidas”, além dos procedimentos diferenciados para o produto “030702. Papel e papelão, embalagens e artefatos”. Ademais, como na $\boldsymbol{A_{TS}}$, também em $\boldsymbol{A_{TC}}$ e $\boldsymbol{A_{TP}}$ há três colunas que devem ser mantidas nulas como no ano referência. Assim, a definição (4) será substituída por:

$$a_{ij}^k = \begin{cases} 0 \quad , para\ q_i^k = 0 \\ v_{ij} \cdot \dfrac{q_i^k}{|q_i^k|}\ , para\ q_{i0}^k = 0\ ou\ \dfrac{q_i^k}{q_{i0}^k} < 0, exceto\ se: \begin{cases} k \in \{TC, TP, TS\}\ e\ j \in \boldsymbol{J}^* \\ k \in \{TC, TP\}\ e\ j \in \boldsymbol{J}^{**} \\ k \in \{TC, TP\}\ e\ i, j = P, J \end{cases} \\ \ddot{a}_{ij}^k\ definida\ por\ (74), nos\ demais\ casos \end{cases} \tag{4*}$$

Onde: $\boldsymbol{J}^* = \{$*Consumo da administração pública, Consumo das ISFLSF, Variação de estoque*$\}$; $\boldsymbol{J}^{**} = \{$setores da indústria, exceto a coluna *j = 0301. Alimentos e bebidas* e a linha *i = 030702. Papel e papelão, embalagens e artefatos*$\}$; *P = 030702. Papel e papelão, embalagens e artefatos* e *J = 030801. Jornais, revistas, discos e outros produtos gravados*.

Para os anos 2006, 2007, 2008 e 2009, a convergência do algoritmo RAW foi obtida, respectivamente, com *N = 157, 74, 59* e *68*.

7. CONCLUSÃO

Foram apresentados nesta nota os principais passos do algoritmo RAW para projeção de MIPs, o qual aprimora o método de Grijó e Berni (2006), adotando avanços recentes da literatura de projeção de matrizes para fazer o melhor uso da informação disponível nas MIPs e TRUs da década de 2000. Combinado com o algoritmo RAWS de Martinez (2014), dá origem ao método RAWS/RAW para a estimação anual das matrizes de insumo-produto na referência 2000 das Contas Nacionais. Os dois algoritmos podem ser apresentados como um único método porque o RAW é uma extensão natural do RAWS, adotando seus desenvolvimentos metodológicos e as tabelas estimadas em Martinez (2014). A diferença é o conjunto de dados considerado: enquanto o RAWS estima as tabelas auxiliares da MIP para 2000 e 2005, o RAW projeta as MIPs completas de 2001-2004 e 2006-2009. A derivação completa do algoritmo RAW será apresentada posteriormente em Texto para Discussão do Ipea.

Para testar o método, as tabelas de 2005 foram estimadas apenas com as informações da MIP 2000 e as TRUs, aplicando o RAW à MIP 2000 completada pelas tabelas auxiliares estimadas com o RAWS em Martinez (2014). Estas estimativas de teste do método RAWS/RAW foram comparadas com as mesmas tabelas estimadas para 2005 por Guilhoto e Sesso-Filho (2010) e a MIP 2005 original do IBGE. Os resultados, que também serão apresentados em Texto para Discussão do Ipea, indicaram que o RAWS/RAW teve melhor desempenho em todas as medidas consideradas, principalmente na estimação das tabelas auxiliares.

Por fim, cabe destacar que a base conceitual do método RAWS/RAW poderá ser aplicada a outros problemas em desenvolvimentos posteriores, como a estimação de Matrizes de Contabilidade Social e a compatibilização com MIPs divulgadas em outros períodos. Em particular, porque as TRUs do ano de 2009 foram as últimas da referência 2000 das Contas Nacionais, de maneira que o método precisará ser adaptado para dar sequência à série de matrizes quando o IBGE passar a divulgar os dados da nova referência.

Referências

BACHARACH, M. **Biproportional Matrices and Input–Output Change**. Cambridge: Cambridge University Press, 1970.

DEMING, W. E.; STEPHAN, F. F. **On a least-squares adjustment of a sampled frequency table when the expected marginal totals are known**. The Annals of Mathematical Statistics, v. 11, n. 4, p. 427–444, dez. 1940.

DIETZENBACHER, E.; ALBINO, V.; KUHTZ, S. “**The fallacy of using US-type Input-Output tables**”. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INPUT-OUTPUT TECHNIQUES, 15. Beijing: 2005.

GUILHOTO, J. J. M.; SESSO FILHO, U. A. **Estimação da matriz insumo-produto a partir de dados preliminares das contas nacionais**. Economia Aplicada, São Paulo, v. 9, n. 2, p. 277-299, abr./jun. 2005.

______. **Estimação da matriz insumo-produto utilizando dados preliminares das contas nacionais: aplicação e análise de indicadores econômicos para o Brasil em 2005**. Economia & Tecnologia, ano 6, v.23, p. 53-62, out./dez. 2010.

GRIJÓ, E.; BERNI, D. A. **Metodologia completa para a estimativa de matrizes de insumo-produto**. Teoria e Evidência Econômica, Passo Fundo, v. 14, n. 26, p. 9-42, mai. 2006.

HUANG, W.; KOBAYASHI, S.; TANJI, H. **Updating an input-output matrix with sign-preservation**: some improved objective functions and their solutions. Economic Systems Research, v. 20, n. 1, p. 111–123, mar. 2008.

IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Matriz de Insumo-Produto**: Brasil 1996. Rio de Janeiro: IBGE, 1999.

______. **Sistema de Contas Nacionais**: Brasil 2004-2005. Rio de Janeiro: IBGE, 2007. (Contas Nacionais, n. 20).

______. **Matriz de Insumo-Produto**: Brasil 2000-2005. Rio de Janeiro: IBGE, 2008. (Contas Nacionais, n. 23).

______. **Sistema de Contas Nacionais**: Brasil 2005-2009. Rio de Janeiro: IBGE, 2011. (Contas Nacionais, n. 34).

JENSEN, R. C. **The concept of accuracy in regional input-output models**. International Regional Science Review, v. 5, n. 2, p. 139-154, 1980.

JUNIUS, T.; OOSTERHAVEN, J. **The solution of updating or regionalizing a matrix with both positive and negative entries**. Economic Systems Research, v.15, n. 1, p. 87–96, mai. 2003.

KULLBACK, S.; LIEBLER, R. A. **On information and sufficiency**. The Annals of Mathematical Statistics, v. 22, n. 1, p. 79–86, mar. 1951.

LAHR, M. L.; DE MESNARD, L. **Biproportional techniques in input-output analysis**: table updating and structural analysis. Economic Systems Research, v. 16, n. 2, p. 115–134, jun. 2004.

LENZEN, M.; WOOD, R.; GALLEGO, B. **Some comments on the GRAS method**. Economic Systems Research, v. 19, n. 4, p. 461–465, dez. 2007.

MARTINEZ, T. S. **Estimação das tabelas auxiliares de impostos e margens da Matriz de Insumo-Produto**. Brasília: Ipea, abr. 2014. (Nota Técnica, Dimac, n. 17).

MILLER, R. E.; BLAIR, P. D. **Input-output analysis: foundations and extensions**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 2. ed., 2009.

SIQUEIRA, R.; NOGUEIRA, J.; SOUZA, E. **A incidência final dos impostos indiretos no Brasil**: Efeitos da tributação de insumos. Revista Brasileira de Economia, v. 55, n. 4, p. 513–544, out./dez. 2001.

STONE, R. **Multiple classifications in social accounting**. Bulletin de l'Institut International de Statistique, v. 39, n. 3, p. 215–233, 1962.

STONE, R.; BROWN, A. **A Computable Model of Economic Growth**. London: Chapman & Hall, 1962.

TEMURSHOEV, U.; TIMMER, M. P. **Joint estimation of supply and use tables**. Papers in Regional Science. Oxford, v. 90, n. 4, p. 863-882, nov. 2011.

TEMURSHOEV, U.; WEBB, C.; YAMANO, N. **Projection of supply and use tables**: methods and their empirical assessment. Economic Systems Research, v. 23, n. 1, p. 91-123, mar. 2011.