

# 2181

TEXTO PARA DISCUSSÃO

## MODELO ESPACIAL SIMPLES DE UMA ECONOMIA COM AGENTES: UMA PROPOSTA METODOLÓGICA

Bernardo Alves Furtado  
Isaque Daniel Eberhardt





## MODELO ESPACIAL SIMPLES DE UMA ECONOMIA COM AGENTES: UMA PROPOSTA METODOLÓGICA<sup>1</sup>

Bernardo Alves Furtado<sup>2</sup>  
Isaque Daniel Eberhardt<sup>3</sup>

---

1. Os autores agradecem os comentários dos pareceristas Fábio Vaz e Fabiano M. Pompermayer, assim como os comentários e as sugestões do técnico de planejamento e pesquisa Alexandre Messa e do economista Davoud Taghawi-Nejad.

2. Técnico de planejamento e pesquisa e coordenador da Diretoria de Estudos e Políticas Setoriais de Inovação, Regulação e Infraestrutura (Diset) do Ipea. *E-mail*: <bernardo.furtado@ipea.gov.br>.

3. Pesquisador do Programa de Pesquisa para o Desenvolvimento Nacional (PNPD) na Diset/Ipea. *E-mail*: <isaquedanielre@yahoo.com.br>.

**Governo Federal**

**Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão**  
**Ministro** Valdir Moysés Simão

**ipea** Instituto de Pesquisa  
Econômica Aplicada

Fundação pública vinculada ao Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão, o Ipea fornece suporte técnico e institucional às ações governamentais – possibilitando a formulação de inúmeras políticas públicas e programas de desenvolvimento brasileiro – e disponibiliza, para a sociedade, pesquisas e estudos realizados por seus técnicos.

**Presidente**

Jessé José Freire de Souza

**Diretor de Desenvolvimento Institucional**

Alexandre dos Santos Cunha

**Diretor de Estudos e Políticas do Estado, das Instituições e da Democracia**

Roberto Dutra Torres Junior

**Diretor de Estudos e Políticas Macroeconômicas**

Cláudio Hamilton Matos dos Santos

**Diretor de Estudos e Políticas Regionais, Urbanas e Ambientais**

Marco Aurélio Costa

**Diretora de Estudos e Políticas Setoriais de Inovação, Regulação e Infraestrutura**

Fernanda De Negri

**Diretor de Estudos e Políticas Sociais, Substituto**

José Aparecido Carlos Ribeiro

**Diretor de Estudos e Relações Econômicas e Políticas Internacionais**

José Eduardo Elias Romão

**Chefe de Gabinete**

Fabio de Sá e Silva

**Assessor-chefe de Imprensa e Comunicação**

Paulo Kliass

Ouvidoria: <http://www.ipea.gov.br/ouvidoria>

URL: <http://www.ipea.gov.br>

## Texto para Discussão

Publicação cujo objetivo é divulgar resultados de estudos direta ou indiretamente desenvolvidos pelo Ipea, os quais, por sua relevância, levam informações para profissionais especializados e estabelecem um espaço para sugestões.

© Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada – **ipea** 2016

Texto para discussão / Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada.- Brasília : Rio de Janeiro : Ipea , 1990-

ISSN 1415-4765

1. Brasil. 2. Aspectos Econômicos. 3. Aspectos Sociais. I. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada.

CDD 330.908

As opiniões emitidas nesta publicação são de exclusiva e inteira responsabilidade dos autores, não exprimindo, necessariamente, o ponto de vista do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada ou do Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão.

É permitida a reprodução deste texto e dos dados nele contidos, desde que citada a fonte. Reproduções para fins comerciais são proibidas.

JEL: C63, H73, D01.

# SUMÁRIO

---

SINOPSE

ABSTRACT

1 INTRODUÇÃO .....	7
2 O MODELO PROPOSTO: METODOLOGIA, CARACTERÍSTICAS E PROCESSOS .....	10
3 ILUSTRAÇÃO E DISCUSSÃO .....	26
4 A PROPOSTA TEÓRICO-METODOLÓGICA: POSSIBILIDADES CONCRETAS DE INVESTIGAÇÕES FUTURAS .....	40
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	42
REFERÊNCIAS .....	44
BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR.....	49
APÊNDICE A – PSEUDOCÓDIGO: MERCADO IMOBILIÁRIO.....	50
APÊNDICE B – PSEUDOCÓDIGO: MERCADO DE BENS .....	52
APÊNDICE C – PSEUDOCÓDIGO: MERCADO DE TRABALHO .....	54
APÊNDICE D – PROTOCOLO OVERVIEW, DESIGN CONCEPTS, DETAILS (ODD).....	55



## SINOPSE

Este texto simula a evolução de economias artificiais no intuito de compreender a relevância tributária de limites administrativos na qualidade de vida de seus habitantes. A modelagem consiste na construção de algoritmo computacional cujo desenho contemple cidadãos, organizados em famílias, assim como firmas e governos que interagem nos mercados de bens, de trabalho e imobiliário. O mercado imobiliário permite que as famílias se mudem para domicílios com maior qualidade ou menor preço quando capitalizam a valorização dos terrenos. O mercado de bens comporta a busca do consumidor em número flexível de firmas, escolhendo por preço e proximidade. O mercado de trabalho é dado por processo de pareamento entre firmas (dada sua localização e o salário ofertado) e candidatos, de acordo com sua qualificação. O governo pode se configurar em uma região única ou em quatro ou sete governos subnacionais distintos, porém conurbados economicamente. O papel do governo é coletar impostos sobre o valor de venda das firmas no seu território e aplicá-los na melhoria da qualidade de vida dos habitantes. Este texto apresenta algumas ilustrações realizadas a partir de uma economia aleatória. Nessa configuração os limites administrativos parecem ser relevantes para os níveis de qualidade de vida advinda da inversão dos tributos. Nesse caso, o recorte com sete regiões é mais dinâmico, porém mais desigual e heterogêneo entre as regiões. O recorte com região única é homoganeamente mais pobre. O trabalho busca contribuir como referência metodológica para descrever, operacionalizar e testar modelos computacionais de análise de finanças públicas, com viés explicitamente espacial e dinâmico. Várias alternativas de expansão do modelo para objetos de pesquisa próximos são relatadas.

**Palavras-chave:** modelos baseados em agentes; finanças públicas; tributos; municípios; limites administrativos; qualidade de vida.

## ABSTRACT

This study simulates the evolution of artificial economies in order to understand the tax relevance of administrative boundaries in the quality of life of its citizens. The modeling involves the construction of a computational algorithm, which includes citizens, bounded into families; firms and governments; all of them interacting in markets for goods, labor and real estate. The real estate market allows families to move to households with higher quality or lower price when the families capitalize property values. The goods

market allows consumers to search on a flexible number of firms choosing by price and proximity. The labor market entails a matching process between firms (given its location and offered wage) and candidates, according to their qualification. The government may be configured into a single region, or four or seven distinct sub-national governments, which are all economically conurbated. The role of government is to collect taxes on the value added of firms in its territory and transform the taxes into higher levels of quality of life for residents. As an illustration of the model the text suggests that the configuration of administrative boundaries is relevant to the levels of quality of life arising from the reversal of taxes. The model with seven regions is more dynamic, but more unequal and heterogeneous across regions. The simulation with only one region is more homogeneously poor. The study seeks to contribute to a theoretical and methodological framework and to describe, operationalize and test computer models of public finance analysis, with explicitly spatial and dynamic emphasis. Several alternatives of expansion of the model for future research are described.

**Keywords:** agent-based models; public finance; taxes; municipalities; limits; quality of life.



## 1 INTRODUÇÃO

O sistema tributário brasileiro é paradoxal, com carga tributária elevada, sistemas paralelos de arrecadação (impostos e contribuições) e guerra fiscal acirrada entre membros federados (Afonso, Romero e Monsalve, 2013). A complexidade do sistema tributário se torna mais patente e marcante quando se analisam os entes subnacionais. A descentralização pós-Constituinte de 1988 impõe competências similares a municípios muito heterogêneos (Rezende, 2010), com arcabouço administrativo, técnico, político e capacidade de endividamento diferenciados (Canuto e Liu, 2013). Essa divergência entre os municípios ocorre não somente no que tange à ordem de magnitude orçamentária, mas também no que se refere à disparidade entre municípios centrais e periféricos no contexto metropolitano e regional (Antinarelli, 2012; Rezende, 2010; Rezende e Garson, 2006).

De fato, Furtado, Mation e Monasterio (2013) identificam que há significativamente menos recursos para municípios metropolitanos em relação à sede metropolitana e a municípios do interior. E, ainda, que tais municípios apresentam máquinas administrativas menos eficientes, com maiores dispêndios e menores resultados, comparativamente. Além dessa capacidade administrativo-financeira reduzida, municípios periféricos ainda apresentam pior qualidade de vida e maiores índices de violência (Andrade e Figueiredo, 2005; Waiselfisz, 2012). Embora a literatura de análise da eficiência do gasto público (Afonso, Romero e Monsalve, 2013; Gasparini e Miranda, 2011; Orair, Santos e Silva, 2011), propositiva (Afonso, 2014; Gobetti, 2015) e descritiva (Santos e Gouvêa, 2014), seja farta e de alta qualidade, poucos exercícios enfatizam a análise prospectiva que simule efeitos futuros de alterações de políticas públicas presentes (Brandalise *et al.*, 2012; Carvalho *et al.*, 2015), especialmente para o caso brasileiro e seus entes subnacionais.

A literatura internacional apresenta vários modelos de simulação computacional para análise macroeconômica e tributária (Dawid *et al.*, 2012; 2014; Dosi *et al.*, 2012; Dosi, Fagiolo e Roventini, 2009), finanças bancárias (Cajueiro e Tabak, 2005; 2008; Tabak, Cajueiro e Serra, 2009; Tabak *et al.*, 2009), bolsas de valores (Lebaron, 2006; Palmer *et al.*, 1994) e análise de mercado de energia (Lebaron e Tesfatsion, 2008). Esses estudos se desenvolveram a partir dos trabalhos seminais de Anderson, Arrow e Pines (1988) e Arthur (1994). Recentemente, essa literatura incorpora avanços nos

modelos, bem como discute as interconexões bancárias por meio da análise de redes e as possibilidades de falha sistêmica (Bargigli e Tedeschi, 2014; Grilli, Tedeschi e Gallegati, 2014; Ya-Qi *et al.*, 2013).<sup>1</sup>

Essa farta literatura, todavia, analisa mercados específicos (interbancários, de energia ou bolsas de valores) ou busca representar mercados, seus agentes e processos de forma detalhada, de modo que rapidamente se tornam complexos e demandantes de alto poder computacional (Hoog, Deissenberg e Dawid, 2008; Guocheng *et al.*, 2015; Hoog, Deissenberg e Dawid, 2008).

Modelos simples cujo objetivo seja a interação entre os agentes, em escalas espaciais menores e de curto prazo, são mais raros. Tesfatsion (2006) faz uma proposta inicial com dois produtos: *hash* e *beans*. Straatman, Marceau e White (2013) propõem um arcabouço que simula um mercado de leilões vinculado a um modelo de produção que, em conjunto, resultam em um modelo simples, mas completo e microfundamentado.

Lengnick (2013), expandindo o trabalho de Gaffeo *et al.* (2008), propõe um modelo que, embora simule variáveis macroeconômicas, contém elementos do mercado imobiliário e dos mercados específicos de consumo e de trabalho. Como detalhado a seguir, nossa proposta parte do modelo de Lengnick, mas faz vários avanços, espacializando o mercado imobiliário, incluindo aplicações para distintas regiões administrativas.

Nesse contexto, este texto elabora uma proposta de algoritmo computacional que seja capaz de replicar elementos básicos de uma economia, seus mercados, atores e processos da forma mais simples possível, mas que permita a análise espacial e dinâmica dos mecanismos centrais dessa economia e a análise de efeitos de políticas públicas. O interesse é no desenho de mecanismo gerador de dados que mimetize a economia sobre a qual se aplicam os tributos, de modo que análises prospectivas possam ser feitas. De forma específica, a pergunta de pesquisa é identificar se a alteração de limites administrativos e a consequente alteração das bases de arrecadação tributária, em princípio, alteram a qualidade de vida dos cidadãos.

---

1. A famosa expressão *too big to fail* (em português, muito grande para quebrar), referindo-se a instituições financeiras no pós-crise de 2008.

Para além dessa investigação, a contribuição deste estudo se dá pela construção explícita de modelo computacional que possa ser configurado como uma máquina de simulação da economia. Constitui-se, desse modo, em laboratório modular em que pequenas alterações e acréscimos permitem a investigação de novas perguntas de pesquisa no âmbito econômico. Nesse sentido, a seção 4 inclui exemplos específicos das aplicações futuras do modelo proposto, adicionalmente ao exercício feito neste estudo.

Explicitamente em relação às contribuições à literatura, o modelo se propõe como adaptação e avanço da abordagem proposta por Lengnick (2013). A principal contribuição se dá na inclusão de governos locais que recolhem impostos e oferecem serviços públicos. Com isso, o modelo ora proposto tem objetivo diferente do original. Enquanto Lengnick busca estudar efeitos de pequenos choques da política monetária nas variáveis macroeconômicas, o modelo proposto enfatiza as diferenças espaciais entre regiões administrativas que recolhem tributos e os reaplicam nas respectivas regiões por meio da oferta de serviços públicos, promovendo, conseqüentemente, a melhoria da qualidade de vida da população local. Além disso, a concepção do modelo também é inovadora, uma vez que há alteração de um modelo de domicílio fixo para um modelo no qual as famílias se movem em busca de domicílios e regiões com mais qualidade de vida – à *la* Tiebout (1956) – ou mais adequados às suas preferências e capacidade de pagamento.<sup>1</sup>

Outra distinção relevante do nosso modelo é a ausência de uma estrutura em forma de rede que estabeleça as interações do mercado de trabalho e do mercado de bens. Para o nosso caso, as interações nesses mercados se dão por meio dos preços de salários e da distância entre residência e firma. A entrada no mercado de trabalho ocorre, então, por compatibilidade de idade e não está restrita ao chefe da família, como em Lengnick (2013).

Dessa forma, este trabalho propõe a construção de um modelo de simulação da economia que se baseia na literatura precedente, mas que possui a originalidade de avançar na área específica de modelos microeconômicos simples, introduzindo governos locais e espacialidade explícita dos mercados.

---

1. Segundo Pinto (2014, p. 57): “a descentralização e a fragmentação do território oferecem uma alternativa ao consumidor de bens coletivos, pela qual ele, embora não possa comprar cada bem separadamente, pode ‘comprar’ um pacote de bens que mais se aproximem de suas preferências”.

Além desta introdução, o texto conta com outras quatro seções. Na segunda, há a apresentação do modelo, suas características e espacialidade, seguida da discussão e da devida análise de sensibilidade, feitas na terceira seção. A quarta especifica as inúmeras possibilidades de desdobramento do modelo proposto decorrentes da máquina de simulação da economia, justificando o trabalho como uma proposta metodológica. A quinta seção, por fim, apresenta as considerações finais do trabalho.

## **2 O MODELO PROPOSTO: METODOLOGIA, CARACTERÍSTICAS E PROCESSOS**

Com o objetivo de modelar o recolhimento de tributos locais e a capacidade de oferta de bens públicos para avaliar e comparar opções de políticas públicas, foi utilizado neste trabalho a modelagem baseada em agentes de uma economia simples. A metodologia propõe a construção de modelo teórico com agentes heterogêneos, famílias, firmas e governos, com características, localização e processos específicos. Uma vez constituído o modelo teórico, aplica-se então simulação numérica ao conjunto de parâmetros estabelecidos, verifica-se sua robustez por meio de análise de sensibilidade e analisam-se os resultados para períodos de tempo específicos.

### **2.1 Modelagem baseada em agentes: literatura**

A análise econômica a partir de modelos baseados em agentes se consolida metodologicamente a partir do modelo *sugarscape*, desenvolvido por Epstein e Axtell (1996). Antes deles, modelos de agentes foram discutidos no contexto da segregação social no clássico trabalho do Nobel Thomas Schelling (1969); no âmbito seminal da teoria dos jogos e estratégias de cooperação (Axelrod e Hamilton, 1981); e nas ciências sociais (Holland, 1992) e econômicas (Ciarli, 2012; Geanakoplos *et al.*, 2012; Holland e Miller, 1991). Além disso, modelos completos de microssimulação foram apresentados por Bergmann (1974) e Eliasson, Olavi e Heiman (1976).

Mais recentemente, modelos baseados em agentes têm sido usados para análise de aprendizado e evolução de comportamento, coalização e cooperação (Nardin e Sichman, 2012), com agentes que expressam intencionalidade artificial (Adamatti,

Sichman e Coelho, 2009) e nas áreas de educação e cognição (Maroulis *et al.*, 2010; 2014).<sup>1</sup> Marco relevante e recente é o texto de Boero *et al.* (2015), específico para a economia, com descrição conceitual e metodológica e aplicações para desenvolvimento de capital humano, análise de redes, sistemas de pagamento interbancário, firmas de consultoria, sistemas de seguro na área da saúde, avaliação *ex ante* de políticas públicas, governança, sistemas fiscais e cooperação.

Os passos metodológicos desse tipo de abordagem, com ênfase na interpretação de dados empíricos, estão descritos em Hassan *et al.* (2010). Nessa proposta, o modelador desenvolve o modelo com base na teoria, mas tendo como ponto de partida os dados empíricos existentes. Dois processos são então essenciais: a verificação e a validação do modelo (Carley, 1996; Midgley, Marks e Kunchamwar, 2007).

A etapa de verificação avalia se há adequação do algoritmo na realização das tarefas e dos processos exatamente como o modelador e o programador pensam estar ocorrendo. Em outras palavras, ela verifica a compatibilidade entre a intencionalidade do algoritmo e a sua execução factual (David, Sichman e Coelho, 2005).

A validação se refere ao uso de dados históricos para avaliar se o modelo consegue, minimamente, reproduzir trajetórias conhecidas, se ele é capaz de replicar a essência do fenômeno. Uma vez validado, o modelo pode ser utilizado para indicar trajetórias futuras. Zhang, Gensler e Garcia (2011) ilustram esse processo com o exemplo da adoção de combustíveis alternativos para automóveis.

O desenvolvimento do modelo apresentado neste estudo se insere em um contexto de pesquisa de longo prazo que inclui as seguintes etapas:

- elaboração de modelo teórico que contenha mercado de trabalho, de bens e imobiliário com firmas e residências explicitamente espaciais;
- verificação;
- calibração com dados reais; e
- uso do modelo para análise de políticas públicas.

---

1. Para uma revisão de modelos recentes, ver Winikoff, Desai e Liu (2012).

Este texto descreve as duas primeiras etapas, ilustrando-as com resultados preliminares, e serve como consolidação do modelo teórico. Utiliza-se, portanto, de dados artificiais gerados para teste, verificação e validação do constructo teórico proposto. Embora com valores similares aos observados, os dados criados não se referem a regiões específicas do universo de pesquisas domiciliares ou bases de dados oficiais. As etapas seguintes desta pesquisa incluirão a adaptação do modelo para dados reais da realidade brasileira, o que poderá, conseqüentemente, resultar em políticas públicas tangíveis.

Outra necessidade metodológica desse processo de modelagem é que as decisões e as etapas do modelo sejam conhecidas e comparadas. Nesse esforço, a comunidade científica sugere dois procedimentos: *i*) a adoção de protocolos, a exemplo do Overview, Design Concepts, and Details (ODD), descrito por Grimm *et al.* (2006; 2010); e *ii*) a disponibilização do código-fonte. O ODD encontra-se no apêndice D deste trabalho e, dada a necessidade de comparação intrínseca a este protocolo, foi preenchido em inglês. O acesso ao código, por sua vez, permite a reprodutibilidade completa dos processos e dos resultados, garantindo que terceiros procedam verificações adicionais e independentes.<sup>1</sup>

## 2.2 Características e propriedades do modelo: processos e regras

Esta subseção descreve o modelo, suas características, pressupostos, processos, etapas, intenções e limitações. Além disso, detalha as funções e as regras subjacentes a cada processo. Intuitivamente, são os processos de tomada de decisão que orientam a dinâmica do modelo. A literatura que fundamenta as escolhas está listada nos processos.

### 2.2.1 Classes

O modelo foi desenvolvido no conceito de programação orientada a objetos (*object-oriented programming* – OOP), na linguagem Python, versão 3.4.3.<sup>2</sup> A vantagem da abordagem OOP é que os elementos do modelo se organizam em classes.

Classes são estruturas de dados – similares, por exemplo, a uma matriz organizada em linhas e colunas, porém mais flexíveis. As classes contêm variáveis (números inteiros,

---

1. O código-fonte utilizado neste estudo pode ser solicitado aos autores. De todo modo, como usual, pseudocódigos com os principais processos foram incluídos nos apêndices.

2. Para uma introdução, ver, por exemplo, Downey (2012).

decimais, vetores, listas de elementos, textos ou matrizes), bem como processos que são aplicados às variáveis e as modificam, por exemplo, atualizando valores, acumulando valores novos ou, ainda, retornando valores solicitados por processos de outras classes.

Na sequência, descrevem-se os valores iniciais e os processos de alocação. Nas próximas subseções, serão apresentados o detalhamento dos mercados, o governo, e o sequenciamento temporal e espacial do modelo, assim como sua implementação, seus parâmetros e suas limitações.

#### *Variáveis iniciais*

O modelo deste trabalho contém cinco classes principais: *i) agentes*, os cidadãos; *ii) famílias*, conjunto endógeno de cidadãos, móveis; *iii) domicílios*, residências fixas; *iv) firmas*, também fixas no espaço; e *v) governos*.

Os agentes apresentam como características próprias a partir de uma distribuição uniforme a idade, os anos de escolaridade e uma quantidade monetária em espécie inicial. Os domicílios apresentam diferentes tamanhos; preços, que variam em função do tamanho e do valor do metro quadrado; e localização no espaço de modelagem com os limites a Norte, Sul, Leste e Oeste. As firmas também estão localizadas de forma aleatória no espaço e iniciam a simulação com algum estoque de capital em caixa.

#### *Alocação de agentes em famílias*

O número de agentes e de famílias do modelo é determinado de forma exógena pelo modelador. O processo de alocação é aleatório. Escolhem-se um agente ainda não alocado e uma família e cria-se o vínculo.<sup>1</sup> Dessa forma, a proporção de agentes por família é endógena e variável. Os agentes mantêm a mesma idade ao longo da simulação, não havendo nascimentos ou óbitos.<sup>2</sup>

---

1. Em termos do algoritmo, cada instância de agente memoriza variáveis referentes a sua família (e residência) no seu próprio corpo de variáveis. Do mesmo modo, os agentes (suas identidades e o acesso a seus métodos) são listados como grupo da família.

2. Esses aspectos podem ser facilmente modificados para outras versões do modelo. Entretanto, para a pergunta de pesquisa deste estudo e seu caráter de proposição, aspectos adicionais poderiam desviar a atenção do problema central.

### *Alocação inicial de famílias em domicílios*

No momento inicial de estabelecimento do espaço de simulação, as famílias são alocadas aleatoriamente para domicílios que se encontrem vagos. Nesse processo são “cartorializadas” as informações, sendo que os domicílios recebem a informação da família ocupante, e os membros da família registram o endereço da nova residência, bem como o seu valor de mercado e o tamanho.

#### 2.2.2 Mercado imobiliário<sup>1</sup>

O processo de modelagem do mercado imobiliário, quando a simulação já está em andamento, será descrito nesta subseção.

A partir de um parâmetro escolhido pelo modelador, digamos 0,07, tal parcela do conjunto de famílias (7%) entra mensalmente em uma lista composta de forma aleatória que indica famílias no mercado em busca de nova residência (Arnott, 1987). Ao mesmo tempo, selecionam-se as residências do modelo que estão desocupadas.<sup>2</sup> Mensalmente os preços das residências ( $P_t$ ) são atualizados, considerando-se o preço no mês anterior ( $P_{t-1}$ ) e a variação percentual do Índice de Qualidade de Vida da região do domicílio ( $\Delta IQV_t$ ).

$$P_{it} = P_{i,t} * (1 + \Delta IQV_{rt} / IQV_{r,t-1}). \quad (1)$$

A qualidade da residência ( $Q$ ) é baseada no tamanho da residência ( $s$ ) – fixo – e no Índice de Qualidade de Vida (IQV) corrente (Dipasquale e Wheaton, 1996; Nadalin, 2010) e funciona como critério na escolha de nova residência.<sup>3</sup>

$$Q_j = s_i * IQV_{rt}. \quad (2)$$

---

1. O pseudocódigo do mercado imobiliário está descrito no apêndice A.

2. É restrição inicial do modelo que o número de residências escolhido seja sempre superior ao número de famílias.

3. Tradicionalmente, os determinantes dos preços dos imóveis são dados pelos seus atributos próprios e pelas características do local.



Duas alternativas se colocam para as famílias que estão no mercado. As famílias cuja soma dos recursos financeiros de seus membros for superior à mediana de todas as famílias irão buscar residências com maior qualidade e efetuarão a compra se o valor da casa atual ( $P_{i(s)}$ ) somado ao valor em espécie disponível ( $y$ ) for maior que o valor da casa com melhor qualidade pretendida ( $P_{i(s)} + y > P_{j(s)}$ ). Por sua vez, as famílias cujo valor em espécie for menor que a mediana de todas as famílias buscarão casas mais baratas que as que ocupam no momento ( $P_{i(s)} > P_{j(s)}$ ), como forma de angariar novos recursos financeiros (Brueckner, 1987; Dipasquale e Wheaton, 1996).

Quando observadas as condições, a mudança de domicílio é feita, e a diferença de desembolso ( $P_{i(s)} - P_{j(s)}$ ), quando para residências mais caras, ou de reembolso ( $P_{j(s)} - P_{i(s)}$ ) é computada no orçamento das famílias. As casas para as quais as famílias se mudaram tornam-se desocupadas.

Dessa forma, uma parcela das famílias está sempre em busca de casas maiores ou de melhor qualidade, situadas nas melhores regiões, quando dispõe de recursos financeiros, e a outra parcela está em busca de casas mais baratas.

### 2.2.3 Firmas: função de produção e preços

Adaptando o trabalho de Lengnick (2013), Dosi, Fagiolo e Roventini (2009) e Gaffeo *et al.* (2008), temos que a tecnologia de produção da firma é fixa, e a função de produção depende do número de trabalhadores ( $l_f$ ), de sua qualificação ( $E$ ) e de um parâmetro exógeno que determine a produtividade ( $\alpha$ ).

$$f(l_f, E_k, \alpha) = \sum_{k=0}^{l_f} E_k^\alpha. \quad (3)$$

A quantidade de produtos é atualizada diariamente de acordo com a equação 3. Nesse modelo há somente um produto por firma.<sup>1</sup>

1. Embora o modelo comporte número maior de produtos, com a previsão de um inventário por firma, a ênfase deste trabalho específico sugere que um produto é suficiente para a análise espacial.

*Firmas: tomada de decisão acerca de preços de bens*

A literatura confirma a rigidez dos preços e a dificuldade gerencial da tomada de decisão acerca do processo de alteração dos preços (Blinder, 1982; 1994). No modelo proposto, a partir do preço inicial, que é fixado como preço de custo, as firmas alteram seus preços de acordo com a informação de estoque (Bergmann, 1974).<sup>1</sup> Quando a quantidade em estoque ( $q$ ) é menor que o limite indicado pelo parâmetro ( $\delta$ ), o preço é reajustado para cima, também de acordo com um parâmetro de escolha do modelador ( $\phi$ ), de forma cumulativa. Quando a quantidade está acima do nível escolhido, os preços retornam ao preço de custo.<sup>2</sup> Ou seja, quando a demanda está baixa, o *mark-up* (ajuste de preços) é zero. Essa proposta segue os resultados de pesquisa conduzida por Blinder (1994), o que indica que apenas pequena parcela das firmas reajusta preços para baixo.

$$\begin{cases} \text{If } q \leq \delta, & p_t = p_{t-1} * (1 + \phi) \\ \text{If } q > \delta, & p_t = 1 \end{cases} \quad (4)$$

2.2.4 Mercado de bens<sup>3</sup>

Dado que nem todos os agentes fazem parte da população economicamente ativa, os recursos totais da família são divididos equitativamente entre seus membros antes da decisão de consumir.<sup>4</sup> Cada consumidor então escolhe um valor para consumo que varia entre zero e sua riqueza total ( $w$ ), reduzido de um fator exógeno de propensão ao consumo ( $\beta$ ) (Schettini *et al.*, 2012).

$$C_i \sim U(0, w_i^\beta). \quad (5)$$

A família então procede a dois cálculos. Tendo em vista o tamanho do mercado ( $r$ ), por exemplo, de cinco firmas, cada agente processa entre elas aquela com *menor*

1. Bergmann (1974) utiliza também custos e lucros, além do estoque para ajustar os preços. Dawid *et al.* (2012) usam informações dos níveis dos estoques para determinar a quantidade a ser produzida.

2. O preço de custo da unidade produzida é um, dado que a produtividade do trabalhador e seu salário-base são ambos determinados pela sua qualificação. Dessa maneira, a firma não vende com prejuízo, sendo seu menor preço o preço de custo. Nessa configuração, portanto, as firmas não vão à falência.

3. O pseudocódigo do mercado de bens está descrito no apêndice B.

4. Nesse caso, famílias que aleatoriamente receberam apenas membros que não participam da população economicamente ativa (com menos de 16 anos de idade ou mais de 70) podem ficar sem recursos rapidamente.

*preço* (Mankiw, 2011) e aquela com *menor distância* de sua residência (Fujita, Krugman e Venables, 1999; Lösch, 1954). Aleatoriamente, o agente escolhe entre menor preço ou menor distância. De forma intuitiva, às vezes vale o esforço de ir mais longe por menor preço, às vezes escolhe-se o mais perto, embora não necessariamente o mais barato.<sup>1</sup>

### 2.2.5 Mercado de trabalho<sup>2</sup>

#### *Ajuste de salários*

Os salários são definidos como uma parcela fixa, determinada endogenamente pela qualificação do empregado ( $E$ ) elevada a um parâmetro de produtividade ( $\alpha$ ) acrescido da proporção do lucro sobre o estoque de capital da empresa, quando o lucro e o estoque são positivos ( $\pi$ ) (Michaely e Roberts, 2012). No caso de a empresa apresentar lucro (ou capital) negativo, paga somente a proporção fixa referente à qualificação. O parâmetro  $\alpha$  é o mesmo utilizado na função de produção da firma. Essa decisão é harmônica ao fato de que trabalhadores mais qualificados também produzem mais (no modelo proposto).

$$w = \pi * E^\alpha. \tag{6}$$

Dessa forma, elementos endógenos da firma e do empregado influenciam os salários. Firms lucrativas pagam salários mais altos, e empregados mais qualificados (e produtivos) têm melhor remuneração.

Os salários em Lengnick (2013) são característica exclusiva do agente que altera seu próprio salário de referência de acordo com o sucesso ou o fracasso no mercado de trabalho. A força motriz do mercado de trabalho para esta pesquisa é a capacidade da firma de realizar novas contratações; capacidade esta que está vinculada a suas vendas, preços, custos e lucro. Ou seja, a dinâmica do modelo é essencialmente endógena.

#### *Mercado de trabalho*

A firma toma decisões referentes a contratações e demissões observando o lucro ( $\pi$ ) ou o prejuízo do último mês em relação ao estoque de capital informado trimestralmente.

---

1. Esse processo segue três dos cinco passos descritos por Roozmand *et al.* (2011), embora não se aproxime da elaboração proposta pelos autores.

2. O pseudocódigo está descrito no apêndice C.

Essa avaliação ocorre de forma aleatória, em média uma vez a cada quatro meses, observando-se o parâmetro fixado exogenamente ( $y$ ).

A seleção é feita por um sistema de anúncios públicos. As empresas interessadas compõem uma lista e informam os valores do salário variável pago, ou seja, a parcela referente ao seu lucro. Os funcionários entre 17 e 70 anos que não estejam empregados, recorrentemente, inscrevem-se na lista de oferta de trabalho.

Na sequência há um pareamento entre firma e empregado, de modo que a firma que paga o mais alto salário escolhe o empregado entre os mais qualificados ou o que more mais perto (Boudreau, 2010). A escolha do trabalhador mais qualificado é feita com viés para cima; entretanto, a firma não escolhe sempre o trabalhador mais qualificado. Ou seja, replicando um processo de pareamento firma-trabalhador, o ajuste não é perfeito.<sup>1</sup>

Feito o pareamento, a firma e o empregado contratado são retirados da lista de anúncios públicos, e nova rodada de classificação de salários, distâncias e qualificações é feita. E assim acontece, sucessivamente, até que não haja mais firmas ou empregados interessados.<sup>2</sup>

Na tomada de decisão de desligamento dos empregados, a firma simplesmente escolhe aleatoriamente um empregado e o dispensa.

### 2.2.6 Governo

Os governos locais de cada região recolhem um imposto sobre o consumo ( $\tau$ ), no momento da compra, de acordo com a localização da firma realizando a venda. A alíquota é determinada por um parâmetro exógeno.

---

1. Calculamos o viés de seção por meio de *bootstrapping*: a distribuição resultante para 10 mil simulações indicou que, entre os níveis de instrução de um a vinte anos de estudo, metade das vezes, o trabalhador selecionado apresenta mais de quinze anos de estudo; em três quartos das vezes, mais de dez anos de estudo; e, em 90% dos casos, mais de sete anos de estudo.

2. Há bibliografia disponível sobre os mecanismos e os procedimentos atribuídos aos agentes na literatura sobre modelagem baseada em agentes (*agent-based modeling* – ABM). Todavia, Neugart e Richiardi (2012) avaliam que não há consenso sobre o melhor procedimento, com aplicações restritas a aspectos específicos do mercado.

Mensalmente, os governos de cada região ( $r$ ) transformam integralmente os recursos *per capita* coletados ( $Nr$ ) em aumentos lineares no IQV (Schettini, 2012). Em outras palavras, este índice é reflexo linear da acumulação de vendas das firmas da sua região, observada a dinâmica populacional. Esse processo se baseia no desenho do Imposto sobre Operações relativas à Circulação de Mercadorias e sobre Prestações de Serviços de Transporte Interestadual, Intermunicipal e de Comunicação (ICMS) cota-parte, cuja lógica concentradora parece ser dominante (Furtado, Mation e Monasterio, 2013), mas não inclui o efeito de eficiência dos recursos para regiões mais populosas.

$$IQV_{rt} = IQV_{r,t-1} + \sum_i \tau/N_r \cdot \quad (7)$$

No modelo proposto neste trabalho, três alternativas de recortes administrativos do governo são propostas e estão detalhadas na subseção 2.3.

#### 2.2.7 Sequenciamento do modelo

O modelo segue a distribuição temporal proposta por Lengnick (2013), a qual é composta por meses com 21 dias úteis, que se constituem em trimestres e anos.<sup>1</sup> O sequenciamento do modelo pode ser descrito conforme a seguir.

- 1) O modelador define se o sistema deve ser configurado com uma, quatro ou sete regiões. Os parâmetros da simulação (subseção 2.4) e do modelo podem ser alterados.
- 2) São então criadas as regiões, os agentes, as famílias, os domicílios e as firmas, dados os parâmetros fornecidos.
- 3) Os agentes são alocados nas famílias, e as famílias são alocadas em domicílios.
- 4) Ainda antes da simulação temporal, o arcabouço inicial do modelo se completa com a criação de um produto por firma e uma rodada inicial de contratação.
- 5) Com o início da simulação, a função de produção é executada diariamente para todas as firmas.
- 6) Ao final de cada mês:

1. Ainda, por sugestão de Lengnick (2013), os meses constituem-se apenas dos dias úteis; assim, a cada 21 dias, completa-se um mês. Essa decisão é trivial, e a alteração para trinta dias não afetaria os resultados, a não ser que o objetivo do modelo fosse examinar atividades em dias úteis e não úteis (por exemplo, o consumo de bebidas ou a vacância em hotéis).

- a) as firmas pagam os salários;
  - b) as famílias consomem, e (na mesma transação) os governos recolhem impostos;
  - c) os governos aplicam os recursos na atualização do IQV;
  - d) as firmas atualizam os lucros, de acordo com o estoque de capital do último trimestre;
  - e) as firmas atualizam os preços dos produtos;
  - f) se necessário, as firmas postam ofertas de emprego ou demitem funcionários;
  - g) os desempregados se oferecem para as vagas, e o processo de pareamento é realizado; e
  - h) uma parcela das famílias entra no mercado de imóveis e realiza transações.
- 7) Trimestralmente, as empresas divulgam e registram os lucros do período.

Vale ressaltar que o sequenciamento descrito ocorre com a interação simultânea de várias classes (quadro 1). Desse modo, a metodologia utiliza de forma dinâmica e espacial a interação entre os agentes do modelo. Por exemplo, a verificação de endereço ocorre simultaneamente para a firma, o domicílio e a região administrativa. Assim, ao verificarem suas coordenadas X e Y, a firma e o domicílio precisam identificar os limites das regiões administrativas, resolver e registrar que este endereço encontra-se em determinada região e, portanto, coletar impostos e beneficiar-se de serviços naquela região específica. Da mesma forma, o sistema de anúncios no qual ocorre o pareamento de firmas e empregados depende simultaneamente de informações referentes a cada agente (qualificação e localização) e a cada firma (salário pago e localização) para realizar o processo conforme descrito.

O quadro 1 descreve todos os processos do algoritmo de forma sequencial, de cima para baixo; após o período de composição da economia (*setup* e dia 0), os dias se sucedem até o primeiro mês, quando ocorrem as ações descritas no período meses. Novamente, ciclos de 21 dias e novo período mensal se iniciam. Na terceira rodada mensal, a etapa trimestral ocorre e assim sucessivamente até o período delimitado pelo modelador, neste trabalho, de vinte anos. Nesta versão do modelo, não há processos anuais, embora o período seja implementado para facilitar a contagem temporal.

QUADRO 1  
Sequenciamento e interação entre as classes, e evolução do algoritmo

	Agentes	Famílias	Firmas	Domicílios	Governo	Outros
Setup	Criação <sup>1</sup>				Criação <sup>1</sup>	
		Criação <sup>1</sup>		Criação <sup>1</sup>		
			Criação <sup>1</sup>			
	Alocação de agentes em famílias	Alocação de agentes em famílias				
		Alocação de famílias em domicílios		Alocação de famílias em domicílios		
					Inicialização	
Dia 0			Criação de produto			
			Oferta de posto			Anúncios
	Oferta de trabalho					Anúncios
			Contratação <sup>1</sup>			
			Registro de endereço		Registro de endereço	
	Produção		Produção		Registro de endereço	Registro de endereço
Dias				Registro de endereço		Parâmetros
	Produção <sup>1</sup>		Produção			
	Pagamento (recebe)		Pagamento (paga)			
		Distribui per capita				
	Consumo (compra) <sup>1</sup>		Consumo (venda)		Consumo (imposto) <sup>1</sup>	
					Aplicação do IQV <sup>1</sup>	Parâmetros
			Cálculo do lucro			
			Ajusta preços <sup>1</sup>			
	Demissão		Oferta de posto e demissão			
	Oferta de trabalho					
Meses			Contratação <sup>1</sup>			Anúncios
		Entrada de mercado imobiliário <sup>1</sup>		Atualização dos preços e do IQV	Atualização do IQV	
						Estatísticas
Trimestres			Atualização de lucros			
Anos						

Elaboração dos autores.

Nota: <sup>1</sup> Necessidade de parâmetros exógenos.

Obs.: Uma vez iniciado o processo de setup e dia 0, os dias se sucedem, constituem-se em meses, e os meses, em trimestres, sucessivamente, até o prazo determinado pelo modelador.

### 2.2.8 Indicadores e iterações

A construção do modelo permite observar cada agente de cada classe em cada período. Isto é, todas as variáveis utilizadas, para cada agente, firma, governo, estão disponíveis o tempo todo. Por parcimônia, apenas os valores mais relevantes são impressos ou gravados para análise posterior.

O modelo deste texto calculou: a riqueza média das famílias e das firmas; o número de empregados e desempregados; o produto interno bruto (PIB) por região e total; a população e o IQV de cada região; a utilidade da família, dada pelo seu consumo; o lucro e a quantidade de empregados das firmas; e o coeficiente de Gini, medido pela utilidade das famílias.

Ressalte-se que, tendo em vista a criação de economias artificiais, os resultados variam de acordo com os números aleatórios escolhidos. O modelo depende de números aleatórios para: *i*) geração inicial de agentes, firmas, domicílios e alocação de agentes nas famílias e das famílias em domicílios; *ii*) a escolha entre distância e qualificação no mercado de trabalho e entre distância e preços no mercado de bens; *iii*) a escolha das firmas que vão compor o mercado de bens; e *iv*) a frequência com que a firma avalia o mercado de trabalho.

Com isso, os resultados do modelo para uma rodada são dependentes da geração de números pseudoaleatórios do programa. É necessário, então, rodar número suficiente de iterações para que se observem tendências médias do resultado, assim como analisar a distribuição para que se identifique o comportamento do modelo.

No caso deste texto, os resultados do quadro 1 foram obtidos com 1 mil iterações para cada uma das divisões espaciais (uma, quatro e sete regiões).

### 2.3 Espacialidade do modelo

A espacialidade do modelo neste trabalho é central para a pergunta de pesquisa e se expressa de forma explícita. O cálculo da distância (e acessibilidade) está presente em dois momentos: *i*) na escolha do empregado pela firma; e *ii*) na opção do consumidor por preço ou (facilidade de) localização. Como parcela das famílias sempre se muda, esses cálculos de distância são dinâmicos e reorganizam a cada mês as relações entre firmas e consumidores, bem como entre firmas e trabalhadores. Ou seja, as firmas e as residências são fixas, mas as famílias mudam-se constantemente, garantindo dinamicidade espacial ao modelo.

Além disso, o IQV é reflexo linear e espacialmente compartimentalizado das vendas das firmas de cada região. Esse mesmo IQV, no entanto, impacta os preços

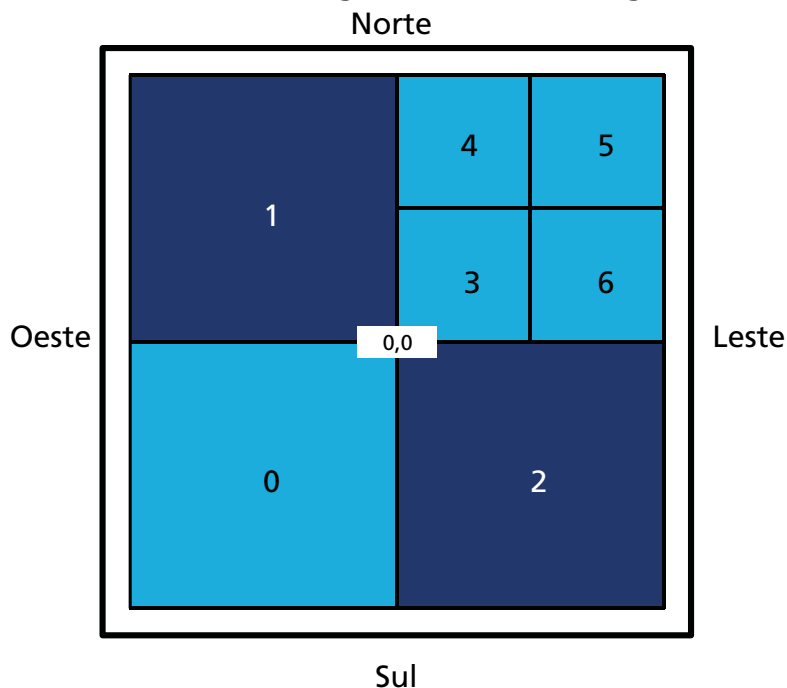


das residências. Com isso, o mercado imobiliário e os mercados de bens e trabalho estão todos vinculados espacialmente.

Além da espacialidade nos próprios processos, há a possibilidade de se diferenciarem as regiões do modelo, de acordo com o esquema da figura 1. O ponto central da figura apresenta as coordenadas 0,0. Nas quatro direções, a distância pode ser estabelecida por meio de parâmetros. Este trabalho utilizou os parâmetros 10, -10, 10 e -10, a Norte, Sul, Leste e Oeste, respectivamente.

Três opções de regiões foram utilizadas e são alteradas entre si por meio de outro parâmetro do modelo, o de número de regiões ( $\eta$ ). Caso o parâmetro  $\eta$  seja igual a um, o modelo roda com apenas uma região, com código 0, que engloba todo o espaço. Com parâmetro  $\eta$  igual a quatro, o modelo roda com quatro regiões, com os códigos 0, 1, 2 e 3, sendo que o 3 engloba toda a área das sub-regiões 3, 4, 5 e 6 da figura 1. Com sete regiões, por sua vez, o modelo segue a configuração dos códigos da figura, com quatro regiões menores e três maiores.

FIGURA 1  
Sistema de divisão em regiões, coordenadas e códigos



Elaboração dos autores.

## 2.4 Implementação do modelo e dos parâmetros

A execução do modelo é simples e feita com apenas um comando.<sup>1</sup> Opcionalmente, podem-se ajustar os parâmetros de cada simulação e do modelo propriamente dito, conforme descrito a seguir. A análise sistemática dos parâmetros, que avalia se alterações pequenas afetam significativamente os resultados e busca confirmar a robustez do modelo (análise de sensibilidade), é feita após a apresentação dos resultados.

Em relação a cada rodada de simulação, é possível escolher o número de agentes, famílias e residências; a duração temporal em dias; o número de governos locais em que o espaço se subdivide (*prefeituras* com competência de arrecadação sobre seu território); e o local de arquivo dos resultados (tabela 1).

O modelo proposto contém número bastante reduzido de parâmetros exógenos. Os parâmetros ajudam à compreensão de como os mecanismos do modelo influenciam seus resultados. O parâmetro Alpha, por exemplo, pode ser ajustado para um, de modo que o seu efeito seja nulo. Ao reduzir o parâmetro sucessivamente (em 0,1, por exemplo), tem-se os efeitos de trabalhadores cada vez menos produtivos. A mesma análise de entendimento da relevância pode ser feita com o parâmetro Beta, ou com a alíquota do imposto sobre o consumo. Essa construção oferece bastante flexibilidade para o modelador. Essa flexibilidade, por sua vez, é mais relevante se o objetivo for aumentar a compreensão sobre o problema que se modela, e se o modelo for utilizado como ferramenta de orientação para a tomada de decisão ou, ainda, como metodologia para discutir questões do tipo “e se” (*what if questions*).

Por fim, este trabalho enfatiza a análise da variação do parâmetro de número de regiões, mas a proposta teórica como um todo pode ser utilizada no conjunto de parâmetros do modelo.

---

1. Execute o arquivo *main* em um interpretador de Python 3.X.

TABELA 1  
Parâmetros da simulação<sup>1</sup> e parâmetros exógenos do modelo *stricto sensu*

Parâmetros da simulação	Valor dos resultados	Intervalo de possibilidades	Observações
Dias	5.040	(63, 12.800)	O modelo foi desenvolvido pensando no prazo máximo de cinquenta anos, porém com perda de poder explicativo. Tipicamente, vinte anos.
Agentes	1.000	(10, 10.000)	O aumento de agentes torna a simulação mais lenta.
Famílias	400	(4, 2.000)	Endogenamente, determina o número médio de agentes por família. Sugerimos proporção próxima de 2,5.
Domicílios	440	(5, 2.200)	Necessariamente superior ao número de famílias. Vacância em torno de 11%.
Firmas	110	(2, 1.000)	Da ordem de grandeza de 10% da população.
Número de regiões	1, 4 e 7	(1, 4, 7)	Número de regiões sobre o qual busca-se a resposta à pergunta de pesquisa.
Parâmetros do modelo			
Firmas			
Alpha	0,35	(0, 1)	Expoente da função de produção. Para valor igual a um, é inócuo; e para valor igual a zero, a produção da firma é unitária.
Beta	0,6	(0, 1)	Expoente da função de consumo. Para valor igual a um, há possibilidade de consumo de toda a riqueza; e para valor próximo a zero, o consumo fica restrito entre zero e um.
Quantidade de mudança de preços ( $\partial$ )	200	(100, 2.000)	Limiar para mudança nos preços.
Frequência de entrada no mercado de trabalho	0,25	(0, 1)	Frequência de tomada de decisão no mercado de trabalho. Para valor igual a zero, a avaliação de mudança de pessoal é feita todo mês. Para valor igual a 0,25, ela é feita em média três vezes a cada quatro meses.
Mark-up	0,03	(0, 1)	Margem imposta aos preços quando há demanda e os estoques estão abaixo da quantidade de mudança de preços.
Agentes			
Tamanho do mercado ( $I$ )	10	(1, 1.000)	Número de firmas consultadas por ocasião do consumo. Pode variar de um ao total de firmas.
Satisfação de consumo	0,01	[0, 1)	Utilizada para contabilizar a satisfação obtida com consumo.
Famílias			
Entrada no mercado imobiliário (%)	0,05	(0, 1)	Baseada em frequência de entrada no mercado.
Governo			
Alíquota sobre o consumo	0,3	(0, 1)	Alíquota-base do imposto sobre valor agregado (IVA).

Elaboração dos autores.

Nota: <sup>1</sup> Caracterizam cada rodada de processamento do modelo.

## 2.5 Limitações

A limitação desta pesquisa decorre da dificuldade de se encontrarem modelos completos, integrados e ao mesmo tempo simples, que consigam estabelecer os passos iniciais a serem desenvolvidos pelos pesquisadores. De fato, a despeito dos modelos de Lengnick (2013) e Gaffeo *et al.* (2008), todos os outros são específicos para determinado mercado, tais como o de energia (Koesrindartoto Sun e Tesfatsion, 2005), o de finanças (Feng *et al.*,

2012), o de trabalho (Seppecher, 2012) ou outros muito complexos (Dawid *et al.*, 2014; Hoog, Deissenberg e Dawid, 2008).

Com isso, a tarefa de investigar um fenômeno específico (neste caso, a análise espacial da questão fiscal), no âmbito de um modelo integrado simples, requer que todos os processos (de produção da firma, do mercado de bens, do mercado de trabalho) e seus parâmetros estejam explicitados e sejam numericamente compatíveis. Na prática isso requer que o modelador consiga resultados compatíveis com a literatura para indicadores tais como os de inflação, crescimento do PIB, desemprego e renda das famílias, de forma simultânea e consistente temporalmente.

No fundo, a questão posta aos modeladores é de cunho epistemológico. Como determinar quais são os elementos centrais do fenômeno, que precisam estar presentes, e quais são os elementos acessórios? Em que ponto a simplificação do processo pode ocorrer e onde há alteração relevante do fenômeno? Adicionalmente, esta versão do modelo não inclui mercado de crédito, evolução demográfica e investimento em capital social.

### 3 ILUSTRAÇÃO E DISCUSSÃO

O objetivo deste texto é apresentar a proposta metodológica do modelo, seu detalhamento e alguns resultados que ilustrem sua efetividade. Nesse sentido, a discussão a seguir apresenta apenas exemplos da configuração do modelo, com ênfase nos seus aspectos espaciais. Com isso, ressalve-se que suas indicações devem ser consideradas de forma ponderada pelo leitor dada a artificialidade dos dados e das regiões desenhadas.<sup>1</sup> Além disso, as regras do mercado imobiliário – como descritas – levaram a sua predominância em relação aos outros mercados. Sendo assim, o ganho das famílias na mudança de residência é pronunciado e não mimetiza o mercado real. Novas versões, com sofisticação do mercado imobiliário, do sistema de cobrança de impostos e dados mais próximos aos reais, estão em andamento e serão apresentadas em texto posterior.

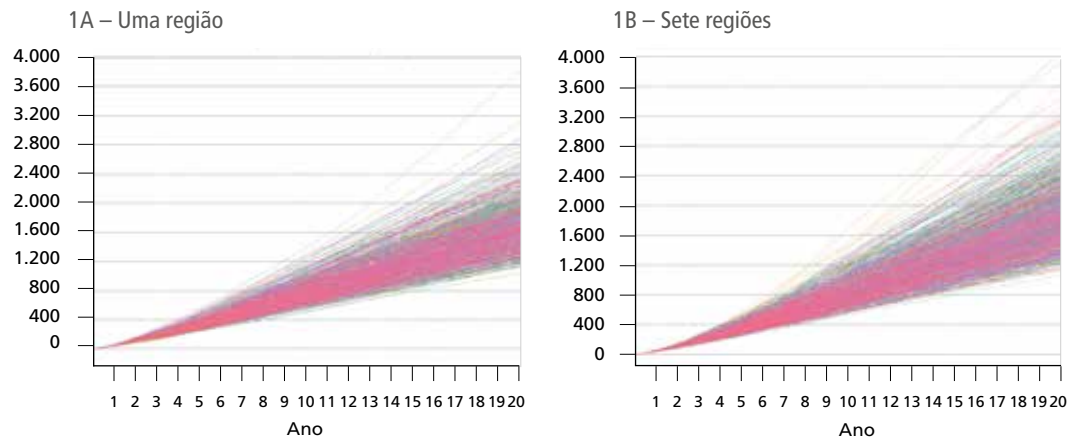
De acordo com o modelo descrito, a economia mais pujante é a do modelo com sete regiões, embora a mediana do PIB fique apenas 4,7% acima do modelo com

---

1. Por se tratar de uma simulação, optou-se por não especificar nenhuma unidade monetária (como real, dólar etc.) neste *Texto para Discussão*.

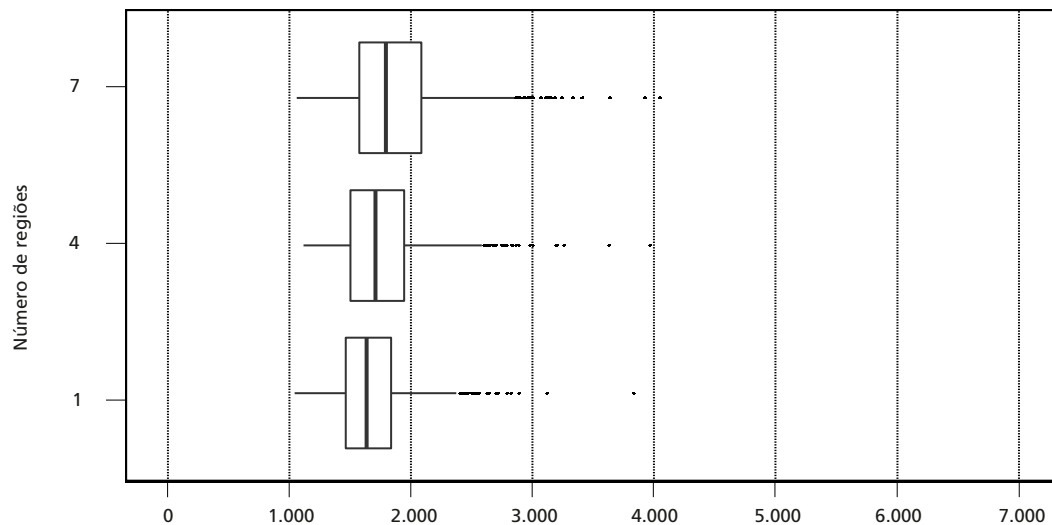
quatro regiões, que, por sua vez, apresenta resultados 9,9% acima do modelo com uma única região (gráfico 1, figura 2, e tabela 2).

GRÁFICO 1  
Variação do PIB,<sup>1</sup> com 1 mil iterações  
(Em 1 mil unidades monetárias)



Elaboração dos autores.  
Nota: <sup>1</sup> Valores absolutos.

FIGURA 2  
Diagrama de caixa dos valores do PIB<sup>1</sup> no último mês, com 1 mil iterações, para os três recortes regionais  
(Em 1 mil unidades monetárias)



Elaboração dos autores.  
Nota: <sup>1</sup> Valores absolutos.

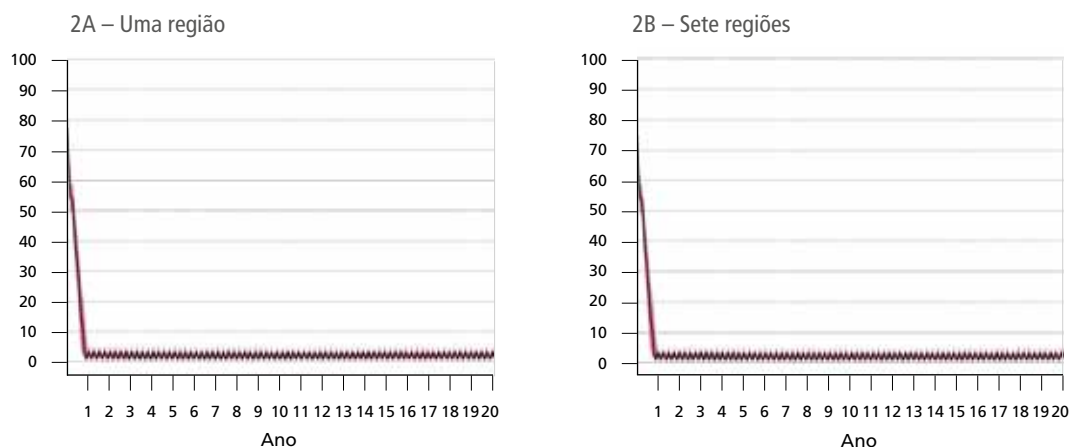
**TABELA 2**  
**Mediana, primeiro e terceiro quartil no último mês das simulações, com 1 mil iterações, para cada recorte regional**

	Número de regiões	Primeiro quartil	Mediana	Terceiro quartil
Gini	1	0,713	0,738	0,761
	4	0,720	0,749	0,773
	7	0,730	0,759	0,788
PIB	1	1.469.169	1.640.967	1.845.460
	4	1.509.762	1.718.893	1.951.562
	7	1.581.197	1.803.534	2.092.247
IQV	1	441,8	493,3	554,6
	4	416,4	508,3	648,2
	7	377,8	532,3	812,8
Receita das famílias	1	352.878	543.817	835.820
	4	411.188	674.176	1.107.535
	7	475.208	871.790	1.550.135

Elaboração dos autores.

Em relação ao mercado de trabalho, as economias convergem para o pleno emprego, em movimento cíclico entre 1% e 4% de desemprego, durante todo o período, para dois recortes regionais (gráfico 2).

**GRÁFICO 2**  
**Variação do desemprego,<sup>1</sup> com 1 mil iterações**  
 (Em %)

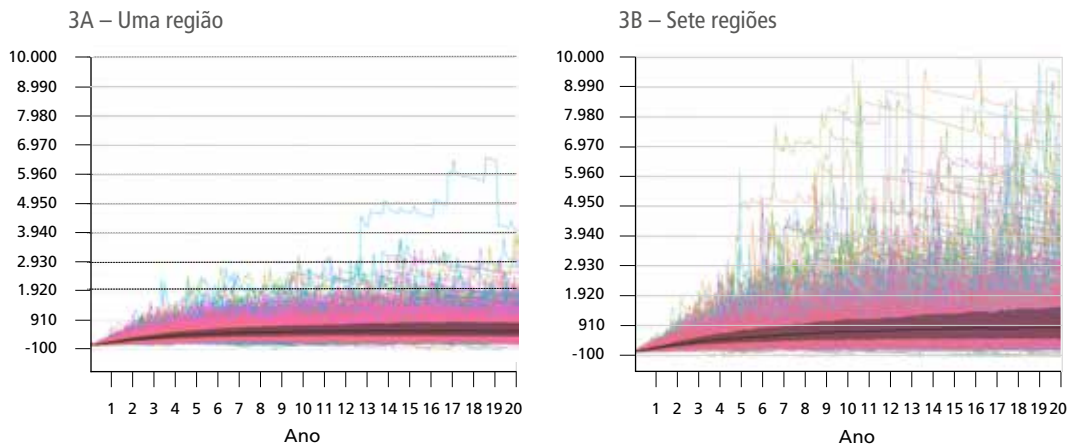


A renda das famílias varia de forma significativa entre os dois recortes regionais (gráfico 3). A mediana, o primeiro e o terceiro quartil são maiores para o modelo com sete regiões, bem superiores ao modelo com uma região apenas. Ainda que a dispersão

seja maior para sete regiões, o valor do primeiro quartil é pouco inferior à mediana do modelo com uma região (figura 3).

GRÁFICO 3  
Variação da receita das famílias,<sup>1</sup> com 1 mil iterações

(Em 1 mil unidades monetárias)

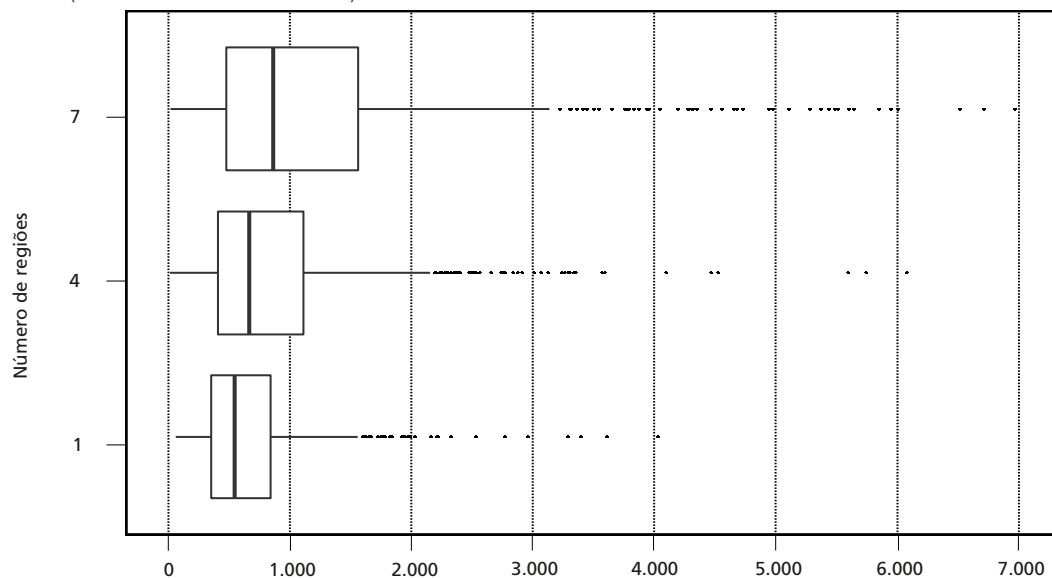


Elaboração dos autores.

Nota: <sup>1</sup> Com mediana e percentis (25% e 75%).

FIGURA 3  
Diagrama de caixa da receita das famílias<sup>1</sup> no último mês, com 1 mil iterações, para os três recortes regionais

(Em 1 mil unidades monetárias)

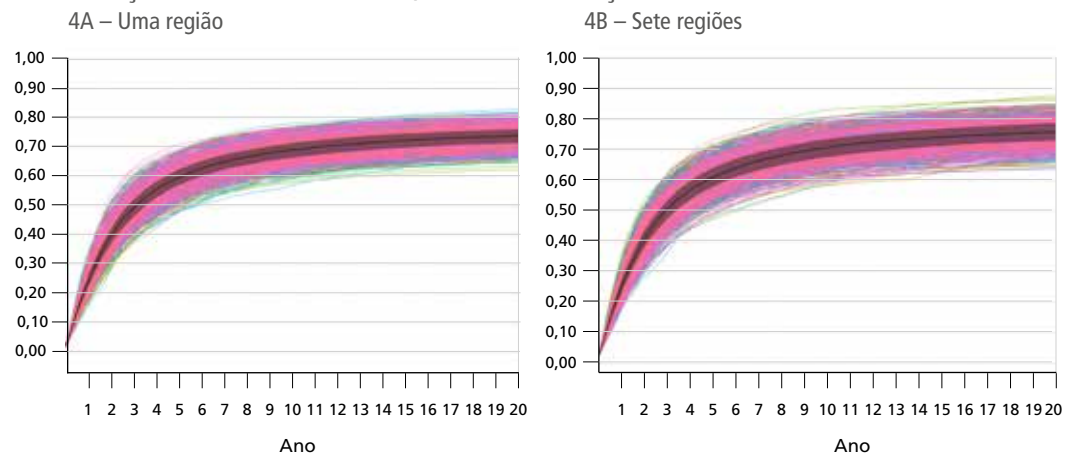


Elaboração dos autores.

Nota: <sup>1</sup> Valores absolutos.

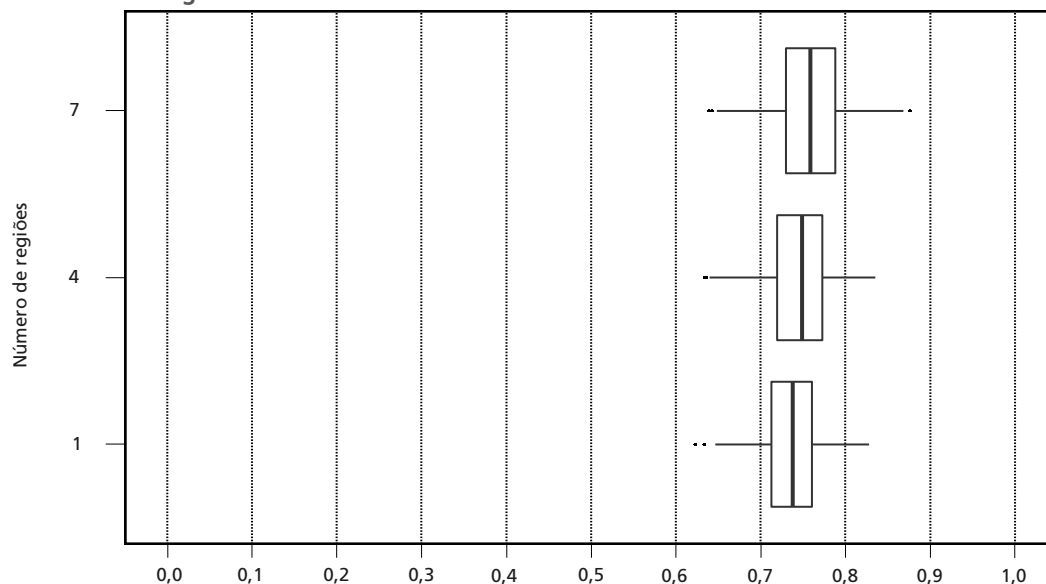
O coeficiente de Gini atinge maior nível e é mais disperso – com maior desvio-padrão no modelo com sete regiões em relação aos dois outros modelos, confirmando a maior heterogeneidade entre as famílias (gráfico 4 e figura 4).

GRÁFICO 4  
**Varição do coeficiente de Gini,<sup>1</sup> com 1 mil iterações**



Elaboração dos autores.  
 Nota: <sup>1</sup> Com mediana e percentis (25% e 75%).

FIGURA 4  
**Diagrama de caixa do coeficiente de Gini no último mês, com 1 mil iterações, para os três recortes regionais**

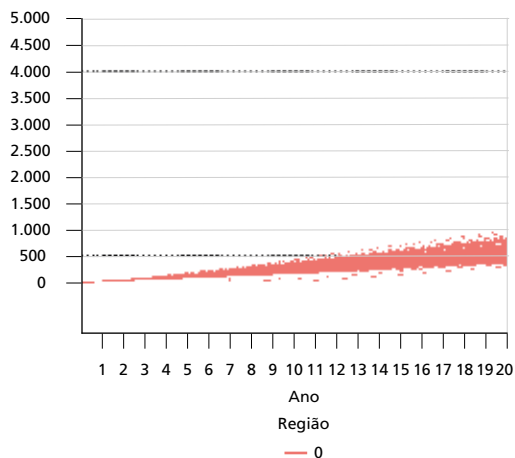


Elaboração dos autores.

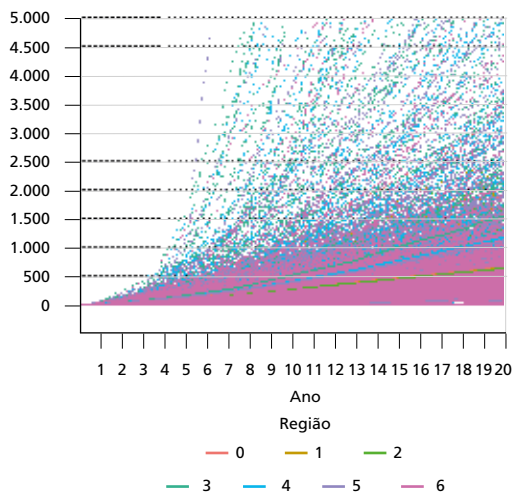


O indicador básico da comparação dos modelos é o IQV em cada um dos recortes simulados (gráfico 5). A mediana para sete regiões é superior à dos modelos com uma ou quatro regiões. Entretanto, há maior dispersão entre as regiões, com algumas mais pobres e outras mais ricas, portanto mais heterogêneas (figura 5).

GRÁFICO 5  
Variação do IQV,<sup>1</sup> com 1 mil iterações  
5A – Uma região



5B – Sete regiões



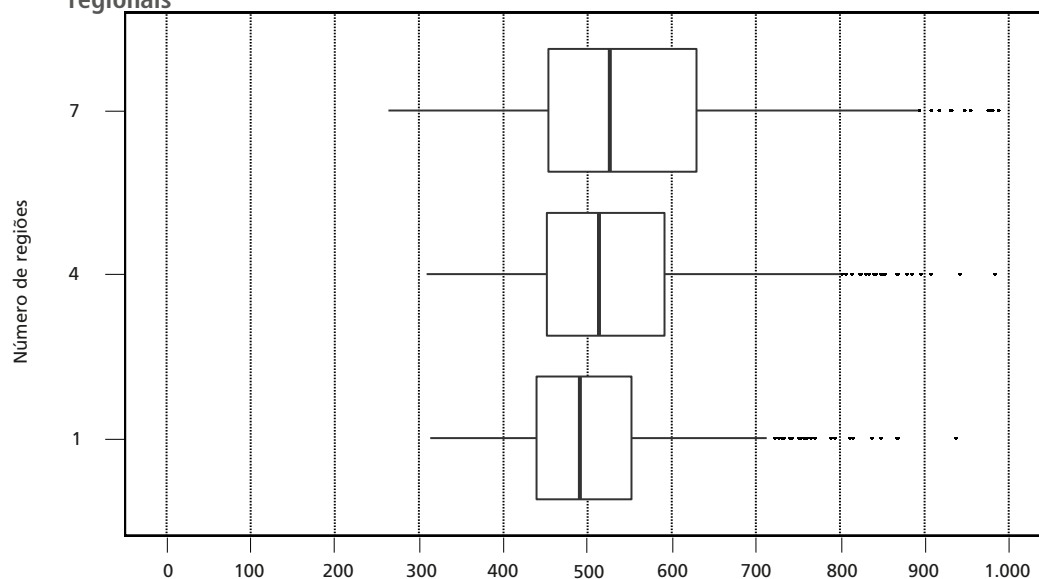
Elaboração dos autores.  
Nota: <sup>1</sup> Com mediana e percentis (25% e 75%).

Como ilustração, esses resultados preliminares do modelo indicam que alterações nos limites administrativos levaram a variações robustas entre os três recortes regionais considerados. Na configuração proposta e de acordo com os processos descritos, o dinamismo do mercado imobiliário, qual seja, a mobilidade das famílias nas simulações com mais de uma região, foi dominante.

Na ausência de um mercado de crédito e na conjuntura de renda abaixo da mediana, as famílias entram como vendedoras no mercado imobiliário. Assim, capitalizam sobre a venda do domicílio valorizado pelo aumento da qualidade de vida na região e migram em direção a regiões com pior qualidade. Esse movimento é em parte contrabalançado pelas famílias que tentam migrar em busca de mais qualidade.

Como resultado, os modelos com subdivisões concentram regiões menos populosas e com melhor qualidade de vida e, ao mesmo tempo, regiões mais populosas e com pior IQV, além de maior variabilidade (tabela 3).

FIGURA 5  
Diagrama de caixa do IQV no último mês, com 1 mil iterações, para os três recortes regionais



Elaboração dos autores.

TABELA 3  
Mediana e desvio-padrão dos valores máximos e mínimos de cada simulação (com 1 mil iterações) do IQV e da população, para os três recortes regionais

Número de regiões	Valor	IQV		População	
		Mediana	Desvio-padrão	Mediana	Desvio-padrão
1	Máximo	493	90,99	1.000	-
	Mínimo	493	91,03	1.000	-
4	Máximo	709	284,44	195	37,8
	Mínimo	377	83,47	297	38,8
7	Máximo	1.241	4.606,37	32	62,8
	Mínimo	258	101,34	91	91,2

Elaboração dos autores.

Por fim, vale ressaltar o *trade-off* entre os resultados para os três modelos. Enquanto o modelo com sete regiões é mais dinâmico, com maior produção e riqueza, também é

mais heterogêneo. O modelo com uma região, por sua vez, é mais harmônico, porém menos pujante.

A hipótese subjacente dos autores – de que uma região seria mais eficiente do ponto de vista das regiões conurbadas – não se comprovou nesta configuração do modelo. Especialmente, dada a força e a mobilidade do mercado imobiliário, que concentra populações menores em regiões com maior qualidade e populações maiores em locais com pior qualidade. Entretanto, a pergunta de pesquisa – qual seja, se os limites administrativos influenciam na dinâmica econômica e fiscal de regiões – se confirma.

Ainda assim, essa ilustração permite vislumbrar a riqueza de possibilidades na análise do sistema econômico a partir de agentes e firmas heterogêneas que se deparam com um ambiente que está em contínua mudança.

Em conclusão, dado o processo de criação de economias artificiais, a cada *loop* (execução do modelo) ou iteração, os agentes e firmas são completamente diferentes. Com isso, a aplicação do modelo para dados reais, próximo passo da pesquisa, permitirá fixar as características de entrada da economia e, portanto, reduzir a variabilidade dos resultados.

### 3.1 Análise de sensibilidade e robustez

A análise de sensibilidade é central na construção de modelos de simulação para garantir que o modelo apresentado é estruturalmente consistente e não depende exclusivamente de determinado parâmetro, ajustado para determinado valor. Além disso, essa análise pode servir como ferramenta analítica que demonstra como e com qual magnitude determinadas configurações e processos do modelo alteram tendências e resultados.

A análise de sensibilidade e robustez para o modelo desenvolvido foi realizada com base na variação dos parâmetros em dez diferentes valores, entre o mínimo e o máximo para cada um deles (tabela 4). Dado que o modelo foi desenvolvido e os resultados foram produzidos com base em números aleatórios, a comparação dos resultados de diferentes *loops* só é possível se utilizarmos a mesma “semente”, ou seja, um número único para o início gerador de números aleatórios. Assim, se o mesmo modelo for executado diversas vezes com o mesmo parâmetro e com essa mesma semente, serão produzidos resultados iguais. Logo, quando variarmos os parâmetros, a variação dos

resultados da análise de sensibilidade será uma repercussão da estrutura do modelo, e não do gerador de números aleatórios.<sup>1</sup>

A variação dos parâmetros foi realizada de modo independente (variando um parâmetro exclusivamente), com os demais parâmetros mantidos em seus valores-padrão, definidos em uma primeira análise exploratória. Os parâmetros foram alterados do menor ao maior valor a ser testado, de forma a demonstrar os impactos da variação de cada parâmetro nos resultados do modelo.

TABELA 4  
Valores dos parâmetros da simulação utilizados na análise de sensibilidade e robustez

Parâmetro	Valor aplicado									
Alpha	0,05	0,1	0,15	0,2	0,35	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
Beta	0,05	0,1	0,15	0,2	0,35	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
Quantidade em estoque para mudança de preços	10	50	100	500	750	1.000	5.000	7.500	10.000	50.000
Mark-up	0,01	0,03	0,05	0,07	0,1	0,15	0,2	0,3	0,5	0,75
Frequência de entrada da firma no mercado de trabalho	0,1	0,25	0,3	0,4	0,5	0,6	0,75	0,8	0,9	1
Tamanho do mercado de consumo, número de firmas	1	3	5	7	10	15	30	50	70	110
Satisfação de consumo	0,01	0,03	0,05	0,07	0,1	0,3	0,5	0,75	0,8	1
Entrada no mercado imobiliário (%)	0,01	0,03	0,05	0,07	0,1	0,3	0,5	0,75	0,8	1
Alíquota do imposto sobre o consumo	0,01	0,03	0,05	0,07	0,1	0,3	0,5	0,75	0,8	1

Elaboração dos autores.

Tendo em vista que a premissa é de criação de um modelo (ou máquina de simulação), a análise de sensibilidade possibilita a compreensão do modelo e a elaboração de um ranqueamento relativo para a importância dos parâmetros.

Cabe ressaltar que, além da variação desses parâmetros para os valores descritos na tabela 4, variamos também o número de regiões (uma, quatro e sete).

1. No caso dos resultados apresentados, não houve definição de *seed* (semente) de forma que se obtivesse o comportamento típico do modelo.

### 3.1.1 Alpha

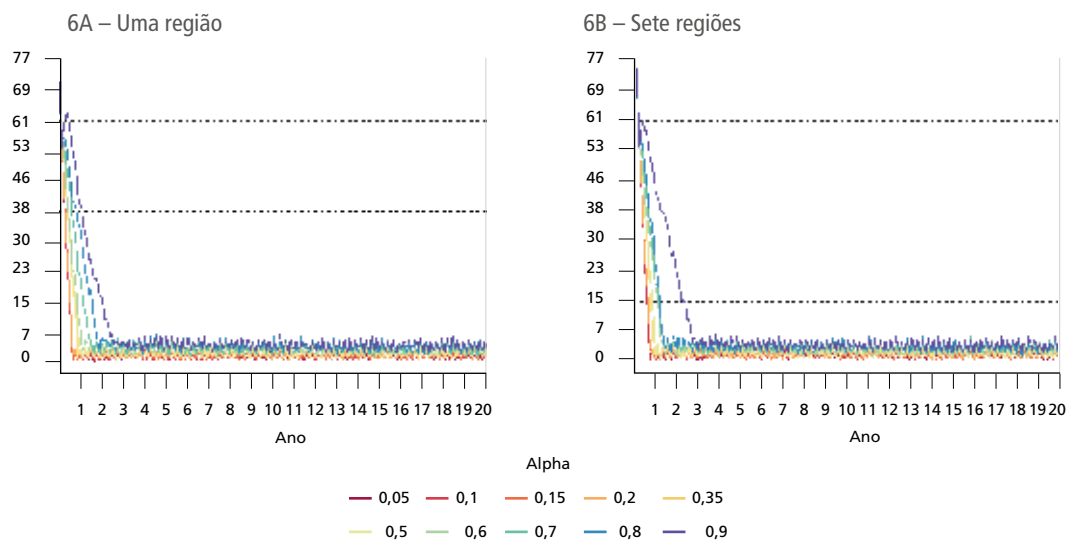
A variação de cada um dos parâmetros repercute de modo e intensidade diferentes nos resultados das simulações. O parâmetro Alpha – referente à produtividade dos trabalhadores –, por exemplo, leva a valores mais altos do PIB total quando situado nos valores medianos de 0,5 ou 0,6. Para valores muito altos ou muito baixos desse parâmetro, o PIB é similar para os três recortes regionais testados.

Já em relação ao desemprego, o parâmetro Alpha é relevante a fim de determinar o tempo inicial para atingir o pleno emprego. Note-se, no gráfico 6, como o desemprego converge rapidamente para o pleno emprego com Alpha igual a 0,1 e como o desemprego se reduz um pouco mais lentamente, com Alpha igual a 0,9. Também nesse caso, o comportamento foi similar para todos os recortes regionais. Essas variações da produtividade e do desemprego indicam que, quando a produtividade dos trabalhadores é muito alta, a oferta demora até três anos para ser absorvida pelo mercado.

GRÁFICO 6

#### Varição do parâmetro Alpha nas medidas de desemprego

(Em %)



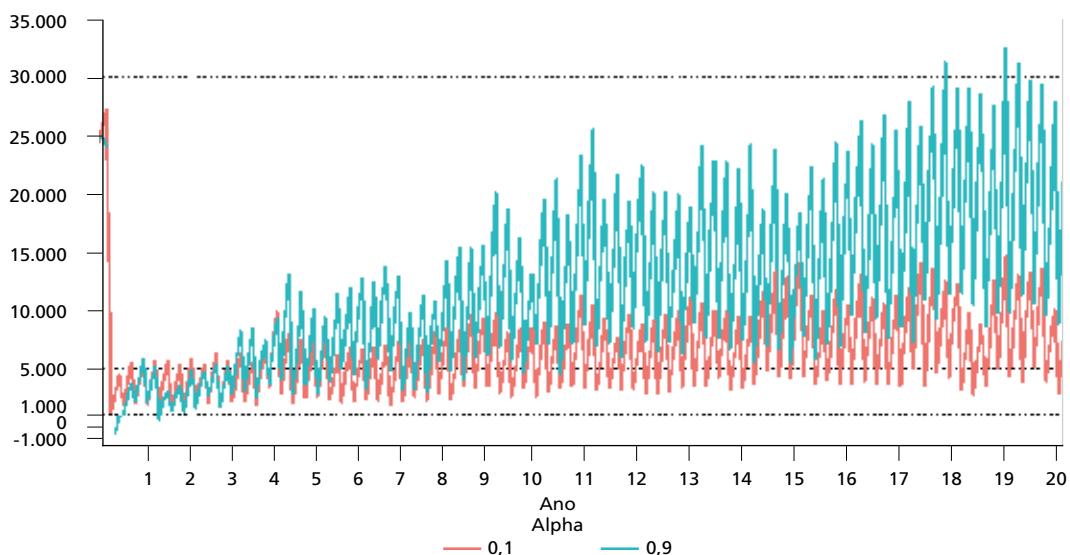
Elaboração dos autores.

Há mais variação no lucro das firmas quando Alpha é maior e pouco menos variabilidade para valores menores de Alpha (gráfico 7).

GRÁFICO 7

**Variação do parâmetro Alpha no lucro das firmas para uma região**

(Em valores monetários)



Os recursos em caixas médios das firmas, por sua vez, atingem maiores valores com Alpha maior, em sintonia com os recursos disponíveis para as famílias. O valor de Alpha em 0,35 apresenta certo equilíbrio dos recursos da economia, na média, para todos os recortes.

O coeficiente de Gini é variável para patamares mais altos de Alpha. Em conclusão, nos exercícios feitos, os preços sobem apenas para valores de Alpha igual a 0,8.

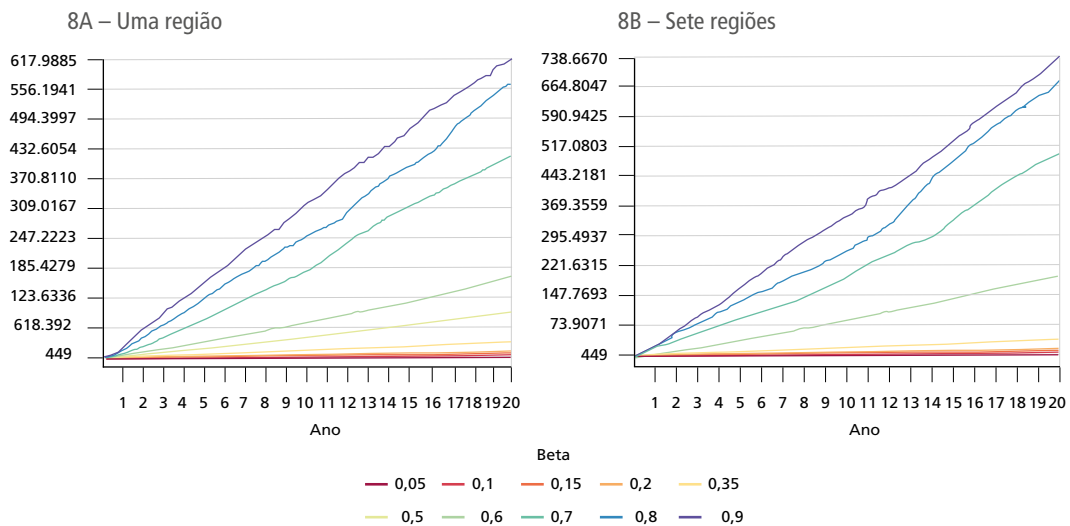
## 3.1.2 Beta

O parâmetro Beta – referente à propensão ao consumo das famílias – impacta vários níveis da economia. De fato, o parâmetro influencia fortemente o PIB, com valores maiores (menor desconto no máximo de gasto das famílias) levando a maiores valores absolutos do PIB (gráfico 8). Ao mesmo tempo, valores muito baixos de Beta, que restringem o consumo, levam a níveis de desemprego elevados e persistentes, assim como mantêm o lucro das firmas próximo a zero, apresentando maior variabilidade e intensidade apenas para valores de Beta acima de 0,5.

O impacto do Beta no coeficiente de Gini é relevante e similar entre os recortes regionais utilizados. Para valores baixos de Beta e baixo consumo das famílias, o Gini

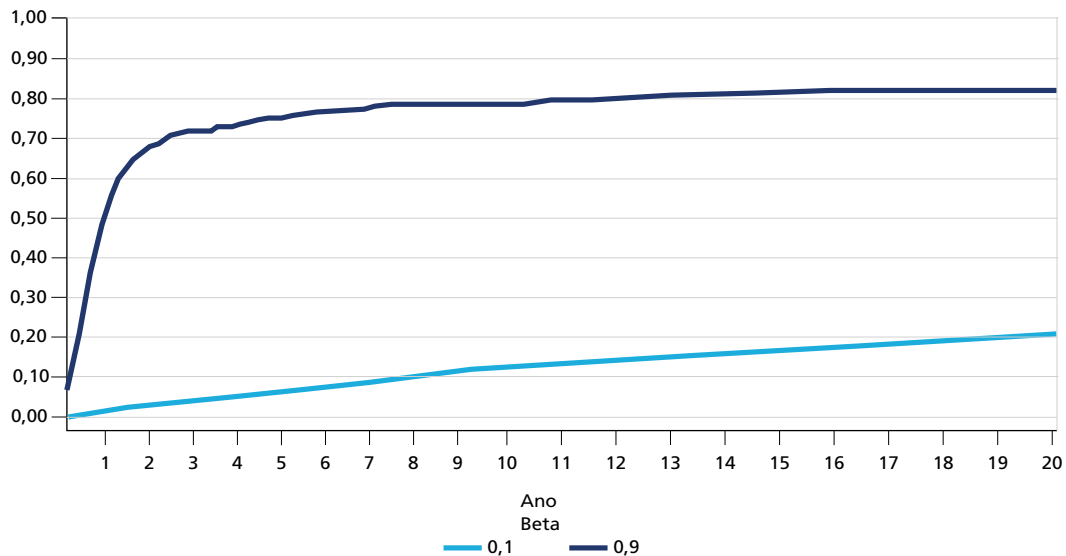
se eleva paulatinamente, atingindo no máximo por volta de 0,200. Todavia, quando Beta assume valor de 0,9, a desigualdade sobe de forma mais inclinada e atinge valores próximos a 0,800 no final do período (gráfico 9).

GRÁFICO 8  
Variação do parâmetro Beta no PIB<sup>1</sup>  
(Em valores monetários)



Elaboração dos autores.  
Nota: <sup>1</sup> Valores absolutos.

GRÁFICO 9  
Variação do parâmetro Beta no coeficiente de Gini para uma região



Elaboração dos autores.

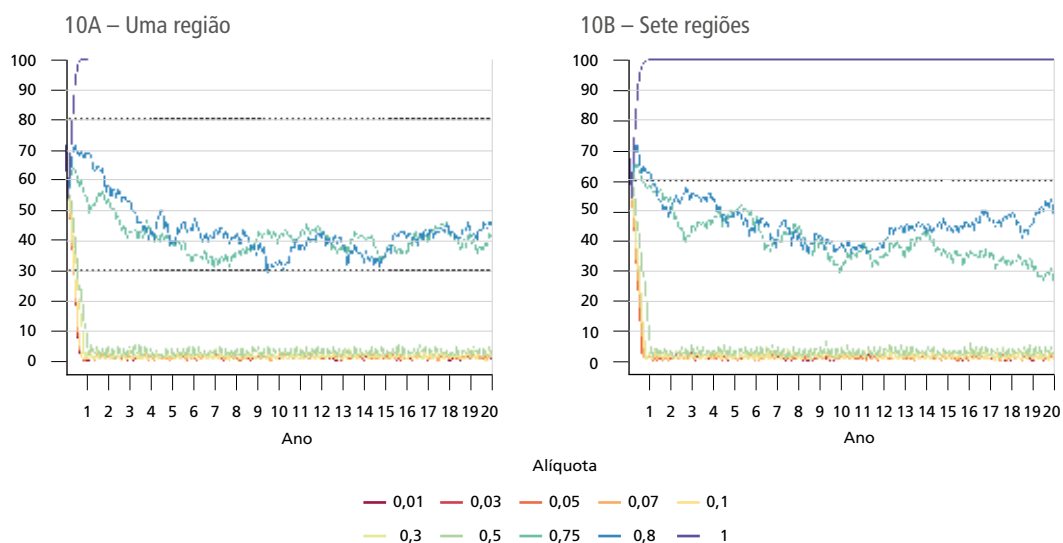
### 3.1.3 Alíquota do imposto sobre o consumo

Como esperado, o valor da alíquota do imposto sobre o consumo influencia a economia em vários níveis. Taxas menores levam a menor desemprego, porém influenciam pouco até o valor de 0,5 (gráfico 10). Taxas muito altas trazem desemprego generalizado e queda significativa da receita e do lucro das firmas. Entretanto, dado que os valores arrecadados em impostos são aplicados nas regiões, com melhoria do IQV e consequente aumento dos preços dos imóveis, nessa configuração, a renda das famílias (gráfico 11) e o PIB são maiores para valores mais altos de alíquota.

GRÁFICO 10

#### Desemprego para vários valores da alíquota do imposto sobre o consumo

(Em %)



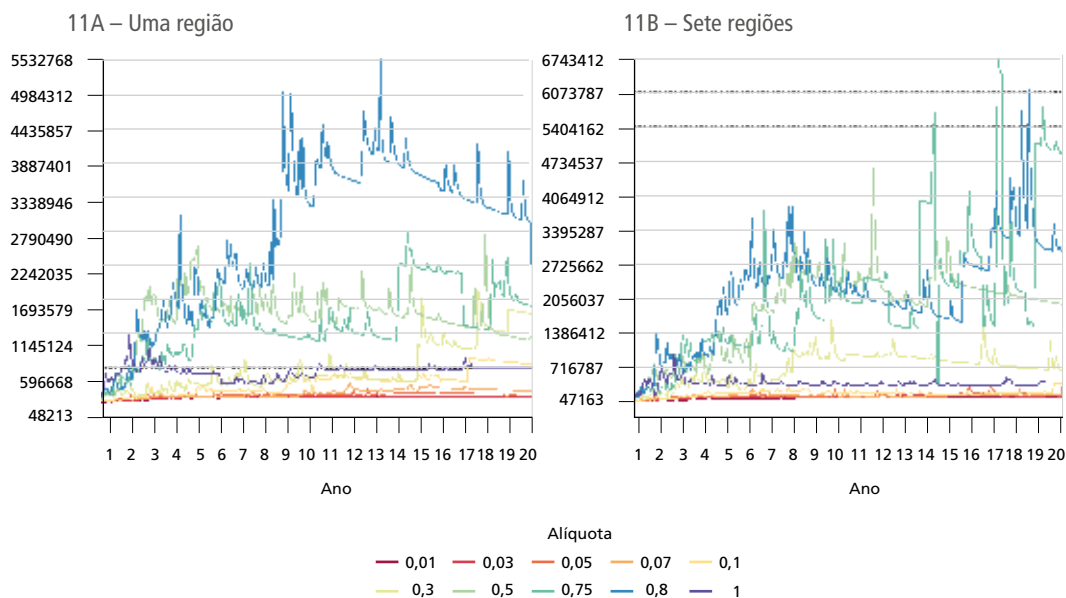
Elaboração dos autores.



GRÁFICO 11

**Receita média das famílias para vários valores da alíquota do imposto sobre o consumo**

(Em valores monetários)



Elaboração dos autores.

### 3.1.4 Outros parâmetros

A análise de sensibilidade e robustez foi realizada para cada um dos parâmetros exógenos do modelo, com impacto relativo menor se comparado aos parâmetros Alpha e Beta. A quantidade mínima de estoque para alteração nos preços, por exemplo, parece impactar levemente a evolução do índice de preços, exceto para valores mais altos.

A frequência com que as firmas entram no mercado de trabalho impacta a rapidez do ajuste do mercado de trabalho. Quando os valores do parâmetro estão mais altos – com maior demora na entrada das firmas no mercado de trabalho –, o desemprego se ajusta somente no final do período. Quando a entrada das firmas é frequente, atinge-se o pleno emprego nos primeiros anos.

A variação do valor de *mark-up* – ou seja, a porcentagem de acréscimo nos preços dos produtos das firmas, quando seu estoque está baixo – altera a variabilidade do lucro das firmas. O tamanho do mercado escolhido pelos consumidores quando vão às compras influencia marginalmente nos resultados.

A porcentagem de famílias que entram no mercado imobiliário, por sua vez, parece influir pouco. Quando mais famílias estão no mercado, há menor variabilidade na receita das famílias.

Com isso, entende-se que a variação dos resultados do modelo dada pela variação dos parâmetros está em acordo com a teoria subjacente. Além disso, não há alteração de parâmetros que provoque comportamento diverso ou inesperado do modelo. Assim, comprova-se a robustez do modelo, conforme descrito.

### 3.2 Análise de sensibilidade: regras e escolhas

Vale ressaltar que, nesta versão do texto, não foi realizada análise de sensibilidade para as regras utilizadas no mercado. Isso se deve principalmente ao caráter inicial do desenvolvimento da pesquisa e à busca por apresentar modelo minimamente compatível com a economia, de modo que possa justamente suscitar o debate e a melhoria do desenho dos mercados e de suas regras.

Como será descrito na seção a seguir, a próxima versão do texto deverá contar com alteração no mercado imobiliário – de modo a incluir elementos decisórios internos às famílias, tais como emprego, riqueza e sua trajetória – e no desenho dos impostos – nesta versão apresentados simplesmente como imposto sobre o consumo (na origem).<sup>1</sup>

## 4 A PROPOSTA TEÓRICO-METODOLÓGICA: POSSIBILIDADES CONCRETAS DE INVESTIGAÇÕES FUTURAS

Esta seção descreve várias alternativas do modelo que podem ser aplicadas com mudanças relativamente simples e pequenas no código. Dado o caráter seminal da proposta metodológica deste trabalho, avaliamos que o entendimento do modelo deveria se dar na sua forma mais simplificada possível, seguindo a lógica do Keep It Simple, Stupid (Kiss), evoluindo posteriormente para a forma voltada para a descrição Keep It Descriptive, Stupid (Kids), formulada por Edmonds e Moss (2005).

---

1. A dificuldade de inclusão imediata dessas alterações envolve ainda a busca por literatura específica que descreva o processo de decisão das famílias no mercado imobiliário, bem como a complexidade intrínseca ao sistema tributário brasileiro, conforme comentado na introdução.

A aplicação imediata de interesse dos pesquisadores, uma vez obtida a validação do modelo proposto, é no Distrito Federal e no entorno e, possivelmente, na região metropolitana de São Paulo. Dados empíricos seriam utilizados na composição inicial do modelo, quais sejam: os limites municipais reais; os padrões demográficos específicos; o quantitativo e a localização das empresas; a oferta de mão de obra; e a configuração dos parâmetros. O passo seguinte seria a validação do modelo empírico para determinado espaço temporal, buscando correlação ou similaridade entre a evolução de indicadores observados e aqueles produzidos pelo modelo. Após a validação, o modelo poderia ser efetivamente utilizado para alternativas de implementação de políticas públicas.

Além dessa possibilidade de avanço empírico propriamente dito, várias alternativas de detalhamento do modelo, no argumento Kids, de Edmonds e Moss (2005), estão descritas a seguir.

- 1) Aspectos relacionados à evolução demográfica, com processos que descrevam nascimento, óbito e formação de famílias, no intuito de tornar o modelo mais dinâmico e real e ao mesmo tempo verificar resultados em coortes demográficas específicas. Além disso, análises intertemporais que envolvam heranças (de riqueza ou de capital social) também poderiam ser utilizadas.
- 2) Alternativa relativamente simples é a inclusão de processo de atualização de qualificação (anos de estudo), por exemplo, por meio de investimento monetário.
- 3) O mercado de crédito, com possibilidade de financiamento da produção e consumo, também é relevante para aproximar o modelo da realidade econômica. Vasta literatura para essa inserção já está disponível (Cajueiro e Tabak, 2005; 2008; Tabak, Cajueiro e Serra, 2009; Tabak *et al.*, 2009).
- 4) No momento, o mercado de bens é restrito às firmas e aos consumidores do mercado interno. Todavia, também seria possível incluir nesse mercado firmas e governos como compradores, viabilizando a inclusão de uma medida econômica de exportações e balança comercial, o que possibilitaria a análise de bens intermediários e/ou setoriais.
- 5) Embora a distância já esteja incluída no modelo, sua fórmula poderia ser aperfeiçoada para incluir efetivamente o sistema de transportes disponível nos municípios objeto de estudo. Com isso, análises de acessibilidade estariam integradas ao resto da economia de forma sistêmica, visto que a demanda e a oferta do sistema de transportes (para fins de emprego) já estariam presentes no modelo.

- 6) A inclusão de processo que limite o período ou a distância de deslocamento diário, com a manutenção de um sistema com várias regiões, poderia tornar o modelo adequado para estudar, de forma endógena, sistemas de formação de cidades e análises de hierarquia urbana. Dito de outra forma, as bacias de emprego seriam endógenas ao modelo.
- 7) As firmas e suas tecnologias de produção, processos de tomada de decisão e de contratação e demissão poderiam ser desenhados a partir de informações tácitas específicas para uma firma ou setor em particular.
- 8) O sistema de tributação desse modelo é simplista, com apenas um imposto sobre o consumo, tipicamente um IVA, cobrado na localização da firma. Mas impostos sobre a propriedade territorial, a renda, ou ainda o destino, no local de residência do consumidor, podem ser, novamente, facilmente implementados. Com isso, perguntas de pesquisa específicas de interesse fiscal podem ser investigadas.

De fato, vale mencionar a vantagem da modularidade na proposta deste trabalho. Utilizando-se o modelo basilar, é possível detalhar, construir e expandir o modelo módulo a módulo, de acordo com a necessidade da pesquisa, garantindo durante a evolução a integração aos outros processos já implementados e validados.

Enfim, essa lista não é exaustiva e cumpre a função apenas de informar as possibilidades de expansão do modelo, reforçando a característica deste texto de proposta teórico-metodológica.

## **5 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este texto especifica, detalha e justifica os passos e os processos da construção de algoritmo computacional que simula de forma prospectiva uma economia espacial. Avança na literatura com contribuição na espacialidade do modelo, na consecução de modelo simples com três mercados e na proposta de análise de governos subnacionais conurbados. Dessa forma, estabelece proposta exequível de simulação econômica sobre a qual análises variadas – do sistema tributário completo à produtividade das firmas – podem ser implementadas, com razoável facilidade, constituindo-se como ferramenta de política pública.

O modelo conta com: mercado imobiliário dinâmico com preços dados pelas características do imóvel e da sua localização;<sup>1</sup> mercado de trabalho, com pareamento entre trabalhadores qualificados e empresas que pagam melhores salários; e mercado de bens, com ajuste endógeno de preços baseado nos estoques. A conformação, em diferentes governos subnacionais, com uma, quatro ou sete regiões permite a análise diferenciada para a conformação espacial, com todos os outros processos mantidos constantes.

Os resultados e as tendências obtidos após processo iterativo de 1 mil simulações indicam que a mobilidade entre regiões é central no modelo, com famílias empobrecidas migrando para locais com menos serviços públicos e, portanto, preços menores; e famílias com recursos migrando para locais com melhor qualidade. Assim, a região única apresenta economia menos dinâmica, porém mais homogênea, enquanto o modelo com sete regiões mostra maior dinamismo, mas também maior heterogeneidade e desigualdade.

A pergunta de pesquisa, que indagava se a alteração de limites administrativos e a consequente alteração das bases de arrecadação tributária em princípio alterariam a qualidade de vida dos cidadãos, pode ser respondida de forma afirmativa. De fato, limites administrativos – entendidos como o espaço circunscrito de arrecadação de impostos sobre a base econômica e sua aplicação em retorno como serviços públicos coletivos – podem alterar a qualidade de vida dos cidadãos.

Diretamente derivado da pergunta de pesquisa, o debate subjacente que este estudo discute é a eficiência do retorno dos impostos aos contribuintes. Há configuração espacial-político-administrativa mais eficiente? Esse debate deve ser mais aprofundado por pesquisas posteriores.

Em conclusão, este texto espera contribuir para o arcabouço metodológico de ferramentas econômicas, em especial aquelas flexíveis e prospectivas, com aplicação em políticas públicas de entes subnacionais.

---

1. A expressão *location, location, location* (localização, localização, localização), utilizada pelos corretores do mercado imobiliário nos Estados Unidos para se referir à importância da localização, parece remontar a classificados de 1926, em Chicago.

## REFERÊNCIAS

- ADAMATTI, D. F.; SICHMAN, J. S.; COELHO, H. An analysis of the insertion of virtual players in GMABS methodology using the Vip-Jogoman prototype. **Journal of Artificial Societies and Social Simulation**, v. 12, n. 3, p. 7, 2009.
- AFONSO, A.; ROMERO, A.; MONSALVE, E. **Public sector efficiency: evidence for Latin America**. Washington: IDB, 2013.
- AFONSO, J. R. R. Imposto de renda e distribuição de renda e riqueza: as estatísticas fiscais e um debate premente no Brasil. **Revista da Receita Federal: estudos tributários e aduaneiros**, v. 1, n. 1, p. 28-60, 2014.
- ANDERSON, P. W.; ARROW, K.; PINES, D. (Ed.) **The economy as an evolving complex system**. Santa Fe: Westview Press, Jan. 1988. 336 p. (Santa Fe Institute Series).
- ANDRADE, L. T.; FIGUEIREDO, F. O. V. de. Vulnerabilidade social e criminalidade na região metropolitana de Belo Horizonte. *In*: CONGRESSO BRASILEIRO DE SOCIOLOGIA, 12., 2005, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: Sociedade Brasileira de Sociologia, 2005. p.19.
- ANTINARELLI, M. E. P. B. Federalismo, autonomia municipal e a constitucionalização simbólica: uma análise da dependência financeira dos pequenos municípios mineiros. **Revista da Faculdade de Direito da UFMG**, n. 61, p. 445-472, 2012.
- ARNOTT, R. Economic theory and housing. *In*: MILLS, E. S. (Ed.). **Handbook of Regional and Urban Economics**. Amsterdam: Elsevier Science Publishers, 1987. p. 959-988.
- ARTHUR, W. B. Inductive reasoning and bounded rationality. **The American Economic Review**, v. 84, n. 2, p. 406-411, 1994.
- AXELROD, R.; HAMILTON, W. D. The evolution of cooperation. **Science**, v. 211, n. 4.489, p. 1390-1396, 1981.
- BARGIGLI, L.; TEDESCHI, G. Interaction in agent-based economics: a survey on the network approach. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 399, p. 1-15, 2014.
- BERGMANN, B. R. A microsimulation of the macroeconomy with explicitly represented money flows. *In*: ECONOMIC AND SOCIAL MEASUREMENT, 3., 1974, New York. **Anais ...** New York: NBER, 1974. v. 3. p. 475-489.
- BLINDER, A. S. Inventories and sticky prices. **American Economic Review**, p. 334-48, 1982.
- \_\_\_\_\_. On sticky prices: academic theories meet the real world. *In*: MANKIWI, N. G. (Ed.). **Monetary policy**. Chicago: The University of Chicago Press, 1994. p.117-154.
- BOERO, R. *et al.* **Agent-based models of the economy: from theories to applications**. London: Palgrave Macmillan, 2015.

BOUDREAU, J. W. Stratification and growth in agent-based matching markets. **Journal of Economic Behavior & Organization**, v. 75, n. 2, p. 168-179, 2010.

BRANDALISE, L. T. *et al.* Simulação de cenários e formulação de estratégias competitivas: o caso do atacado liderança. **Revista Gestão & Tecnologia**, v. 12, n. 3, p. 223-257, 2012.

BRUECKNER, J. The structure of urban equilibria: a unified treatment of the Muth-Mills model. *In*: EDWIN, S. M. (Ed.). **Handbook of Regional and Urban Economics**. Oxford: Elsevier Science Publishers B.V, 1987. v. 2. p. 821-845.

CAJUEIRO, D. O.; TABAK, B. M. Possible causes of long-range dependence in the Brazilian stock market. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 345, n. 3, p. 635-645, 2005.

\_\_\_\_\_. The role of banks in the Brazilian Interbank Market: does bank type matter? **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 387, n. 27, p. 6825-6836, 2008.

CANUTO, O.; LIU, L. **Until debt do us part: subnational debt, insolvency, and markets**. Washington: World Bank Publications, 2013.

CARLEY, K. M. **Validating computational models**. Pittsburgh: Carnegie Mellon University, 1996. (Working Paper).

CARVALHO, G. R. *et al.* **Cenários de longo prazo para a cafeicultura brasileira: 2006-2015**. *In*: CONGRESSO QUESTÕES AGRÁRIAS, EDUCAÇÃO NO CAMPO E DESENVOLVIMENTO, 44. Fortaleza: Sober, 2015.

CIARLI, T. Structural interactions and long run growth. **Revue de l'OFCE**, v. 124, n. 5, p. 295-345, 2012.

DAVID, N.; SICHMAN, J. S.; COELHO, H. The logic of the method of agent-based simulation in the social sciences: empirical and intentional adequacy of computer programs. **Journal of Artificial Societies and Social Simulation**, v. 8, n. 4, 2005.

DAWID, H. *et al.* Labor market integration policies and the convergence of regions: the role of skills and technology diffusion. **Journal of Evolutionary Economics**, v. 22, n. 3, p. 543-562, 2012.

\_\_\_\_\_. **Agent-based macroeconomic modeling and policy analysis: the Eurace@Unibi model**. Bielefeld: Bielefeld University, 2014. (Bielefeld Working Papers in Economics and Management, n. 05, 2012).

DEISSENBERG, C.; HOOG, S. van der; DAWID, H. Eurace: a massively parallel agent-based model of the European economy. **Applied Mathematics and Computation**, v. 204, n. 2, p. 541-552, Oct. 2008.

DIPASQUALE, D.; WHEATON, W. C. **Urban economics and real estate markets**. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1996.

DOSI, G. *et al.* Income distribution, credit and fiscal policies in an agent-based Keynesian model. **SSRN eLibrary**, 2012.

DOSI, G.; FAGIOLO, G.; ROVENTINI, A. The microfoundations of business cycles: an evolutionary, multi-agent model. *In*: CANTNER, U.; GAFFARD, J.-L.; NESTA, L. (Org.). **Schumpeterian perspectives on innovation, competition and growth**. Heidelberg: Springer, 2009. p. 161-180.

DOWNEY, A. B. **Think complexity: complexity science and computational modeling**. 1. ed. Sebastopol: O'Reilly Media, 2012.

EDMONDS, B.; MOSS, S. **From Kiss to Kids – an anti-simplistic modelling approach**. Heidelberg: Springer, 2005.

ELIASSON, G.; OLAVI, G.; HEIMAN, M. **A micro-macro interactive simulation model of the Swedish economy**: preliminary model specification. Stockholm: Research Institute of Industrial Economics, Dec. 1976. (IUI Working Paper, n. 7).

EPSTEIN, J. M.; AXTELL, R. **Growing artificial societies: social science from the bottom up**. Cambridge: Brookings; MIT Press, 1996.

FENG, L. *et al.* Linking agent-based models and stochastic models of financial markets. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, v. 109, n. 22, p. 8388-8393, 2012.

FUJITA, M.; KRUGMAN, P.; VENABLES, A. **The spatial economy: cities, regions and international trade**. Cambridge: MIT Press, 1999.

FURTADO, B.; MATION, L.; MONASTERIO, L. Fatos estilizados das finanças públicas municipais metropolitanas brasileiras entre 2000-2010. **Território metropolitano, políticas municipais**. Brasília: Ipea, 2013. p. 291-312.

GAFFEO, E. *et al.* Adaptive microfoundations for emergent macroeconomics. **Eastern Economic Journal**, v. 34, n. 4, p. 441-463, 2008.

GASPARINI, C. E.; MIRANDA, R. B. Transferências, equidade e eficiência municipal no Brasil. **Planejamento e Políticas Públicas**, n. 36, p. 311-342, jan./jun. 2011.

GEANAKOPOLOS, J. *et al.* Getting at systemic risk via an agent-based model of the housing market. **The American Economic Review**, v. 102, n. 3, p. 53-58, 2012.

GOBETTI, S. W. **Ajuste fiscal no Brasil: os limites do possível**. Brasília: Ipea, 2015. (Textos para Discussão, n. 2037).

GRILLI, R.; TEDESCHI, G.; GALLEGATI, M. Markets connectivity and financial contagion. **Journal of Economic Interaction and Coordination**, p. 1-18, 2014.



GRIMM, V. *et al.* A standard protocol for describing individual-based and agent-based models. **Ecological modelling**, v. 198, n. 1, p. 115-126, 2006.

\_\_\_\_\_. The ODD protocol: a review and first update. **Ecological Modelling**, v. 221, n. 23, p. 2760-2768, 2010.

GUOCHENG, W. *et al.* **Application analysis on large-scale computation for social and economic systems**. Hong Kong: IEEE SMC, 2015.

HASSAN, S. *et al.* Injecting data into agent-based simulation. *In*: TAKADAMA, K. *et al.* (Ed.). **Simulating interacting agents and social phenomena**. Heidelberg: Springer, 2010. p. 177-191.

HOLLAND, J. Complex adaptive systems. **Daedalus**, v. 121, n. 1, p. 17-30, 1992.

HOLLAND, J.; MILLER, J. H. Artificial adaptive agents in economic theory. **The American Economic Review**, v. 81, n. 2, p. 65-71, 1991.

HOOG, S. van der; DEISSENBERG, C.; DAWID, H. Production and finance in EURACE. *In*: SCHREDELSEKER, K.; HAUSER, F. (Ed.). **Complexity and artificial markets**. Heidelberg: Springer, 2008. p. 147-158.

KOESRINDARTOTO, D.; SUN, J.; TEFATSION, L. An agent-based computational laboratory for testing the economic reliability of wholesale power market designs. *In*: POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, 1., 2005, Toronto. **Anais...** Toronto: IEEE, 2005. p. 2818-2823.

LEBARON, B. **Agent-based computational finance**. Amsterdam: Elsevier, 2006. v. 2. p. 1187-1233.

LEBARON, B.; TEFATSION, L. Modeling macroeconomies as open-ended dynamic systems of interacting agents. **The American Economic Review**, p. 246-250, 2008.

LENGNICK, M. Agent-based macroeconomics: a baseline model. **Journal of Economic Behavior & Organization**, v. 86, p. 102-120, 2013.

LÖSCH, A. **The economics of location**. New Haven: Yale University Press, 1954.

MANKIW, N. G. **Principles of Economics**. 6. ed. Cincinnati: South-Western College Pub, 2011.

MAROULIS, S. *et al.* **An agent-based model of intra-district public school choice**. Illinois: Northwestern University, 2010. p. 30. (Northwestern University Working Papers).

\_\_\_\_\_. Modeling the transition to public school choice. **Journal of Artificial Societies and Social Simulation**, v. 17, n. 2, 2014.

MICHAELY, R.; ROBERTS, M. R. Corporate dividend policies: lessons from private firms. **Review of Financial Studies**, v. 25, n. 3, p. 711-746, 2012.

MIDGLEY, D.; MARKS, R.; KUNCHAMWAR, D. Building and assurance of agent-based models: an example and challenge to the field. **Journal of Business Research**, v. 60, n. 8, p. 884-893, 2007.

NADALIN, V. G. **Três ensaios sobre economia urbana e mercado de habitação em São Paulo**. 2010. Tese (Doutorado) – Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, Universidade de São Paulo, 2010.

NARDIN, L. G.; SICHMAN, J. S. Trust-based coalition formation: a multiagent-based simulation. *In*: WORLD CONGRESS ON SOCIAL SIMULATION, 4., 2012, Taipei. **Anais...** Taipei: National Chengchi University, 2012.

NEUGART, M.; RICHIARDI, M. **Agent-based models of the labor market**. Moncalieri: Laboratorio R. Revelli, Oct. 2015. Disponível em: <[http://www.laboratoriorevelli.it/\\_pdf/wp125.pdf](http://www.laboratoriorevelli.it/_pdf/wp125.pdf)>. (Laboratorio R. Revelli Working Papers Series, n. 125).

ORAIR, R. O. *et al.* Uma metodologia de construção de séries de alta frequência das finanças municipais no Brasil com aplicação para o IPTU e o ISS: 2004-2010. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 41, n. 3, p. 471-508, 2011.

PALMER, R. G. *et al.* Artificial economic life: a simple model of a stockmarket. **Physica D: Nonlinear Phenomena**, v. 75, n. 1, p. 264-274, 1994.

PINTO, V. C. **Direito urbanístico: plano diretor e direito de propriedade**. 4. ed. São Paulo: Revista dos Tribunais, 2014.

REZENDE, F. Federalismo Fiscal: em busca de um novo modelo. *In*: OLIVEIRA, R. P.; SANTANA, W. (Org.). **Educação e federalismo no Brasil: combater as desigualdades, garantir a diversidade**. Brasília: Unesco, 2010. p. 71-88.

REZENDE, F.; GARSON, S. Financing metropolitan areas in Brazil: political, institutional, legal obstacles and emergence of new proposals for improving coordination. **Revista de Economia Contemporânea**, v. 10, n. 1, 2006.

ROOZMAND, O. *et al.* Agent-based modeling of consumer decision making process based on power distance and personality. **Knowledge-Based Systems**, v. 24, n. 7, p. 1075-1095, 2011.

SANTOS, C. H. M. dos O.; GOUVÊA, R. R. O. **Finanças públicas e macroeconomia no Brasil: um registro da reflexão do Ipea (2008-2014)**. Brasília: Ipea, 2014.

SCHELLING, T. C. Models of segregation. **The American Economic Review**, p. 488-493, 1969.

SCHETTINI, B. P. Análises da dinâmica orçamentária dos municípios brasileiros: uma aplicação da metodologia VAR com dados empilhados. **Economia Aplicada**, v. 16, n. 2, p. 291-310, 2012.

SCHETTINI, B. P. *et al.* Novas evidências empíricas sobre a dinâmica trimestral do consumo agregado das famílias brasileiras no período 1995-2009. **Economia e Sociedade**, v. 21, n. 3, p. 607-641, 2012.

SEPPECHER, P. Flexibility of wages and macroeconomic instability in an agent-based computational model with endogenous money. **Macroeconomic Dynamics**, v. 16, n. S2, p. 284-297, 2012.

STRAATMAN, B.; MARCEAU, D. J.; WHITE, R. A generic framework for a combined agent-based market and production model. **Computational Economics**, v. 41, n. 4, p. 425-445, 2013.

TABAK, B. M.; CAJUEIRO, D. O.; SERRA, T. R. Topological properties of bank networks: the case of Brazil. **International Journal of Modern Physics C**, v. 20, n. 8, p. 1121-1143, 2009.

TABAK, B. M. *et al.* Quantifying price fluctuations in the Brazilian stock market. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 388, n. 1, p. 59-62, 2009.

TESFATSION, L. Agent-based computational economics: a constructive approach to economic theory. *In*: TEFATSION, L.; JUDD, K. L. (Ed.). **Handbook of Computational Economics**. Amsterdam: Elsevier, 2006. v. 2. p. 831-880.

TIEBOUT, C. M. A pure theory of local expenditures. **Journal of Political Economy**, v. 64, p. 416-424, 1956.

WAISELFISZ, J. J. **Mapa da violência**. São Paulo: Instituto Sangari, 2012.

WINIKOFF, M.; DESAI, N.; LIU, A. Principles and practice of multi-agent systems. **Multiagent and Grid Systems**, v. 8, n. 2, p. 125-126, 2012.

YA-QI, W. *et al.* Rumor spreading model with trust mechanism in complex social networks. **Communications in Theoretical Physics**, v. 59, n. 4, p. 510, 2013.

ZHANG, T.; GENSLER, S.; GARCIA, R. A Study of the Diffusion of Alternative Fuel Vehicles: an agent-based modeling approach. **Journal of Product Innovation Management**, v. 28, n. 2, p. 152-168, 2011.

#### BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

AFONSO, J. R. R.; MORAIS SOARES, J.; CASTRO, K. P. de. **Avaliação da estrutura e do desempenho do sistema tributário brasileiro**: livro branco da tributação Brasileira. Washington: IDB, 2013.

## APÊNDICE A

### PSEUDOCÓDIGO: MERCADO IMOBILIÁRIO

```
Função alocação domicílios inputs: (famílias, domicílios, regiões administrativas)
# Seleciona sample de famílias para entrar no mercado, dado o
parâmetro exógeno definido

Lista famílias no mercado = aleatoriamente escolhidas, no limite do
parâmetro, a partir do total de famílias
Cria dicionário para Mercado

# Seleciona domicílios desocupados e atualiza preços e qualidade para
todas as casas, a partir dos valores dos índices de cada região
Para cada domicílio:
    Atualiza preços, de acordo com a região do domicílio
    Atualiza qualidade, de acordo com a região do domicílio
    Se domicílio está desocupado
        Acrescenta domicílio no dicionário Mercado
    Calcula variável mediana dos recursos financeiros das famílias
    Para cada família dentre as famílias no mercado
        Família atualiza valor domicílio atual
        Se família contém número positivo de membros
            Set Mudança igual Falso
            Se família tem saldo inferior à mediana

# Comparação de casas que estão disponíveis.
# Verifica mais barata
    Escolhe um domicílio aleatório (1)
    Para cada domicílio
        Se preço do domicílio (2) for menor
        que do domicílio escolhido (1)
            Domicílio escolhido (2)
            Senão
            Domicílio escolhido (1)

# Confere a diferença valores
Se preço domicílio atual da família superior
ao preço nova casa
    # Deduz diferença
    Calcula diferença
    Atualiza valores da família
    Mudança Verdadeiro

Senão
# Comparação de casas disponíveis, escolhe melhor
qualidade
    Escolhe um domicílio aleatório (1)
    Para cada domicílio
        Se qualidade do domicílio (2)
        superior ao Domicílio escolhido(1)
            Domicílio escolhido (2)
        Senão
            Domicílio escolhido (1)
```

```
# Confere disponibilidade de fundos
Se preço domicilio atual da família
superior
mais dinheiro disponível da família é
superior ao preço nova casa
    # Deduz diferença
    Calcula diferença
    Atualiza valores da família
    Mudança Verdadeiro
```

```
# Mudança
Se Mudança verdadeiro
    # Saída
    Família esvazia residência
    # Nova residência
    Família registra novo domicilio
    Domicilio registra nova família residente
    Família registra endereço
    Família registra valor nova residência
```

## APÊNDICE B

### PSEUDOCÓDIGO: MERCADO DE BENS

**Função** equalização valores inputs(famílias)

Distribui os recursos totais da família entre os membros da família de forma equitativa

**Função** consumo inputs (firmas, regiões), processada no ambiente do consumidor

**Se** recursos monetários são positivos

**Se** recursos menores que um (dado que o parâmetro Beta é Exponencial)

Recurso a ser utilizado no consumo aleatório entre zero e o total

**Senão**

Recurso igual a valor aleatório entre zero e o total, descontado de um parâmetro exponencial (Beta, menor que zero e exógeno)

*# De acordo com tamanho do mercado (parâmetro), determina firma com produto mais barato e firma mais próxima*

*# Consome de cada produto que a firma oferece*

*# Na configuração deste trabalho, cada firma tem apenas um produto*

Cria lista mercado vazia

**Adiciona** de forma aleatória, número de firmas do tamanho do mercado à lista mercado

*# Escolhe firma com preços médios mais baratos*

Cria lista de preços vazia

**Para** cada firma no mercado selecionado

Adiciona os preços a lista preço

Seleciona da lista firma com o preço mínimo

*# Escolhe firma mais próxima*

Cria lista de distâncias vazias

**Para** cada firma no mercado

Calcula a distância, de acordo com a localização do consumidor

Adiciona a distância de cada firma à lista

Seleciona da lista firma com a distância mínima

*# Escolhe aleatoriamente entre a firma mais próxima e aquela com preços mínimos*

Escolhe entre firmas da lista menor distância e menor preço

*# Compra da firma escolhida*

Firma escolhida processa **Função vendas**, inputs (valor a consumir, região da firma); retorna troco

**Consumidor** atualiza valores em caixa, considerando dinheiro gasto e troco

*# Arredondamento, para famílias cujos recursos tendem a zero (sem salários, com consumo per capita recorrente)*

**Se** recursos menores que zero

Recursos igual a 0

*# Utilidade*

Atualiza a utilidade do consumidor a partir do valor consumido e um parâmetro exógeno

**Função** vendas input(self, recursos do consumidor, regiões), processada no ambiente da firma

```
Se recursos forem positivos
  # Para cada produto no inventário da firma, consome
  # proporcionalmente (a função funciona para vários produtos,
  # porém, no estudo, cada firma só tem um produto)
  identifica recursos por produto de acordo com o tamanho do
  inventário
  # Adiciona preço por unidade do produto e deduz dos recursos
  do consumidor
Para cada produto no inventário
  Se quantidade for positiva
    Quantidade adquirida será igual aos recursos
    disponíveis dividido por preço do produto
    # Verificando se a oferta é suficiente
    Se quantidade demandada maior ofertada
      Quantidade se adequa à ofertada
      Calcula o gasto, dada quantidade e
      preço
    Dedução quantidade do estoque
    # Impostos
    Acréscimo do valor vendido a empresa,
    deduzido dos impostos, de acordo com alíquota
    exógena
    Adiciona valor arrecadado à região da firma
    # Quantifica valor vendido
    Gera Informação para estatística
    # Consumidor
    Deduz valores gastos da conta do consumidor

Retorna troco, se necessário
```

## APÊNDICE C

### PSEUDOCÓDIGO: MERCADO DE TRABALHO

**classe** Pareamento

```
Função firma oferta posto
    Cria dicionário com firmas que oferecem postos

Função candidatos se oferecem
    Cria dicionário com agentes que preenchem os pré-requisitos
    de idade e condição de desocupação

Função pareamento
    # Ranqueia postos por salários pagos e candidatos por qualificação
    # Fazendo o pareamento
    Enquanto lista candidatos maior que zero e lista de firmas
    maior que zero
        # Mais alto salário pago
        Escolhe firma aleatória, dentre as ofertantes (1)
        Para cada firma
            Se Salário ofertado (2) for maior que o da
            firma (1)
                Seleciona firma (2)
            Senão
                Seleciona firma (1)
        # Mais alta qualificação do candidato
        Escolhe candidato aleatório (3)
        Para cada candidato
            Se qualificação candidato (4) for maior que
            do candidato (3)
                Seleciona candidato (4)
            Senão
                Seleciona candidato (3)

        # Candidatos mais próximos da firma
        Escolhe candidato aleatório (5)
        Para cada candidato (6)
            Para cada firma (7)
                Se distância à firma for menor
                Seleciona candidato (5)
            Senão
                Seleciona candidato (6)
        # Escolhe entre melhor candidato ou que more mais
        próximo aleatoriamente
        Escolhe candidato
        # Firma adiciona empregado com função própria
        Firma que paga maior salário adiciona candidato
        selecionado
        # Remove candidato e firma dos dicionários
        Deleta firma com maior salário
        Deleta candidato escolhido
```



## APÊNDICE D

### **PROTOCOLO OVERVIEW, DESIGN CONCEPTS, DETAILS (ODD)<sup>1</sup>**

The model description follows the ODD (Overview, Design concepts, Details) protocol for describing individual – and agent-based models (Grimm *et al.* 2006; 2010).

#### **1 PURPOSE**

The model is a first exercise to observe the economy in its full spatially explicit environment, its markets, and main agents in order to capture taxes mechanisms and their effects as a means to enable public policy evaluation *ex-ante*. The model falls within the simple category and it is a loosely expansion of Lengnick (2013) and Gaffeo *et al.* (2008) with the introduction of spatially bounded government regions. Proven its validity, Brazilian intricate tax system can be inserted into the model and subnational development in the medium term could be analyzed. The main hypothesis is that for a given labor market area where citizens commute daily; making changes to political administrative boundary impacts citizens quality of life. The results of the model suggest that it may be the case.

#### **2 ENTITIES, STATE VARIABLES, AND SCALES**

The model contains classes of agents, families, households, firms, and government, along with accessory classes.

All members of all classes have their own unique identification (IDs). Agents keep their current workplace ID, family and household IDs. Families keep track of all their members and current household. Households knows which family is currently hosting, if any, their government region ID. Firms knows all their employers IDs and its government region ID. Government is passive and money is transferred directly from consumers at the buying moment. Each government region has its own ID.

---

1. Conforme mencionado na subseção 2.1, este protocolo será apresentado em inglês, para fins de comparação.

The *agents* have age (in years), qualification (in years of study), utility and money attributes along with family and household identification. They also have processes to update money balance and consumption procedures. Agents buy and work in firms, are members of families and can move among households along with their families.

*Families* are groups of agents. Consumption money is always equally divided among family members. Families move among households. They register the current household address and value.

*Households* are fixed in space, have prices (proportional to size and Quality Index of the government region), size and quality and addresses. Quality and prices are updated monthly, given that the Quality Index at the government region has been updated.

*Government* are within sets of pre-defined boundaries. They have a Quality Index and collect taxes deducing amount from firms when selling to costumers within their territory. They invest all treasure into Quality Index updates.

*Firms* have one product (with price and quantity), monthly balance, profits, addresses (x, y), and constantly knows its employees. They are fixed in space and process sales, production (with product quantity update), hire and fire decisions, and make employers payment.

The model was designed to run for 20 years, but there is no strict limit applied. It runs in terms of days, months (of 21 days), quarters and years, following Lengnick (2013). In this configuration 5,040 days represent 20 years.

The spatial boundaries are determined exogenously through parameters. We used -10, 10 on horizontal and vertical axis with location within the square in float precision.

Along with the main classes, accessory classes include a system of *communication* that holds the labor market procedures; *statistics, output, plotting, main, control* (that iterates over simulations), *generator* that creates the instances of agents, families, households and firms before simulation; *parameters; space and time iteration*. A *products* class was also built to facilitate new products development. However, in the current model only one product is in effect.

### 3 PROCESS OVERVIEW AND SCHEDULING

The model runs in a discrete mode fully using the Object-Oriented Programming (OOP) paradigm. A time schedule procedure is described in section 2.2.7. The pseudocode of the main processes are also available at appendices A, B and C.

The model was designed for a Python 3.X environment. Thus, it makes full use of classes, their variables and methods with variable updating being processed when methods are called. In order to run one simulation step, instances of the classes are created to make sure that objects are updated correctly. According the description of item 2, we have the following instances: `my_agents`, `my_regions`, `my_houses`, `my_firms`, `my_journal` (communications), `my_parameters`, `my_simulation` (TimeControl). R is used to process the results and produce plots.

### 4 DESIGN CONCEPTS

*Basic principles.* The model is an extension of some principles from Lengnick (2013) and Gaffeo *et al.* (2008) with many adaptations. Given the lack of simple models (Hoog, Deissenberg e Dawid, 2008), some processes are new implementations. Mainly these processes are the markets of goods, labor and houses and the decision processes of firing and hiring, setting of goods prices and wages, following earlier literature (Bergmann, 1974; Blinder, 1982; 1994; Michaely e Roberts, 2012).

#### 4.1 Prices

Firms rationalize on prices given their current stock. When quantity produced is below a given parameter threshold, firms raise prices by some parameter percentage, i.e. price is given by cost but when there is enough demand a *mark-up* value is added to price. Otherwise, when quantity is above that same parameter threshold price is given by cost.

## 4.2 Wages

Firms pay additional proportional wages when they have had profits. That is, they follow a profit distribution procedure when possible (Michaely e Roberts, 2012). When having losses, firms pay wages solely proportionally to employees' qualification. Production is also a function of employees' qualification.

## 4.3 Goods market

Firms offer their products with given prices. Consumers choose from a subsample of firms; which is determined by a parameter of the model. When considering to purchase, consumers randomly decides from firms that either have the minimum price (Mankiw, 2011) or is the closest from its residence (Fujita, Krugman e Venables, 1999; Lösch, 1954).

## 4.4 Labor market

Candidates of age with a given qualification offer themselves repeatedly on the market. Firms offer posts given their current additional wage as a function of current profits. When experiencing losses, firms wage post is the unit. Matching happens between most qualified employee and either (randomly) closest firm and the one paying highest wages.

## 4.5 Hiring and firing

Firms decide on hiring or firing periodically, given an exogenous parameter. Typically, once every four months. When profit is positive, they offer one post. When profit is negative, they fire an employee. Hiring follows the process described in the labor market. The employee to be fired is chosen randomly from the pool of employees of the firm.

## 4.6 Housing market

Families enter the housing market periodically, following an exogenous parameter (Ibbotson, Siegel e Love, 1985). Once in the market, their decision to move is for more quality, when families have wealth above the median of all families; or to move for cheaper houses and capitalizing on the difference, following a general model of urban economics (Brueckner, 1987; Dipasquale e Wheaton, 1996). In the first case, for each family in search, the available houses are ranked in order of quality. If the family's

wealth plus the value of the current house is enough to best house, the transaction and the move occurs. In the second case, each family goes for the cheapest house.

#### 4.6.1 Emergence

As output of the model, typical indicators of the economy are produced. We believe many of the results to be endogenous and robust on the parameters of the model. Built-in the model is the idea of economies of agglomeration and disagglomeration (Fujita, Krugman e Venables, 1999) and urban economics in general (Brueckner, 1987; Dipasquale e Wheaton, 1996). That is, the center (or the region) where there is a concentration of firms that are performing well tend to attract agents. Simultaneously, rent prices rise and such process expels families to poor suburbs. However, the central region is an endogenous result of the model.

#### 4.6.2 Adaptation and learning

Agents, families or firms do not adapt in the sense that they change the process of decision-making. However, the looseness of families in respect to household attachment along with the dynamics of price changing implies that families have to financially adapt to constant changing environment.

#### 4.6.3 Objectives

Families' objective is either try to move to better quality places or have enough resources to keep consuming. Their 'success rate' is measured by their members' *utility*, which is an indicator that cumulatively measures their actual consumption. Firms' objective is to increase in size and keep on hiring and producing more and more. However, when out of equilibrium, objective changes to restore financial health (firing employees and lowering wages). Government (implicit) objective is to increase Quality Index.

#### 4.6.4 Prediction

Decisions of all agents are based on cross-sectional information and do not try to infer the future. The model as a whole is intended as a comprehension mechanism and as a provider to the specific questions posed.

#### 4.6.5 Sensing

Sensing is global for agents when looking for jobs. When consuming, sensing is restricted to the given number of firms defined (parameter) as its private market. Household price and quality changing mechanism is proportional to the observed at their region; which in turn is proportional to the sales of firms acting in the region.

#### 4.6.6 Interaction

Interaction happens competitively at the three designed models. However, agents and firms interact directly only in the sense that they may be excluded from the selection process (of hiring or consuming), given that they have lower qualification, are offering lower salaries or expensive products. Implicitly, agents at the same region share the same Quality Index. Thus, families benefit from high quality households that is given by profitable firms in the region.

#### 4.6.7 Stochasticity

Stochasticity plays an important role at this version of the model. All population of agents, families, firms, households is generated from a random process. Random decisions between two alternatives occur when deciding either for closest or cheapest product and for most qualified or closest living employee. Further, there is a random process when the agent decides the amount for consumption monthly and when the firm makes its firing decision.

#### 4.6.8 Collectives

The only collective in the present model are the families. They have been described as a class above.

#### 4.6.9 Observation

A number of statistics are collected on a monthly basis. However, they do not interfere endogenously, except for the average families' wealth (interferes on moving decision). The indicators available are absolute production sold (gross domestic product – GDP), unemployment, average number of employees per firm, average utility of agents, average prices, average firms' balance, sum of firms' profit, GINI inequality index (based on families' average utility). Firms individually calculate and use their

profits endogenously. Every three months they record their total balance and then they calculate next months' profit in relation to the recorded value.

#### 4.6.10 Parameters

The following parameters are requested from the modeler at every simulation (see section 2.4).

#### 4.6.11 Iteration

Given the artificialness of the population and the stochasticity described, the model was run 1,000 times for each regional configuration (one, four or seven regions) and the results are presented in terms of distributional statistics.

## 5 INITIALIZATION

At time 0 of the simulation, a number of processes has already run and will not run again (see section 2.2.7). Given that this model is an artificial test aimed at scrutinizing (and proposing) the model itself and allowing only a hinted indication of public policy, the population is always a different one for each different run, given the parameters discussed. It is our plan to apply the model to a metropolitan area with fixed given population.

## 6 INPUT DATA

The model does not use input data, as it is.

## 7 SUBMODELS

For submodels, see appendices A, B and C.

## REFERENCES

- BERGMANN, B. R. A microsimulation of the macroeconomy with explicitly represented money flows. *In: ECONOMIC AND SOCIAL MEASUREMENT*, 3., 1974, New York. **Anais...** New York: NBER, 1974. v. 3. p. 475-489.
- BLINDER, A. S. Inventories and sticky prices. **American Economic Review**, p. 334-48, 1982.
- \_\_\_\_\_. On sticky prices: academic theories meet the real world. In: MANKIW, N. G. (Ed.). **Monetary policy**. Chicago: The University of Chicago Press, 1994. p.117-154.
- BRUECKNER, J. The structure of urban equilibria: a unified treatment of the Muth-Mills model. *In: EDWIN, S. M. (Ed.). Handbook of regional and urban economics*. Oxford: Elsevier Science Publishers, 1987. v. 2. p. 821-845.
- DIPASQUALE, D.; WHEATON, W. C. **Urban economics and real estate markets**. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1996.
- FUJITA, M.; KRUGMAN, P.; VENABLES, A. **The spatial economy: cities, regions and international trade**. Cambridge, United States: MIT Press, 1999.
- GAFFEO, E. et al. Adaptive microfoundations for emergent macroeconomics. **Eastern Economic Journal**, v. 34, n. 4, p. 441-463, 2008.
- GRIMM, V. et al. A standard protocol for describing individual-based and agent-based models. **Ecological modelling**, v. 198, n. 1, p. 115-126, 2006.
- \_\_\_\_\_. The ODD protocol: a review and first update. **Ecological Modelling**, v. 221, n. 23, p. 2760-2768, 2010.
- HOOG, S. van der; DEISSEBERG, C.; DAWID, H. Production and finance in EURACE. *In: SCHREDELSEKER, K.; HAUSER, F. (Ed.). Complexity and artificial markets*. Heidelberg: Springer, 2008. p. 147-158.
- IBBOTSON, R. G.; SIEGEL, L. B.; LOVE, K. S. World wealth: market values and returns. **Journal of Portfolio Management**, v. 12, n. 1, p. 4-23, 1985.
- LEGNICK, M. Agent-based macroeconomics: a baseline model. **Journal of Economic Behavior & Organization**, v. 86, p. 102-120, 2013.
- LÖSCH, A. **The economics of location**. New Haven: Yale University Press, 1954.
- MANKIW, N. G. Principles of Economics. 6. ed. Cincinnati: South-Western College Pub, 2011.
- MICHAELY, R.; ROBERTS, M. R. Corporate dividend policies: lessons from private firms. **Review of Financial Studies**, v. 25, n. 3, p. 711-746, 2012.





## **EDITORIAL**

### **Coordenação**

Cláudio Passos de Oliveira

### **Supervisão**

Andrea Bossle de Abreu

### **Revisão**

Camilla de Miranda Mariath Gomes  
Carlos Eduardo Gonçalves de Melo  
Elaine Oliveira Couto  
Laura Vianna Vasconcellos  
Luciana Bastos Dias  
Luciana Nogueira Duarte  
Thais da Conceição Santos Alves (estagiária)  
Vivian Barros Volotão Santos (estagiária)

### **Editoração**

Roberto das Chagas Campos  
Aeromilson Mesquita  
Aline Cristine Torres da Silva Martins  
Carlos Henrique Santos Vianna  
Glaucia Soares Nascimento (estagiária)  
Vânia Guimarães Maciel (estagiária)

### **Capa**

Luís Cláudio Cardoso da Silva

### **Projeto Gráfico**

Renato Rodrigues Bueno

*The manuscripts in languages other than Portuguese  
published herein have not been proofread.*

### **Livraria Ipea**

SBS – Quadra 1 - Bloco J - Ed. BNDES, Térreo.  
70076-900 – Brasília – DF  
Fone: (61) 2026-5336

Correio eletrônico: [livraria@ipea.gov.br](mailto:livraria@ipea.gov.br)







### **Missão do Ipea**

Aprimorar as políticas públicas essenciais ao desenvolvimento brasileiro por meio da produção e disseminação de conhecimentos e da assessoria ao Estado nas suas decisões estratégicas.



**ipea** Instituto de Pesquisa  
Econômica Aplicada

Ministério do  
Planejamento

