

2197

TEXTO PARA DISCUSSÃO

UM ESTUDO SOBRE O ENDIVIDAMENTO PÚBLICO NO BRASIL E IMPLICAÇÕES

Mário Jorge Mendonça
Tito Belchior Moreira
Luis Alberto Medrano
George Henrique Cunha



ipea

UM ESTUDO SOBRE O ENDIVIDAMENTO PÚBLICO NO BRASIL E IMPLICAÇÕES

Mário Jorge Mendonça¹
Tito Belchior Moreira²
Luis Alberto Medrano³
George Henrique Cunha⁴

1. Técnico de planejamento e pesquisa da Diretoria de Estudos e Políticas Macroeconômicas (Dimac) do Ipea. *E-mail*: <mario.mendonca@ipea.gov.br>.

2. Professor e pesquisador do Departamento de Economia da Universidade Católica de Brasília (UCB). *E-mail*: <tito@pos.ucb.br>.

3. Assistente de pesquisa da Dimac/Ipea; e professor da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ). *E-mail*: <lmedrano10@msn.com>.

4. Professor e pesquisador do Departamento de Economia da UCB. *E-mail*: <george@ucb.br>.

Governo Federal

Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão
Ministro Valdir Moysés Simão

ipea Instituto de Pesquisa
Econômica Aplicada

Fundação pública vinculada ao Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão, o Ipea fornece suporte técnico e institucional às ações governamentais – possibilitando a formulação de inúmeras políticas públicas e programas de desenvolvimento brasileiro – e disponibiliza, para a sociedade, pesquisas e estudos realizados por seus técnicos.

Presidente

Jessé José Freire de Souza

Diretor de Desenvolvimento Institucional

Alexandre dos Santos Cunha

Diretor de Estudos e Políticas do Estado, das Instituições e da Democracia

Roberto Dutra Torres Junior

Diretor de Estudos e Políticas Macroeconômicas

Mathias Jourdain de Alencastro

Diretor de Estudos e Políticas Regionais, Urbanas e Ambientais

Marco Aurélio Costa

Diretora de Estudos e Políticas Setoriais de Inovação, Regulação e Infraestrutura

Fernanda De Negri

Diretor de Estudos e Políticas Sociais, Substituto

José Aparecido Carlos Ribeiro

Diretor de Estudos e Relações Econômicas e Políticas Internacionais, Substituto

Cláudio Hamilton Matos dos Santos

Chefe de Gabinete

Fabio de Sá e Silva

Assessor-chefe de Imprensa e Comunicação

Paulo Kliass

Ouvidoria: <http://www.ipea.gov.br/ouvidoria>

URL: <http://www.ipea.gov.br>

Texto para Discussão

Publicação cujo objetivo é divulgar resultados de estudos direta ou indiretamente desenvolvidos pelo Ipea, os quais, por sua relevância, levam informações para profissionais especializados e estabelecem um espaço para sugestões.

© Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada – **ipea** 2016

Texto para discussão / Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada.- Brasília : Rio de Janeiro : Ipea , 1990-

ISSN 1415-4765

1. Brasil. 2. Aspectos Econômicos. 3. Aspectos Sociais.
I. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada.

CDD 330.908

As opiniões emitidas nesta publicação são de exclusiva e inteira responsabilidade dos autores, não exprimindo, necessariamente, o ponto de vista do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada ou do Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão.

É permitida a reprodução deste texto e dos dados nele contidos, desde que citada a fonte. Reproduções para fins comerciais são proibidas.

JEL: H24; N46; E62.

SUMÁRIO

SINOPSE

ABSTRACT

1 INTRODUÇÃO	7
2 RELAÇÃO ENTRE A DÍVIDA LÍQUIDA E A DÍVIDA BRUTA E IMPLICAÇÕES	9
3 TESTE DE CAUSALIDADE ENTRE DÍVIDA LÍQUIDA E DÍVIDA BRUTA	18
4 APLICAÇÃO DO MFD PARA PREVISÃO DA DBSP	20
5 BASE DE DADOS	26
6 RESULTADOS	27
7 EFEITOS DA DÍVIDA PÚBLICA SOBRE O CRESCIMENTO ECONÔMICO	29
8 COMENTÁRIOS FINAIS	33
REFERÊNCIAS	35
BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR	37
APÊNDICE A – TESTE DE CAUSALIDADE DE GRANGER ENTRE AS DÍVIDAS BRUTA E LÍQUIDA	38
APÊNDICE B	41
APÊNDICE C – GRÁFICOS DA PREVISÃO DA DÍVIDA BRUTA DO SETOR PÚBLICO (DBSP), DÍVIDA LÍQUIDA DO SETOR PÚBLICO (DLSP) E PRODUTO INTERNO BRUTO (PIB) PARA OS PRÓXIMOS 24 MESES	44

SINOPSE

Este estudo tem como objetivo revisitar o problema da sustentabilidade do endividamento público no Brasil, investigando a evolução da dívida bruta do setor público (DBSP), a relação entre os seus passivos e haveres, a implicação futura da dívida bruta sobre a dívida líquida, além de fazer previsão sobre a dívida bruta do governo geral (DBGG) para os próximos dois anos. Mostramos que o exame pontual do conceito de dívida líquida (dívida bruta menos ativos do setor público) pode encobrir questões importantes acerca do endividamento.

Coube indagar se é possível ter alguma ideia acerca do comportamento futuro da dívida líquida com base na *performance* presente da dívida bruta. Nesse contexto, realizamos um teste de causalidade de Granger entre a dívida líquida do governo geral (DLGG) e a DBGG. Os resultados empíricos mostram que a DBGG causa no sentido de Granger a DLGG.

Com base no modelo fatorial dinâmico (MFD) foi feita previsão da razão DBSP/produto interno bruto (PIB) e seus componentes para o horizonte de 24 meses. Os resultados mostram que a previsão é de subida forte para a dívida externa e das operações compromissadas. Em agosto de 2016, a previsão é que elas alcancem os valores, respectivamente, de 10% e 17% do PIB. Os resultados empíricos também mostram a previsão da dívida líquida do setor público (DLSP). Vimos que essa variável chega a 44% do PIB em agosto de 2016. Observa-se ainda a previsão para o PIB acumulado que apresenta queda forte na atividade econômica. Entre setembro de 2015 a agosto de 2016, a previsão é de retração de 3,5%.

Por fim, testamos qual o efeito do endividamento sobre o crescimento da economia. Os resultados empíricos mostram que as variações da DBGG e da DLGG como proporção do PIB têm efeito negativo sobre a taxa de crescimento do PIB no período analisado e que, a partir da crise do *subprime* em 2009, esse efeito negativo se intensificou.

Palavras-chave: dívida bruta; dívida líquida; crescimento econômico; causalidade de Granger; modelo fatorial dinâmico.

ABSTRACT

This study aims to revisit the issue of the sustainability of public indebtedness in Brazil, investigating the evolution of gross debt of public sector, the relationship between its liabilities and assets of the public sector, the future implications of gross debt to net debt and to make forecast of the gross debt of the general government for the next two years. We show that the examination of the concept of net debt (gross debt less public sector assets) can cover up important questions about the public indebtedness.

We ask if one can have some idea about the future behavior of net debt based on the present performance of gross debt. In this context, we conducted a Granger causality test between the net (DLGG) and gross debt (DBGG) of the general government. Empirical results show that DBGG Granger cause DLGG.

We apply the Dynamic Factorial Model (MFD) to make forecast on the gross debt of public sector and its major components. The results display a strong rise in foreign debt and repurchase agreements. In August 2016 they reach, respectively, 10% and 17% of GDP. The results also show the forecast of the net debt (DLSP). It is shown that DLSP reaches 44% of GDP in August 2016. The GDP also shows sharp drop in economic activity. From September 2015 to August 2016 this variable decreases around 3.5%.

Finally, we check the effect the indebtedness on economic growth. The empirical results show that the rise of both the gross and the net debt as a proportion of GDP has a negative effect on the growth rate of the GDP.

Keywords: gross and net indebtedness; economic grow; Granger causality test; dynamic factorial model.

1 INTRODUÇÃO

A análise da sustentabilidade do endividamento público no Brasil tem sido feita com base no conceito de dívida líquida do setor público (DLSP).¹ Desde meados de 2003, essa dívida caiu de 60% do produto interno bruto (PIB), em janeiro de 2003, para 33% do PIB, em janeiro de 2014. Vários trabalhos indicaram a sustentabilidade do endividamento (Goldfajn, 2002; Goldfajn e Guardia, 2003; Silva e Pires, 2006). Mendonça, Pires e Medrano (2008), com base numa abordagem iniciada por Garcia e Rigobon (2004), utilizam o modelo Markov Switching, com o objetivo de captar mudanças estruturais de comportamento na administração da dívida pública.² Esses autores projetaram a trajetória da dívida pública a partir de 2008 por meio de simulações de Monte Carlo, sendo que os resultados indicaram que a dívida pública brasileira era sustentável no médio prazo.

Mais recentemente, no entanto, tem-se percebido o fato de que o exame da dívida líquida para responder à questão da sustentabilidade apresenta sérias restrições.³ A dívida líquida, dívida bruta⁴ menos ativos (haveres), tem diminuído não porque a dívida bruta tem diminuído; ao contrário, o endividamento bruto do governo geral⁵ tem crescido, saindo de 48% do PIB em 2006 e chegando a 60% em agosto de 2015. Se considerarmos a dívida bruta do setor público (DBSP), esta tem crescido com intensidade bem maior, indo de 64% a 74% do PIB no mesmo período. De fato, o que aconteceu para que a dívida líquida apresentasse uma trajetória declinante é que os haveres públicos também cresceram fortemente tanto no nível do governo geral como no setor público consolidado. A observação de que os ativos aumentaram mais que a dívida bruta, resultando numa queda da dívida líquida, traz à tona alguns pontos importantes.

1. Engloba o setor público como um todo, incluindo, além do governo geral, o Banco Central do Brasil (BCB) e as empresas estatais não financeiras, exceto Petrobras e Eletrobras.

2. Ver também Mendonça, Medrano e Sachsida (2011).

3. Considera-se que a dívida bruta é melhor como medida de risco de rolagem da dívida, enquanto a dívida líquida é mais apropriada para mensurar o risco de solvência.

4. Atualmente existem duas séries para a dívida bruta do governo geral (DBGG). A série calculada pela metodologia antiga engloba todos os títulos do Tesouro mantidos na carteira do BCB. Nesse caso, estes títulos entram no cálculo da dívida bruta, sendo que os títulos que o banco emitia visando à política monetária não eram considerados. A série calculada pela metodologia nova, a partir de 2006, não leva em conta o estoque de títulos do Tesouro na carteira do BCB; considera somente as operações compromissadas.

5. Inclui as administrações diretas federal, estaduais e municipais, as administrações indiretas e o Instituto Nacional do Seguro Social (INSS).

Primeiro, os *superavit* primários não foram usados para reduzir a dívida bruta, mas sim financiar a aquisição de novos ativos. Segundo, a evolução da dívida líquida no futuro depende de fatores que regem a dinâmica da dívida bruta e os ativos. No caso da dívida, deve-se considerar, entre outros fatores, a taxa de juros implícita que depende de indexadores, vencimento, maturação etc. Quanto ao ativo, temos que a rentabilidade, inadimplência etc. são alguns dos fatores a serem considerados. Quanto mais distintos forem os parâmetros que regem a dívida em relação ao ativo, menor a probabilidade de que o ativo funcionará como *hedge* para a dívida bruta. Por exemplo, se grande parte dos ativos do Tesouro junto ao Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social (BNDES) é utilizada pela instituição de fomento como créditos subsidiados para financiar poucas empresas que operam dentro e fora do país, então pode haver um grande risco de crédito em função da alta concentração de recursos em posse de poucas empresas ou setores, o que tornaria esses ativos ou haveres garantias duvidosas.

Terceiro, dependendo do modo como esses haveres são financiados, o seu acúmulo pelo setor público, onde se destacam as reservas internacionais e os créditos às instituições oficiais, pode comprometer a eficiência da política monetária. O acúmulo grande de reservas internacionais teve como efeito colateral o aumento das operações compromissadas que são utilizadas para financiar a aquisição das divisas. Também os créditos concedidos às instituições oficiais podem ter efeito sobre a política monetária tanto quando é feito por meio de recursos orçamentários como, sobretudo, por meio da entrega de títulos públicos diretamente ao BNDES. Nesse caso, o BNDES faz o papel de autoridade monetária, pois vende títulos do Tesouro no mercado para financiar seus projetos de investimento. No momento da venda dos títulos há uma redução de liquidez na economia, mas, ao liberar recursos para os projetos eleitos, ocorre alavancagem dos créditos da economia. Esse é um caso curioso, pois essas operações lembram quando o Banco do Brasil também funcionava como autoridade monetária, até 1986.

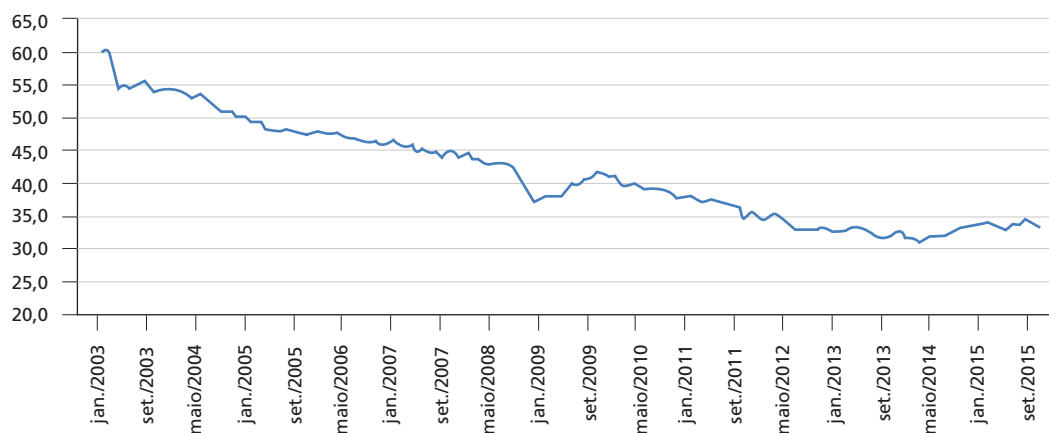
Este estudo tem como objetivo revisitar o problema acerca da sustentabilidade do endividamento público no Brasil, investigando a evolução da DBSP, a relação entre os seus passivos e haveres, a implicação futura da dívida bruta sobre a dívida líquida, além de fazer previsão sobre a DBGG para os próximos dois anos. A pesquisa está estruturada da seguinte forma: na seção 2, procura-se encontrar as conexões entre o passivo e o ativo do setor público, ressaltando a importância de se considerarem as implicações do aumento da dívida bruta sobre a sustentabilidade do setor público; na

seção 3, aplicamos o teste de causalidade de Granger, de modo a verificar se o aumento da dívida bruta no presente implica um aumento da dívida líquida no futuro; na seção 4, introduzimos o modelo fatorial dinâmico (MFD) com o propósito de modelar a previsão da evolução da DBSP; a descrição e os comentários referentes à base de dados são apresentados na seção 5, enquanto os resultados obtidos pelo MFD são mostrados e comentados na seção 6; a seção 7 avalia o efeito que o aumento da dívida bruta exerce sobre o crescimento do PIB; e, por fim, a seção 8 destina-se aos comentários finais.

2 RELAÇÃO ENTRE A DÍVIDA LÍQUIDA E A DÍVIDA BRUTA E IMPLICAÇÕES

Desde meados de 2003, a DLSP vinha numa trajetória fortemente descendente, passando de 60% do PIB em janeiro de 2003 para 31,5% em janeiro de 2014. Isso parecia indicar que a questão da sustentabilidade da DLSP como foco de atenção dos economistas era coisa do passado. No entanto, desde essa data, parece ter havido uma mudança na trajetória da dívida líquida, observando-se uma reversão na trajetória descendente da DLSP. O fato é que, conforme mostra o gráfico 1, até o momento, dois anos depois de janeiro de 2014, a DLSP continua aumentando, o que suscita a questão de que a sustentabilidade da dívida pública pode novamente ser objeto de análise.

GRÁFICO 1
DLSP (jan./2003-set./2015)
(Em %)



Elaboração dos autores.

A fim de iniciar nossa investigação acerca do que está por trás da elevação da DLSP desde janeiro de 2014, iremos utilizar algumas definições básicas. Notemos que a dinâmica da DLSP é definida pela seguinte equação:

$$DLSP = DLSP_{-1} + JUROS + DPRIM + AJST \text{ (ou } \Delta DLSP \equiv DN + AJST) \quad (1)$$

ou seja, a DLSP, no final de um dado período contábil, é dada pelo seu próprio valor no final do período anterior ($DLSP_{-1}$) somado ao juros nominais (JUROS), ao *deficit* primário (DPRIM) do setor público e aos ajustes patrimoniais (AJST) ocorridos no período. O DPRIM é definido na equação (2):

$$DPRIM \equiv \text{Desp Prim} - \text{Rec Prim} \quad (2)$$

onde a diferença entre as despesas primárias (Desp Prim) e as receitas primárias (Rec Prim), ou seja, o *deficit* primário, é dada pelo valor total das despesas públicas correntes, excluindo aquelas relativas ao pagamento de juros sobre a dívida pública,⁶ menos o valor total das receitas públicas primárias (isto é, o valor total das receitas públicas correntes de bens, excluindo aquelas relativas ao recebimento de juros sobre os haveres públicos).

Ao considerar os ajustes patrimoniais (AJST), isto é, mudanças na DLSP que não têm qualquer associação com o tamanho relativo das despesas e receitas correntes (tanto primárias quanto com juros) do setor público, nota-se que esses ajustes podem ser divididos em três grandes grupos: *i*) ajustes cambiais; *ii*) ajustes relativos às privatizações; e *iii*) ajustes devidos ao reconhecimento de dívidas (ou, no jargão, esqueletos). Os do primeiro grupo refletem as mudanças no valor (em reais) da DLSP (denominada em moeda estrangeira ou indexada à taxa de câmbio), causadas por variações cambiais, enquanto os do segundo grupo refletem os recursos obtidos pelo governo com a venda de suas empresas ao setor privado, e os do terceiro refletem novas dívidas criadas por conta de decisões judiciais e/ou políticas.

6. Curiosamente, porém, incluindo as "despesas de investimento" (em capital fixo), ainda que essas sejam formalmente "despesas de capital" e não "despesas correntes". Para mais detalhes, ver Blanchard e Giavazzi (2004).

A definição de DLSP que aparece em (1) é feita tomando os valores correntes. Contudo, a medida correta para o acompanhamento dessa variável e seu impacto sobre a economia se faz por meio da chamada razão entre a DLSP e o PIB.⁷ Pode-se demonstrar que a razão DLSP/PIB (d) pode ser expressa da seguinte forma:⁸

$$d_t = (1 + r_{t-1} - g_t)d_{t-1} + f_t + x_t \quad (3)$$

De acordo com a equação (3) observa-se que a trajetória da relação entre a dívida pública e o PIB (d) está diretamente determinada pelo comportamento de variáveis macroeconômicas fundamentais, tais como a taxa de juros real⁹ (r) e a taxa de crescimento real do PIB (g), bem como o *deficit* primário como proporção do PIB (f) e os ajustes patrimoniais também como proporção do PIB (x). Obtendo-se a trajetória para estas variáveis, é possível calcular a trajetória esperada para a DLSP.

O gráfico 2 apresenta a evolução dos principais componentes da DLSP. Nele são mostradas as séries acumuladas nos últimos doze meses dos juros nominais, os ajustes cambiais, a necessidade de financiamento do setor público (NFSP) e o efeito do crescimento do PIB (EFPIB) sobre a dívida líquida. Todas as variáveis foram tomadas em relação ao PIB. A NFSP é a soma dos juros nominais e o *deficit* primário. A equação (3) mostra que o efeito do crescimento do PIB tem efeito negativo sobre a razão dívida/PIB (d).

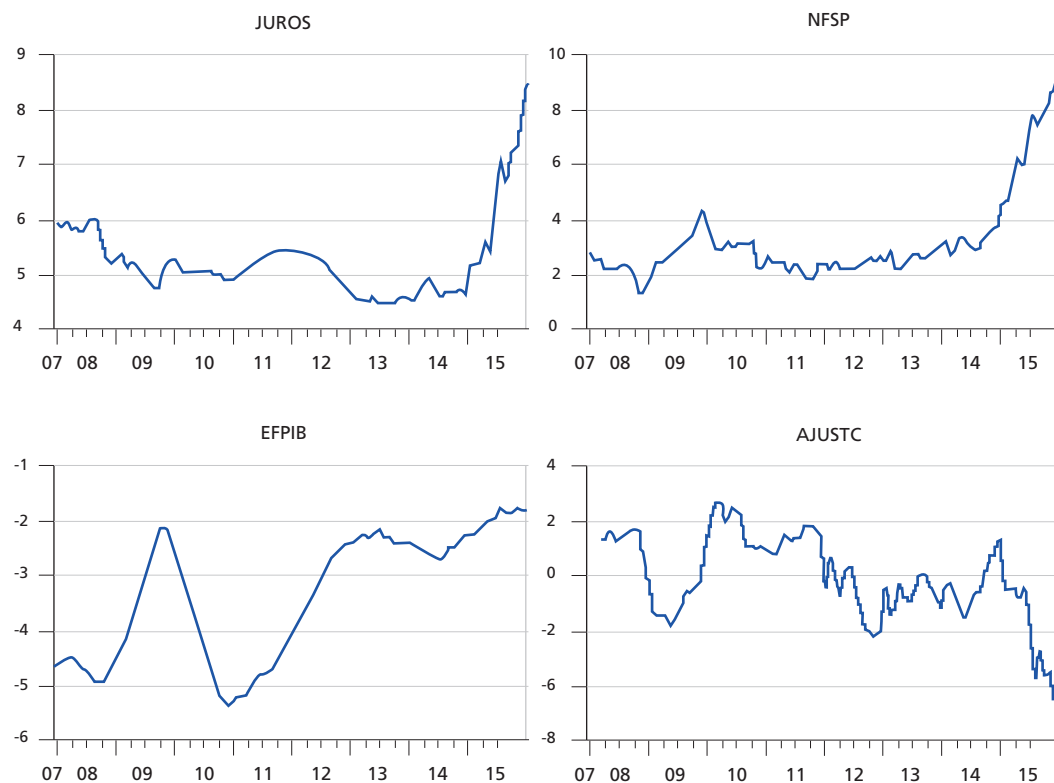
Com base no gráfico 2, podemos intuir por que a relação dívida/PIB começa a crescer a partir de janeiro de 2014. Em primeiro lugar, tanto o pagamento de juros quanto a NFSP crescem acentuadamente a partir dessa data. Nota-se que as séries da NFSP e de juros seguem juntas não apenas na mesma direção, mas também quantitativamente, indicando que o resultado primário está tendo pouco efeito sobre o resultado da NFSP. De fato, para o ano de 2014, o resultado primário foi negativo, ficando em 0,6% do PIB, enquanto, para 2015, o saldo acumulado até setembro se mantém negativo, estando em 0,1% do PIB.

7. A explicação para se usar a razão dívida/PIB como medida certa para se acessar o endividamento se deve ao fato de que a arrecadação e outras receitas do governo que afetam a dívida estão diretamente relacionadas com o PIB.

8. Para detalhes acerca da derivação, ver Mendonça, Pires e Medrano (2008).

9. Que, por sua vez, embute a taxa de juros nominal e a inflação de modo que $1 + r_{t-1} = \frac{(1 + i_{t-1})}{(1 + \pi_t)}$, onde π_t é a taxa de inflação.

GRÁFICO 2
Evolução dos condicionantes da DLSP
(Em % do PIB)



Elaboração dos autores.

Note-se ainda que o EFPIB sobre a redução do endividamento tem diminuído fortemente desde o início de 2014. Embora a maior queda tenha se dado a partir de meados de 2010, podemos perceber que, no período mais recente, a contribuição do PIB para mitigar o endividamento está próxima de um nível crítico. Destaca-se que o ajuste cambial (AJUSTC) foi o único fator condicionante que contribuiu de modo mais significativo para diminuir a dívida. Em suma, importa ter em mente que o pagamento de juros é o principal fator condicionante para a reversão da trajetória da DLSP a partir de janeiro de 2014. A questão que se coloca é por que o pagamento de juros se tornou tão expressivo a ponto de causar reversão na trajetória de queda da DLSP. De modo a responder essa questão é necessário investigar o que provocou o aumento dos dispêndios de juros. Isso é algo que encontra resposta no âmbito da dívida bruta, tendo em vista que:

$$DLSP = DBSP - ATSP \quad (4)$$

Onde ATSP representa os ativos do setor público, podemos ver uma relação entre as dívidas bruta e líquida, o que nos permite avançar um pouco na discussão. Sabendo que $DN = JUROS + DPRIM$, onde DN é o *deficit* nominal, podemos reescrever (1) de modo que:

$$\Delta DLSP \equiv DLSP - DLSP_{-1} = JUROS + DPRIM + AJST = DN + AJST$$

O que implica que $\Delta DLSP = DN + AJST$.

De (4) ficamos com $\Delta DLSP = \Delta DBSP - \Delta ATSP$ e, rearranjando essa expressão, encontramos que $\Delta DBSP = \Delta DLSP + \Delta ATSP$, daí chegamos a expressão que nos diz que $\Delta DBSP = DN + AJST + \Delta ATSP$. Desconsiderando os ajustes patrimoniais, temos por fim que:

$$\Delta ATSP = \Delta DBSP - DN \tag{5}$$

onde a variação dos ativos deve corresponder, na ausência de ajuste patrimonial, à diferença entre a variação da dívida bruta e o *deficit* nominal (DN).

A tabela 1 apresenta a evolução da DBSP. Chegamos à DBSP a partir da DBGG divulgada pelo BCB. Para tal, somamos à DBGG os passivos do BCB, que incluem a base monetária (BM), outros depósitos no BCB (OUTSBC) e as demais contas do passivo da autarquia. Não se incluem aqui as operações compromissadas, visto que essas já estão inclusas na DBGG. A variação da DBSP menos o DN é o que definimos, na ausência do AJST, como a parte não explicada (NEXPSP). Contudo, como é mostrado em (5), essa parte não explicada representa o aumento do ativo do setor público.

A razão entre saldo acumulado dos ajustes patrimoniais e o saldo acumulado da NEXPSP se situa em 63,4% no período de 2006 a 2015, o que significa que 36,7% do acumulado da NEXPSP foi usado para financiar a compra de ativos. Logo, nossa próxima etapa é investigar como se sucedeu este aumento de ativos.

TABELA 1
Evolução da DBSP (2006-2015)
 (Em R\$ milhões)

	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
DBGG	1.336.645	1.542.852	1.740.888	1.973.424	2.011.522	2.243.604	2.583.946	2.747.997	3.252.449	3.743.681
Variação		206.207	198.036	232.536	38.098	232.082	340.343	164.050	504.452	491.232
BM	121.102	146.617	147.550	166.073	206.853	214.235	233.371	249.510	263.529	228.447
OUTSBC	1.025	-1.546	17.157	-3.097	-2.972	-4.100	-3.398	36.983	25.301	32.880
DBSP	1.458.772	1.687.923	1.905.595	2.136.400	2.215.403	2.453.739	2.813.920	3.034.490	3.541.278	4.005.008
Variação		229.150	217.672	230.805	79.003	238.336	360.181	220.570	506.788	463.730
RPRIM		-88.078	-103.584	-64.769	-101.696	-128.710	-104.951	-91.306	32.536	8.423
Juros		162.538	165.511	171.011	195.369	236.673	213.863	248.856	311.380	408.319
NFSP		74.460	61.927	106.242	93.673	107.963	108.912	157.550	343.916	416.742
NEXPSP		154.690	155.745	124.563	-14.670	130.373	251.269	63.021	162.872	46.988
AJST		21.396	-78.426	80.886	17.677	-66.626	-56.560	-95.923	-96.075	-407.344

Fonte: BCB.

Obs.: Dados referentes ao mês de dezembro de cada ano, com exceção de 2015, cuja informação se refere ao mês de setembro.

A tabela 2 mostra a evolução dos ativos e passivos do setor público. Esta tabela permite visualizar quais as contas que estão impactando de modo mais severo no endividamento e quais os tipos de ativos estão sendo priorizados. Inicialmente, a análise do endividamento público e dos haveres do setor público entre 2006 e 2011 já recebeu atenção de outros economistas (Schettini, 2014; Gobetti e Schettini, 2010; Pellegrini, 2011). Essa fase da economia é marcada por um período de boa *performance*, em que se verificou um bom desempenho dos principais indicadores econômicos, tais como baixa inflação, crescimento econômico, baixo desemprego e bom desempenho no balanço de pagamentos.

A estabilidade econômica permitiu que o Tesouro e o BCB tivessem como diretrizes principais, no que se refere à gerência do endividamento público: *i*) trocar a dívida externa por dívida interna, além de impor mudanças significativas na composição da dívida interna quanto aos indexadores e ao perfil de maturação do endividamento público; *ii*) devido aos saldos positivos no balanço de pagamentos, o Tesouro passou a emitir títulos da dívida interna para adquirir divisas e avançar no programa de recompra de títulos da dívida externa; e *iii*) o crescimento das operações compromissadas está relacionado sobretudo com a acumulação de reservas internacionais desde 2006.

Notadamente, para conter a expansão da base monetária, o BCB realiza operações de mercado aberto como meio de restringir a liquidez da economia.

TABELA 2
Dívida bruta e ativos do setor público (2006-set./2015)
(Em % do PIB)

	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	Set./2015
DLSP não financeira (M = L + J)	44,90	42,96	36,71	39,28	36,46	33,67	31,12	30,75	32,99	33,59
DLSP (L = E - K)	45,74	43,76	37,51	40,00	37,08	34,24	31,72	31,35	33,70	34,42
DBSP (E = C + D)	62,80	64,83	62,26	65,33	64,46	64,01	64,98	64,43	68,77	74,92
Dívida interna do setor público (C = A + B)	56,55	60,54	57,59	61,98	61,64	61,53	62,24	61,52	65,34	70,64
Governo geral (A)	48,03	51,44	50,50	55,18	48,29	48,24	51,55	49,91	54,99	60,44
Dívida mobiliária federal em mercado	44,55	44,31	39,80	41,14	40,38	39,93	39,71	38,59	38,78	43,58
Operações compromissadas	3,21	6,90	10,46	13,66	7,43	7,81	11,12	10,25	14,65	15,14
Dívida dos governos estaduais	0,26	0,24	0,23	0,38	0,49	0,50	0,73	1,07	1,55	1,72
BCB (B)	8,52	9,10	7,10	6,80	13,35	13,29	10,69	11,61	10,36	10,19
Base monetária	5,03	5,39	4,75	4,99	5,32	4,90	4,95	4,84	4,77	3,98
Depósitos no BCB	3,45	3,76	1,80	1,90	8,10	8,49	5,81	6,06	5,12	5,64
Outras contas	0,04	-0,06	0,55	-0,09	-0,08	-0,09	-0,07	0,72	0,46	0,57
Dívida externa (D)	6,25	4,30	4,67	3,35	2,81	2,48	2,74	2,90	3,43	4,28
Ativo do setor público (K = F + G + H + I)	17,06	21,07	24,75	25,33	27,38	29,77	33,26	33,07	35,07	40,50
Créditos da união às instituições oficiais (F)	0,51	0,52	1,39	4,35	6,60	7,30	8,63	9,05	9,88	9,96
Aplicações em fundos e programas (G)	2,09	2,02	1,99	2,22	2,47	2,28	2,40	2,25	2,47	2,39
Reservas internacionais (H)	7,66	11,84	14,93	12,54	12,57	14,52	16,45	16,31	17,37	22,53
Outros ativos (I)	6,80	6,69	6,45	6,22	5,74	5,68	5,78	5,45	5,34	5,62
Disponibilidades do governo geral	0,89	1,09	1,20	1,17	1,20	1,23	1,34	1,39	1,24	1,46
Recursos do Fundo de Amparo ao Trabalhador (FAT)	5,09	4,72	4,38	4,21	3,77	3,60	3,63	3,56	3,66	3,76
Crédito do BCB às instituições financeiras	0,83	0,87	0,87	0,85	0,77	0,85	0,81	0,50	0,44	0,39
Dívida líquida das estatais (J)	0,84	0,80	0,80	0,71	0,62	0,57	0,60	0,60	0,71	0,83

Elaboração dos autores.

Obs.: Dados referentes ao mês de dezembro de cada ano, com exceção de 2015, cuja informação se refere ao mês de setembro.

As três diretrizes apresentadas são facilmente visualizadas na tabela 2. Do lado do passivo, temos que a dívida externa cai fortemente desde 2006 até 2011,¹⁰ enquanto as operações compromissadas se intensificam a partir de 2007, crescendo fortemente a partir de 2012, notadamente quando as reservas internacionais apresentam as maiores

10. Pode-se observar que, a partir de 2011, há tendência de elevação da dívida externa como proporção do PIB.

taxas do período. A troca de dívida externa por dívida interna fez com que esta última tenha crescido 5 pontos percentuais (p.p.) do PIB de 2004 a 2006. A queda dos depósitos compulsórios no período 2008-2009 foi uma medida tomada devido à crise de 2008. Os bons fundamentos da economia até então ainda permitiram que a administração da dívida interna tivesse se caracterizado pela redução da parcela da dívida indexada ao câmbio e à taxa Selic, aumentando a participação de prefixados e indexados a índices de preços, além de aumentar o prazo médio da dívida, reduzindo o percentual a vencer em doze meses.

Pelo lado do ativo do setor público, os fatores que mais influíram na sua composição foram as reservas internacionais, o que já foi comentado, e o crédito da união às instituições oficiais, principalmente a partir da crise do *subprime*, em 2009. Esse último composto, sobretudo, pelos empréstimos feitos ao BNDES. É bom ressaltar que a expectativa quanto a esses empréstimos é que eles terão efeitos negativos permanentes após 2011 em termos de pouca rentabilidade, possibilidade alta de inadimplência, efeitos alocativos perversos etc. Sendo assim, antes de avançarmos, iremos fazer uma descrição acerca disso. As concessões de empréstimos ao BNDES começaram em 2008, no montante de R\$ 12,5 bilhões, com a transferência de recursos orçamentários. No entanto, o que aconteceu a partir de 2009 é o que se deve levar em maior consideração na análise do endividamento. Nesse ano, a União transferiu cerca de R\$ 2,3 bilhões ao banco público, com empréstimo contratado junto ao Banco Mundial. Também em agosto de 2008, foi editada a Medida Provisória nº 439, que estimava a demanda de recursos para o BNDES, entre 2008 e 2010, em torno de R\$ 295 bilhões.¹¹ Diferentemente do que havia ocorrido nas duas concessões anteriores (R\$ 12,5 bilhões e R\$ 2,3 bilhões), os créditos desta vez foram concedidos com base na concessão direta de títulos públicos às instituições financeiras oficiais, sobretudo como concessão direta ao BNDES.¹²

Não iremos entrar na discussão acerca das justificativas de cunho econômico que estão por trás dos aportes do Tesouro ao BNDES, mas, sim, tentaremos examinar as possíveis implicações disso. Mesmo que as concessões feitas pela União tenham

11. Em 2008, R\$ 95 bilhões; e em 2009-2010, R\$ 200 bilhões.

12. Existe a questão que tal operação fere a Lei Orçamentária Anual (LOA) da União, pois os recursos foram repassados sem prévia autorização na mesma. Não iremos entrar, neste trabalho, nessa polêmica questão.

como objetivo promover o crescimento econômico, não se deve desconsiderar os custos associados a essas concessões, os quais podem ser significativos. Isso porque as reservas cambiais são remuneradas à taxa de juros próxima de zero,¹³ e os empréstimos da União ao BNDES, cuja remuneração segue a taxa de juros de longo prazo (TJLP), têm remuneração bastante inferior ao custo médio de captação destes recursos, por meio da emissão de títulos públicos. Em suma, o custo fiscal da acumulação de haveres financeiros pelo governo é função direta do diferencial de rendimento entre estes haveres e as obrigações do governo.

Vejam as possíveis implicações dos empréstimos feitos pela União ao BNDES. Se a aquisição do ativo é financiada com o aumento da dívida pública e o rendimento do ativo é inferior ao custo da dívida pública, num primeiro momento, não há aumento da dívida líquida, apenas da dívida bruta e do ativo. Dessa forma, a dívida líquida fica inalterada. Entretanto, no caso de uma conjuntura econômica desfavorável, como o aumento da inflação ou a retração na atividade econômica, o aumento do *deficit* público é uma consequência inevitável, pois os juros líquidos devidos (juros pagos menos recebidos) pelo governo irão aumentar. Assim, é fácil perceber por que a dívida líquida se mantém inalterada no médio prazo, embora existam fortes evidências de que a deterioração do contexto macroeconômico implique aumento futuro da dívida líquida.

Em outras palavras, o cenário econômico de estabilidade que permitiu a melhora no perfil da dívida tem se deteriorado fortemente. O aumento da inflação, que vem sendo observado desde 2009, e o baixo crescimento econômico apontando para índices negativos em 2015 e 2016 devem implicar uma dívida mais custosa em termos da composição de indexadores e prazo de rolagem. A queda do PIB provocará a queda da arrecadação, o que faz complicar ainda mais a situação fiscal. A tabela 1 mostra que o resultado primário de 2014 foi negativo, o mesmo se verificando até setembro de 2015. Assim, na ausência de compensação por meio do aumento do *superavit* primário, o efeito é a maior necessidade de financiamento do setor público, sendo que o efeito cabal é a reversão da queda da dívida líquida e um novo aumento da dívida bruta.

13. Vigentes nos países centrais.

Outro ponto importante é que os títulos emitidos pelo Tesouro como forma de concessão de crédito para o BNDES devem ou deverão circular em mercado. De fato, não é sabido com exatidão qual o destino desses títulos. Contudo, caso tenhamos como hipótese o fato de que pelo menos parte desse aporte seja negociada em mercado, teremos necessariamente um aumento dos meios de pagamentos, o que pode ter efeito no aumento das operações compromissadas se a elevação do meio circulante estiver pressionando a inflação.

Vimos que o exame pontual do conceito de dívida líquida (dívida bruta menos ativos do setor público) pode encobrir questões importantes acerca da sustentabilidade do endividamento público. Portanto, cabe indagar se é possível conhecer o comportamento futuro da dívida líquida com base na *performance* presente da dívida bruta. Na seção seguinte, procuraremos responder a esta questão, com base no teste de causalidade de Granger entre dívida bruta e dívida líquida.

3 TESTE DE CAUSALIDADE ENTRE DÍVIDA LÍQUIDA E DÍVIDA BRUTA

Nesta seção, discute-se se há alguma relação de causalidade entre DBGG e dívida líquida do governo geral (DLGG), com base na abordagem de Granger. Antes do teste de causalidade de Granger, far-se-á um teste de cointegração de Johansen entre as duas variáveis. Esta investigação é importante porque, possivelmente, a DBGG terá algum efeito sobre a DLGG. Por exemplo, como já demonstrado, os empréstimos concedidos pela União para o BNDES são contabilizados na DBGG, aumentando-a. Entretanto, esses valores destinados ao BNDES são emprestados a taxas subsidiadas à clientela do banco de fomento e, no final, a diferença entre a taxa de captação dos recursos no mercado pelo Tesouro Nacional e a taxa de empréstimos subsidiados realizados pelo BNDES vai ser paga pelo próprio Tesouro Nacional. Nesse contexto, o valor dos subsídios dessas operações contribui para o aumento das despesas do governo e, portanto, para o incremento da dívida líquida. Destaca-se que, no momento em que o Tesouro repassa recursos para o BNDES, aumenta a dívida bruta, mas não há alteração na dívida líquida. Somente após algum tempo é que será contabilizado como despesas do Tesouro o prejuízo gerado pela diferença de taxas, ou seja, o valor do subsídio. Dessa

forma, fica claro como a DBGG precede temporalmente a DLGG, isto é, a DBGG causa, no sentido de Granger, a DLGG.¹⁴

Na tabela A.1 (apêndice A), observa-se o teste de seleção de *lags* (defasagens) entre as séries DLGG e DBGG. Os testes mostram que a seleção de sete defasagens é a mais adequada com base em quatro critérios (LR, FPE, AIC e HQ). Com base na tabela A.2, apenas dois modelos atendem aos requisitos para o teste de cointegração pelos critérios das estatísticas do “traço” e “máximo autovalor”. O primeiro modelo não inclui intercepto e nem tendência, e o segundo apresenta intercepto, mas não a tendência. O segundo modelo apresentado na tabela A.3 mostra que o intercepto é estatisticamente significativo, o que descarta o primeiro por má especificação.

A equação de cointegração é dada por $DLGG = 411.822,4 + 0,314*DBGG$. O coeficiente estimado do parâmetro cointegrante (0,314175) também é estatisticamente significativo com um erro-padrão de 0,04046 e uma estatística *t* no valor de 7,76530. A tabela A.3 também apresenta os vetores de correção de erros (VCE). O nosso interesse é verificar se as duas variáveis cointegram, pois, dessa forma, fica evidenciado que a regressão dessas variáveis não é espúria. Destaque-se que a relação de cointegração é vinculada a movimentos de longo prazo, que é o nosso interesse. Os movimentos de curto prazo são estudados por meio de modelos dinâmicos, os VCEs.

Como o teste de cointegração não reflete causalidade, utilizamos o teste de causalidade de Granger no sentido de uma variável preceder temporalmente a outra. Diz-se que uma variável *X* causa-Granger uma variável *Y* se, na média, o evento *Y* é verificado toda vez que o evento *X* ocorreu algum período antes.

A tabela A.4 mostra o teste de causalidade de Granger com sete *lags*, onde são testadas duas hipóteses. A primeira hipótese nula “DBGG não causa-Granger a DLGG” não é aceita com uma estatística *F* no valor de 2,51 e um *p*-valor no valor de 0,0187. A segunda hipótese nula “DLGG não causa-Granger DBGG” não é rejeitada com uma estatística *F* no valor de 1,29 e um *p*-valor de 0,2580. Os resultados empíricos mostram que a DBGG causa, no sentido de Granger, a DLGG. Esse é um resultado muito importante, pois mostra que uma tendência de alta da DBGG, mais cedo ou

14. Para mais detalhes econométricos, ver Granger (1969) e Hamilton (1993).

mais trade, causará um incremento da DLGG. Com base nesse resultado, uma possível prescrição para a política fiscal seria não aumentar a DBGG.

Dessa forma, os formuladores de política econômica devem prestar mais atenção na evolução da DBGG se a intenção deles for a de zelar pela sustentabilidade da dívida pública ou perseguir uma política fiscal responsável, no sentido de levar em conta a existência de uma restrição orçamentária intertemporal.

4 APLICAÇÃO DO MFD PARA PREVISÃO DA DBSP

Tendo mostrado ao longo do texto a importância da dívida bruta na questão do endividamento público e visto que, no caso brasileiro, é ela que determina o comportamento futuro da dívida líquida e, portanto, a sustentabilidade da dívida pública, iremos, nesta seção, apresentar um modelo de previsão da dívida bruta do setor público. Vários estudos já foram realizados com o objetivo de projetar a dívida pública. Projeções para a dívida foram realizadas por Goldfajn (2002), Goldfajn e Guardia (2003) e Silva e Pires (2006).

Garcia e Rigobon (2004), a partir da percepção de que os fatores condicionantes da DLSP são estocasticamente correlacionados, modelaram a dinâmica da DLSP por meio de um vetor autorregressivo (VAR). Neste sentido, temos que o “risco sistêmico” incidente sobre a DLSP pode ser modelado, o que, por sua vez, permite que se façam simulações com vistas a lançar luz sobre a gama de trajetórias possíveis para a dívida pública brasileira. Mendonça, Pires e Medrano (2008) avançaram na abordagem desenvolvida por Garcia e Rigobon (2004), utilizando o modelo Markov Switching, com o objetivo de captar mudanças estruturais de comportamento na administração da dívida pública.

Embora as abordagens visando à modelagem da dívida pública listadas anteriormente tenham trazido contribuições importantes para a compreensão da dinâmica da dívida pública, esses modelos não são capazes de contemplar a complexidade inerente à problemática do endividamento, na medida em que a dinâmica do endividamento público está ligada à dinâmica de diversos fatores da economia e dificilmente podem ser num modelo mais simplista composto apenas

por um conjunto pequeno de variáveis. Tivemos oportunidade de ilustrar esse ponto quando analisamos a evolução das variáveis que aparecem na tabela 2, na seção 2. Anand e van Wijnbergen (1989) desenvolvem uma abordagem integrada das diversas variáveis envolvidas no problema da dívida pública, mostrando que o crescimento do produto, a taxa de inflação, a taxa de câmbio e outras variáveis macroeconômicas estão fortemente conectadas à questão fiscal.

Tendo em vista que a análise do endividamento não é um problema circunscrito apenas às séries da dívida, mas envolve um grande número de outras variáveis, para fazer previsão da dívida bruta, faremos uso do MFD, que tem como característica fundamental incorporar um grande número de variáveis no conjunto de variáveis endógenas. Assim, o MFD pode modelar as variáveis de interesse com maior confiabilidade, na medida em que, ao agregar outras variáveis no modelo, o MFD alarga o conjunto de informação, aproveitando as correlações existentes entre as variáveis. Além disso, conforme foi dito, não é necessário estabelecer uma trajetória para qualquer variável para fazer previsão por meio do MFD. Outro ponto importante é que o uso do MFD permite percepções importantes por meio da redução de dimensionalidade (isto é, de aumento no grau de agregação) do modelo. Se, de algum modo, a informação contida nas relações entre os vários tributos puder ser passada para um conjunto menor de variáveis, nossa habilidade de identificar a “verdadeira” estrutura dos dados será melhor. Com efeito, quanto menor a dimensionalidade do modelo mais fácil será entendê-lo.

Diferentemente do que em geral é feito na literatura (Sáfadi e Pena, 2007), o componente sazonal das diferentes séries é modelado endogenamente, permitindo obter um melhor ajustamento e previsões mais precisas sobre a dinâmica futura das séries envolvidas. Aplicamos, finalmente, procedimentos de inferência bayesiana – Kim e Nelson (1999); West e Harrison (1997); Carter e Kohn (1994); Gamerman e Lopes (2007), entre outros – que, entre outras vantagens, permitem resultados mais confiáveis em contextos em que a dimensão temporal da base de dados é pequena em relação ao espaço da dimensionalidade dos parâmetros – além de outras dificuldades, dificilmente tratáveis por meio de procedimentos “frequentistas” (Gelman *et al.*, 2003, p. 696). A seguir, apresentaremos o MFD. Detalhes específicos acerca do procedimento de estimação do modelo e previsão aparecem no apêndice B.

4.1 Definição de modelo fatorial

O modelo fatorial pertence à classe de modelos de variáveis latentes, que são ferramentas importantes para a análise de dados multivariados. Uma razão para essa importância é a redução de dimensionalidade que proporcionam. Num conjunto grande de variáveis, é natural a possibilidade de existir alta colinearidade entre elas, pois existem apenas algumas fontes de informação comuns contidas nos dados. Se, de algum modo, a informação presente nas inter-relações de muitas variáveis puder ser passada, com boa aproximação, para um conjunto muito menor, a habilidade de ver a estrutura nos dados será melhor. O objeto da análise fatorial é reduzir as dimensões de modo que sejam apenas usadas as fontes de informação mais importantes. A ideia é que a informação contida nas variáveis que são mais correlacionadas pode ser mapeada por um subconjunto menor de variáveis latentes denominado fator. Os fatores devem ser não correlacionados, pois representam fontes independentes de informação. A redução de dimensionalidade aumenta a eficiência computacional resultante da ausência de correlação e da redução de dimensionalidade. Dado que os fatores são ortogonais, sua matriz de covariância não condicional é diagonal.

Além disso, essa redução de dimensionalidade faz com que os modelos fatoriais sejam parcimoniosos quando comparados com outros que analisam dados multivariados, sem proporcionar essa redução de dimensionalidade, como os modelos VAR (Hamilton, 1993), que são muito usados na literatura econométrica e lidam melhor quando o conjunto de variáveis é restrito. Mais detalhes a respeito das vantagens do uso de modelos fatoriais podem ser encontrados em Bartholomew (1987). Como foi dito, o objeto da análise fatorial é descrever a variabilidade original do vetor aleatório em um número menor de variáveis aleatórias (fatores) não correlacionadas. Assim, um modelo fatorial pode ser representado da seguinte forma:

$$y_t = \beta f_t + e_t \quad e_t \sim N(0, \Sigma) \quad (6)$$

onde y_t , f_t e e_t são vetores de dimensão m , k , m . Os fatores são independentes de modo que o vetor de fatores f_t tem distribuição $f_t \sim N(0, I_k)$ onde $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2)$. Os vetores e_t e f_s são independentes para todo t e s . β é a matriz de carga $m \times k$ dos fatores. Assim, sendo a variância de y_t condicionada a β e Σ :

$$V(y_t | \beta, \Sigma) = \beta' \Sigma \beta + \Sigma \quad (7)$$

4.1.1 MFD

Suponha m variáveis relacionadas que obedecem à distribuição normal multivariada denotada por $N(0, \Omega)$ onde Ω denota uma matriz $m \times m$ não singular de variância-covariância. Uma amostra aleatória de tamanho T é denotada por $\{y_t, t = 1, \dots, T\}$. O modelo utilizado nesse estudo é dado por:

$$y_t = \beta f_t + \zeta_t + e_t, \quad e_t \sim N(0, \Sigma) \quad (8)-(9)$$

$$f_t = \Gamma_1 f_{t-1} + \Gamma_2 f_{t-2} + \dots + \Gamma_p f_{t-p} + w_t, \quad w_t \sim N(0, \Lambda)$$

onde y_t , f_t , e_t e w_t são vetores de dimensão m , k , m e k , respectivamente, β é uma matriz $m \times k$, $\Gamma_i = \text{diag}(\gamma_{i1}, \gamma_{i2}, \dots, \gamma_{ik})$, $i = 1, \dots, p$, $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2)$ e $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k)$.

Para algum inteiro positivo específico $k \leq m$, o modelo supracitado relaciona cada y_t com um vetor k -dimensional de variáveis aleatórias f_t , os fatores comuns, que obedecem a uma estrutura autorregressiva $AR(p)$, e um componente sazonal, $S_t = (S_{1t} \ S_{2t} \ \dots \ S_{mt})^T$ (West e Harrison, 1997), definida por:

$$S_{it} = \sum_{j=1}^6 \left[a_{ij} \text{sen} \left(\frac{2\pi jt}{12} \right) + b_{ij} \cos \left(\frac{2\pi jt}{12} \right) \right] = \varphi_i X_t,$$

onde

$$X_t = \left(\text{sen} \left(\frac{2\pi t}{12} \right) \text{sen} \left(\frac{2\pi 2t}{12} \right) \dots \text{sen} \left(\frac{2\pi 6t}{12} \right) \cos \left(\frac{2\pi t}{12} \right) \cos \left(\frac{2\pi 2t}{12} \right) \dots \cos \left(\frac{2\pi 6t}{12} \right) \right)^T$$

e

$$\varphi_i = (a_{i1} \ a_{i2} \ \dots \ a_{i6} \ b_{i1} \ b_{i2} \ \dots \ b_{i6}), \text{ para } i = 1, \dots, m.$$

Em problemas práticos, especialmente para valores grandes de m , o número de fatores k será pequeno quando comparado com m , de tal modo que muito da estrutura de variância-covariância é explicado pelos fatores comuns. As variâncias idiossincráticas σ_i^2 medem a variabilidade residual em cada uma das variáveis dos dados, uma vez que a contribuição dos fatores já foi considerada.

4.1.2 Restrições no modelo fatorial

Um modelo com k fatores deve apresentar alguma restrição para ser definido como um modelo único, não apresentando problemas de identificação. Há várias maneiras de se identificar o modelo adicionando restrições no $\boldsymbol{\beta}$. Optou-se por seguir, aqui, a alternativa usada em Geweke e Zhou (1996) e Aguilar e West (2000), entre outros, ao restringir $\boldsymbol{\beta}$ de modo que seja uma matriz de bloco triangular inferior, assumindo ser de posto completo, com elementos da diagonal principal iguais a um, como apresentado adiante:

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \beta_{2,1} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & 0 \\ \beta_{k,1} & \beta_{k,2} & \beta_{k,3} & \cdots & 1 \\ \beta_{k+1,1} & \beta_{k+1,2} & \beta_{k+1,3} & \cdots & \beta_{k+1,k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \beta_{m,1} & \beta_{m,2} & \beta_{m,3} & \cdots & \beta_{m,k} \end{pmatrix}$$

A restrição exposta anteriormente garante que $\boldsymbol{\beta}$ tenha posto completo k , resolvendo os problemas de identificação que surgem pela invariância do modelo sob mudanças de locação da matriz $\boldsymbol{\beta}$. Ao mesmo tempo, garante que o número de parâmetros livres no tempo t , na representação fatorial, não exceda os $m(m+1)/2$ parâmetros de $\boldsymbol{\Omega}$ não restrito. Além de resolver os problemas de identificação, essa estrutura de $\boldsymbol{\beta}$ influencia a interpretação dos fatores e pode impactar no ajuste do modelo e na escolha do k em particular, mas não tem impacto nas previsões, pois as variâncias e covariâncias entre as séries são independentes da decisão de modelagem.

4.1.3 Especificação das distribuições *a priori*

Para completar a especificação do nosso modelo, deve-se atribuir classes de distribuições *a priori* para os parâmetros \underline{f}_0 , $\boldsymbol{\beta}$, $\boldsymbol{\Gamma}_i$, $i=1,\dots,p$, $\boldsymbol{\Sigma}$, $\boldsymbol{\Lambda}$ e ϱ_i , $i=1,\dots,m$. As distribuições *a priori* utilizadas são listadas a seguir.

- 1) Vetor de fatores comuns inicial

$$\underline{f}_0 \sim N(\underline{m}_0, \mathbf{C}_0).$$

- 2) Elementos não nulos da matriz de cargas β

$$\beta_{ij} \sim N(\mu_0, V_0) \text{ para } i > j.$$

- 3) Elementos da matriz diagonal de variância-covariância Σ

$$\sigma_i^2 \sim IG\left(\frac{n_\sigma}{2}, \frac{n_\sigma S_\sigma}{2}\right), \text{ para } i = 1, \dots, m.$$

- 4) Elementos das matrizes diagonais dos coeficientes autorregressivos $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_p$

$$\gamma_{ij} \sim N(m_r, S_r), \text{ para } i = 1, \dots, p, j = 1, \dots, k.$$

- 5) Elementos da matriz diagonal de variância-covariância Λ

$$\lambda_j \sim IG\left(\frac{n_\lambda}{2}, \frac{n_\lambda S_\lambda}{2}\right), j = 1, \dots, k.$$

- 6) Elementos dos vetores de coeficientes sazonais $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m$

$$a_{ij} \sim N(m_s, C_s) \text{ e } b_{ij} \sim N(m_s, C_s), \text{ para } i = 1, \dots, m \text{ e } j = 1, \dots, 6.$$

4.1.4 Método Monte Carlo via Cadeias de Markov (MCMC)¹⁵ para o MFD com k fatores
Nosso objetivo é obter as distribuições *a posteriori* dos parâmetros do modelo, assim como fazer inferência sobre o processo fatorial $\{f_t : t = 1, 2, \dots, T\}$. Como uma solução exata requer o cálculo de integrais intratáveis do ponto de vista analítico, vamos usar o método do amostrador de Gibbs para obter uma aproximação das *posteriori* de interesse. As *posteriori* completas necessárias para implementar o algoritmo MCMC se encontram no apêndice B. Para mais informações sobre como calcular essas condicionais completas no contexto de modelos fatoriais indicamos Kim e Nelson (1999).

4.1.5 Previsão do MFD com componente sazonal

Nesta subseção, será descrita a metodologia para previsão h passos à frente. Para um modelo de ordem de defasagem $p = 1$ (que será o valor adotado nas análises da seção 6), a extensão para $p > 1$ ocorre de forma simples e se encontra descrita no apêndice B. O interesse aqui é na densidade preditiva h passos à frente

$$p(y_{t+h} | \mathbf{y}) = \int p(y_{t+h} | f_{t+h}, \beta, \varphi, \Theta) p(f_{t+h} | f_t, \beta, \varphi, \Theta) p(f_t, \beta, \varphi, \Theta | \mathbf{y}) df_{t+h} df_t d\beta d\varphi d\Theta$$

15. Markov Chain Monte Carlo.

onde

$$\Theta = (\underline{\sigma}, \underline{\lambda}, \underline{\gamma}), \quad \underline{\sigma} = (\sigma_1, \dots, \sigma_m), \quad \underline{\gamma} = (\gamma_{11}, \dots, \gamma_{1k}), \quad \underline{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_k),$$

$$(y_{t+h} | f_{t+h}, \underline{\beta}, \underline{\varphi}, \Theta) \sim N(\underline{\beta} f_{t+h} + \underline{\varphi} X_{t+h}, \underline{\Sigma}) \text{ e } (f_{t+h} | f_t, \underline{\beta}, \underline{\sigma}) \sim N(\underline{\mu}_h, V_h),$$

com $\underline{\mu}_h = \Gamma_1^h f_t$ e $V_h = \sum_{k=1}^h \Gamma_1^{k-1} \Lambda (\Gamma_1^{k-1})^T$, para $h > 0$.

Portanto, se $\left\{ (\underline{\beta}^{(1)}, f_t^{(1)}, \underline{\varphi}^{(1)}, \Theta^{(1)}), \dots, (\underline{\beta}^{(M)}, f_t^{(M)}, \underline{\varphi}^{(M)}, \Theta^{(M)}) \right\}$ é uma amostra de $p(f_t, \underline{\beta}, \underline{\varphi}, \Theta | \mathbf{y})$, basta gerar uma amostra de tamanho M de $(f_{t+h} | f_t, \underline{\beta}, \underline{\varphi}, \Theta)$, isto é, gerar $\left\{ (f_{t+h}^{(1)}), \dots, (f_{t+h}^{(M)}) \right\}$, de modo que:

$$\hat{p}(y_{t+h} | \mathbf{y}) = M^{-1} \sum_{j=1}^M p(y_{t+h} | f_{t+h}^{(j)}, \underline{\beta}^{(j)}, \underline{\varphi}^{(j)}, \Theta^{(j)})$$

seja uma aproximação de Monte Carlo para $p(y_{t+h} | \mathbf{y})$. Analogamente, uma amostra $\{y_{t+h}^{(1)}, \dots, y_{t+h}^{(M)}\}$ de $p(y_{t+h} | \mathbf{y})$ é obtida apresentando $y_{t+h}^{(j)}$ de $p(y_{t+h} | f_{t+h}^{(j)}, \underline{\beta}^{(j)}, \underline{\varphi}^{(j)}, \Theta^{(j)})$, para $j = 1, \dots, M$.

5 BASE DE DADOS

Nesta seção, faremos uma descrição da base de dados utilizada para estimar o MFD. Todas as séries estão disponibilizadas no *site* de séries temporais gerenciado pelo BCB. Os dados são mensais e se referem ao período entre dezembro de 2006 e agosto de 2015.

A DBGG é equivalente à soma da dívida interna (DI) e da dívida externa (DE). A DI, por sua vez, é composta por vários segmentos de dívidas, entre as quais a dívida mobiliária de mercado (DFEDM), as operações compromissadas (OPCOM) e a dívida bancária dos estados (DBAEST). Existem outros componentes da DI, mas que não são relevantes em termos de materialidade. Deve-se mencionar que, embora a dívida mobiliária na carteira do BCB seja um número expressivo, pela nova metodologia adotada desde 2008, apenas as operações compromissadas passaram, desde então, a entrar no cálculo da dívida, desconsiderando os títulos do Tesouro na carteira do BCB. Do lado do passivo do BCB, apenas as séries da base monetária (BM) e outros depósitos no BCB (OUTSBC).

Vejam agora os haveres do setor público. O crédito do setor público é composto pelo crédito do governo geral (CGG), resultante da soma entre créditos internos (CIs) e créditos externos (CEs). Os CEs apresentam valores relativamente irrelevantes em relação à participação no PIB desde janeiro de 2002, quando ficou em 2,26%, enquanto em junho de 2015 se situou em 0,0065%. Nesse contexto, nosso foco recai sobre os CIs, que são resultantes da soma dos seguintes itens: disponibilidades do governo geral (DISPGG); créditos concedidos a instituições financeiras oficiais (CRFDIOF); aplicações de fundos e programas financeiros (Fund); recursos do FAT; créditos junto às estatais e demais créditos do governo federal. Esses cinco itens considerados representam 82,5% do CI em janeiro de 2002 e 98,8% em junho de 2015. Entre os principais haveres do BCB, temos as reservas internacionais (RI) e os créditos da autarquia às instituições oficiais (CRBCIOF). Nossa base de dados ainda inclui as seguintes séries:

- PIB acumulado nos últimos doze meses (PIB12);
- índice do produto industrial;
- índice de atividade do BCB;
- taxa de câmbio R\$/US\$;
- taxa básica de juros – Selic;
- índice nacional de preços ao consumidor amplo (IPCA);
- necessidade de financiamento do setor público;
- juros sobre a dívida interna;
- receitas tributárias;
- receita da previdência; e
- despesa total.

6 RESULTADOS

No apêndice C, são apresentados gráficos da previsão da DBSP derivados do MFD. A previsão é feita para dois anos e vai de setembro de 2015 a agosto de 2017. A previsão da DBSP é feita a partir daquela obtida das séries dos componentes da dívida interna (DFEDM, OPCOM, DBAEST) e da DE. As séries são apresentadas como percentual do PIB12, também previsto pelo MFD.

De modo a avaliar a capacidade preditiva do modelo p passos à frente fora da amostra, usamos diversos tipos de critérios, tais como o erro quadrado médio (*mean squared error* – MSE),¹⁶ o desvio absoluto médio (*mean absolute deviation* – MAD),¹⁷ o erro percentual absoluto médio (*mean absolute percentage error* – Mape),¹⁸ o erro percentual médio (*mean percentage error* – MPE) e o erro acumulado percentual (erro %). Quando o objetivo específico se trata de checar a *performance* do modelo fora da amostra, ou seja, quando o objetivo é previsão, a literatura econométrica não dispensa muita discussão. Diferentemente, existem diversos critérios concorrentes quando o propósito é avaliar o desempenho do modelo dentro da amostra.¹⁹ Em geral, o critério erro quadrático médio (EQM) é comumente mencionado na literatura econométrica teórica (Stock e Watson, 2010; Lutkepohl, 2007; Hamilton, 1993) quando o objetivo específico é checar a capacidade preditiva do modelo.

No apêndice C, mostramos os gráficos da previsão para o horizonte de 24 meses da DBSP e dos seus principais componentes em relação ao PIB:²⁰ a dívida mobiliária federal, as operações compromissadas e a dívida externa. Conforme pode ser visto, a previsão é de subida forte para a dívida externa e das operações compromissadas. Em agosto de 2017, elas alcançam os valores, respectivamente, de 10% e 17% do PIB, e a dívida mobiliária federal, 41% do PIB. Também no apêndice C mostramos a previsão da DLSP para o mesmo horizonte de tempo. Pode-se ver que essa variável também sobe ao longo do período, ficando em 44% do PIB ao final de dois anos. No apêndice C, aparece ainda a previsão para o PIB acumulado, que mostra queda forte na atividade econômica. Entre setembro de 2015 a agosto de 2016, a previsão é de retração de 3,5%. É interessante notar que existem sondagens que indicam queda forte no PIB para os próximos dois anos. O comportamento do PIB no caso do

$$16. EQM = N^{-1} \sum_{i=1}^N \xi_i^2 .$$

$$17. DAM = \frac{1}{n} \sum_{j=T+1}^n |e_j| .$$

$$18. MAPE = \left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{|e_j|}{y_j} \right] \times 100 .$$

19. Os critérios de informação de Akaike, teste de razão de verossimilhança, Hannan-Quinn e Schwarz Bayesiano são exemplos de critérios de escolha de modelos dentro da amostra (Lutkepohl, 2007).

20. PIB acumulado nos últimos doze meses.

endividamento é de fundamental importância para a evolução da razão dívida/PIB. Daí, temos que mesmo que a dívida se mantenha constante, uma queda do PIB provoca aumento do endividamento.

7 EFEITOS DA DÍVIDA PÚBLICA SOBRE O CRESCIMENTO ECONÔMICO

Reinhart e Rogoff (2010) mostram fatos estilizados para uma amostra de vinte países desenvolvidos, para o período de 1946 a 2009, referentes à relação negativa entre a dívida pública como percentual do PIB e a taxa de crescimento do produto. Os autores mostram que países com dívida pública acima de 90% do PIB têm taxa de crescimento do PIB menor. Tourinho e Sangoi (2015) trabalham com uma amostra de 82 países para o período de 1983 a 2013, incluindo países desenvolvidos e subdesenvolvidos. Eles trabalham com intervalos da razão dívida/PIB (dívida/PIB < 30%; 30% < dívida/PIB < 60%; 60% < dívida/PIB < 90%; dívida/PIB > 90%) e mostram que, em média, à medida que aumentam os intervalos dos valores da relação dívida/PIB, há uma redução da taxa de crescimento do PIB, respectivamente, nos valores de 4,5%, 3,5%, 3,3% e 2,3%.

Nesse contexto, pretendemos testar se há uma relação negativa entre a variação das dívidas bruta e líquida do governo geral como proporção do PIB e a taxa de crescimento da economia brasileira com dados mensais para o período de janeiro de 2002 a dezembro de 2014. Diferentemente dos trabalhos supracitados, não trabalharemos com intervalos da razão dívida/PIB, pois esse tipo de abordagem seria mais adequado para dados em painel.

O modelo estimado de séries temporais é baseado no modelo de crescimento neoclássico de Solow, em que a taxa de crescimento do produto (PIB %) é função da variação da formação bruta de capital fixo (FBCF %) e da variação da população economicamente ativa (PEA %). Com relação às variáveis de interesse, utilizamos duas medidas de dívida como proporção do PIB em termos de variação: DBGG/PIB % e DLGG/PIB %. Além disso, testamos *dummies* para caracterizar períodos a partir da crise do *subprime* em 2009, para verificar se, nesse período, houve alguma mudança de regime.

O teste de raiz unitária tipo Dickey-Fuller aumentado (Augmented Dickey-Fuller – ADF) foi aplicado nas variáveis descritas anteriormente. Os resultados são mostrados na tabela 3, indicando que todas as variáveis são estacionárias. Os resultados foram confrontados com aqueles obtidos com base nos testes de Phillips-Perron.²¹

TABELA 3
Teste de raiz unitária ADF (com intercepto e sem tendência na regressão)

Séries	Lags ¹	Estatística <i>t</i>	<i>p</i> -valor
FBCF (%)	1	-6,4061	<0,0001
PEA_ (%)	0	-6,8637	<0,0001
DBGG (%)	1	-4,1810	0,0018
DLGG (%)	0	-6,1954	<0,0001

Elaboração dos autores.

Nota: ¹ Utilizou-se o Critério de Schwarz (Schwarz Information Criterion –SIC) para escolha do número de lags.

O método generalizado dos momentos (generalized method of moments – GMM) com Bartlett Kernel, com uso de variáveis instrumentais, conduz às estatísticas apresentadas nas tabelas 4 e 5. A especificação do modelo apresentado na tabela 4 é testada pela estatística *J*, associada com restrições de sobreidentificação. O valor das estatísticas *J* de 11,24, que apresenta um *p*-valor de 0,99, não indica evidências para rejeitar a especificação do modelo, assinalando que os instrumentos são válidos. Sob a hipótese nula de que todos os instrumentos são válidos, a estatística *J* tem distribuição qui-quadrado no número de instrumentos testados. A falha em rejeitar a hipótese nula significa que o conjunto total de condições de ortogonalidade é válido. A validação dos instrumentos com base na estatística *J* também é obtida na regressão da tabela 5.

Os resultados apresentados na tabela 4 mostram que todos os coeficientes estimados são estatisticamente significantes ao nível de 1%, com exceção da variável interativa DBGG (%)*D2009, que é significativa ao nível de 7,27%. Nesse caso, pode-se dizer que a variável interativa é marginalmente significativa ao nível de 10%.

21. Por economia, não apresentamos aqui os resultados obtidos por meio da aplicação dos testes de Phillips-Perron.

TABELA 4
Variável dependente: PIB real (%)¹

Variáveis	Coefficiente (erro-padrão)	Estatística <i>t</i>	<i>p</i> -valor
C	4,493986 (0,047408)	94,79389	<0,0001
FBCF (%) ²	0,081196 (0,005670)	14,32035	<0,0001
PEA_ (%) ³	0,001664 (0,000212)	7,838370	<0,0001
DBGG (%) ⁴	-4,35E-06 (2,90E-07)	-14,98150	<0,0001
D2009	-1,452138 (0,085477)	-16,98868	<0,0001
DBGG (%) ⁵ *D2009	-6,98E-07 (3,77E-07)	-1,850413	0,0727
AR (1)	0,694055 (0,014053)	49,38995	<0,0001
AR (4)	-0,298802 (0,013213)	-22,61352	<0,0001
Estatísticas			
R2	0,729805	R2 Ajustado	0,675766
Estatística <i>J</i>	11,24068	<i>p</i> -valor Est. <i>J</i>	0,999955

Elaboração dos autores.

Notas: ¹ PIB real % (-1 a -8).

² FBCF % (-1 a -8).

³ PEA_ % (-1 a -8).

⁴ DBGG % (-1 a -8).

⁵ DLGG % (-1 a -8).

Os resultados apresentados na tabela 5 também mostram que todos os coeficientes estimados são estatisticamente significantes ao nível de 1%, com exceção da variável PEA (%), que é significativa ao nível de 7,82%, ou é marginalmente significativa ao nível de 10%. O valor das estatísticas *J* de 11,43, que apresenta um *p*-valor de 0,99, também não indica evidências para rejeitar a especificação do modelo. Com base na análise dos correlogramas dos resíduos das regressões referentes às tabelas 4 e 5, respectivamente, observa-se que os resíduos são bem ajustados, com base em processos AR e que resultam num ruído branco.

As tabelas 4 e 5 apresentam basicamente o mesmo modelo. Ambas mostram o impacto da variação da dívida sobre a taxa de crescimento do produto. A diferença entre os dois modelos é que na tabela 4 utiliza-se a variação da dívida bruta (DBGG) e na tabela 5, a variação da dívida líquida (DLGG). As variações da FBCF e da PEA ajustada pela dedução da taxa de desemprego²² mostram um impacto positivo sobre a variação do produto real. Os sinais dos coeficientes estimados apresentam os sinais esperados.

22. Com base nas estatísticas da taxa de desemprego (*u*%) e da PEA coletadas no Ipeadata, transformamos essa variável da seguinte forma: $PEA_ = PEA * [1 - (u\% / 100)]$. Dessa forma, temos uma *proxy* para a população de trabalhadores ativos que efetivamente estão trabalhando.

TABELA 5
Variável dependente: PIB real (%)¹

Variáveis	Coefficiente (erro-padrão)	Estatística t	p-valor
C	4,570834 (0,063373)	72,12642	<0,0001
FBCF (%) ²	0,087296 (0,005355)	16,30321	<0,0001
PEA_ (%) ³	0,000506 (0,000279)	1,814358	0,0782
DLGG (%) ⁴	-8,30E-06 (8,63E-07)	-9,618665	<0,0001
D2009	-1,290306 (0,049311)	-26,16643	<0,0001
DLGG (%) ⁵ *D2009	-7,05E-06 (1,12E-06)	-6,301357	<0,0001
AR (1)	0,699571 (0,011732)	59,62802	<0,0001
AR (4)	-0,332339 (0,014559)	-22,82762	<0,0001
Estatísticas			
R2	0,740671	R2 Ajustado	0,688805
Estatística J	11,43398	p-valor Est. J	0,999944

Elaboração dos autores.

Notas: ¹ PIB real % (-1 a -8).

² FBCF % (-1 a -8).

³ PEA_ % (-1 a -8).

⁴ DBGG % (-1 a -8).

⁵ DLGG % (-1 a -8).

O coeficiente estimado do intercepto apresenta sinal positivo com um valor aproximado de 4,5 para ambos os modelos, e o coeficiente estimado da *dummy*, que identifica a economia brasileira a partir de janeiro de 2009 (D2009 = 1 para o período de 2009 a 2014, caso contrário D2009 = 0), apresenta sinal negativo no valor aproximado de -1,45 (tabela 4) e de -1,30 (tabela 5). Isto significa que, a partir da crise do *subprime*, o coeficiente estimado do intercepto é reduzido pelo valor do coeficiente estimado da variável D2009. Para o período a partir de 2009, o intercepto passa a ser 3,05 (4,5 – 1,45), considerando-se o modelo da tabela 4, e 3,20 (4,5 – 1,3), considerando-se o modelo da tabela 5. Este período se caracteriza por um impacto negativo sobre a taxa de crescimento da economia brasileira, capturado pela redução do valor do intercepto.

Quanto às nossas variáveis de interesse, as variações da DBGG e da DLGG apresentam impactos negativos sobre a taxa de crescimento da economia brasileira no período analisado. Se consideramos o período a partir de 2009, pode-se observar que as variáveis interativas DBGG (%) * D2009 (tabela 4) e DLGG (%) * D2009 (tabela 5) também apresentam coeficientes estimados negativos. Pode-se destacar que os valores dos coeficientes estimados são muito pequenos, embora estatisticamente diferentes de zero. Os coeficientes angulares mudam com a dívida no período pós-crise do *subprime*.

A soma em módulo dos coeficientes estimados das dívidas e das variáveis interativas aumenta com os valores em módulo. Com base na tabela 4, temos um coeficiente angular da variação da DBGG a partir de 2009 no valor de $-5,048 \cdot 10^{-6}$ ($-4,35 \cdot 10^{-6}$ $-0,698 \cdot 10^{-6}$). Da mesma forma, com base na tabela 5, temos um coeficiente angular da variação da DLGG a partir de 2009 no valor de $-15,35 \cdot 10^{-6}$ ($-8,30 \cdot 10^{-6}$ $-7,05 \cdot 10^{-6}$). Pode-se observar que o impacto (negativo) da DLGG (%) é aproximadamente três vezes superior ao impacto da DBGG (%) sobre o crescimento.

Testamos os mesmos modelos referentes às tabelas 4 e 5, introduzindo as variáveis $[DBGG (\%)]^2$ e $[DLGG (\%)]^2$ para verificar se havia efeitos não lineares dessas variáveis, e os resultados das estimativas não validaram os efeitos não lineares. Realizamos também os mesmos testes para os modelos das tabelas 4 e 5, mas com a utilização de uma variável *dummy* para 2011 (D2011), e os resultados foram similares.

8 COMENTÁRIOS FINAIS

Este estudo tem como objetivo revisitar o problema acerca da sustentabilidade do endividamento público no Brasil, investigando a evolução da DBSP, a relação entre os seus passivos e haveres, a implicação futura da dívida bruta sobre a dívida líquida, além de fazer previsão sobre a DBGG para os próximos dois anos.

Vimos que o exame pontual do conceito de dívida líquida (dívida bruta menos ativos do setor público) pode encobrir questões importantes acerca da sustentabilidade do endividamento público. Pelo lado dos ativos do setor público, os fatores que mais influíram na sua composição foram reservas internacionais e o crédito da União às instituições oficiais, em especial ao BNDES, principalmente a partir da crise do *subprime* em 2009. Nesse contexto, avaliamos as possíveis implicações dos empréstimos feitos pela União ao BNDES. Se a aquisição do ativo é financiada com o aumento da dívida pública e o rendimento do ativo é inferior ao custo da dívida pública, num primeiro momento, não há aumento da dívida líquida, apenas da dívida bruta e do ativo. Dessa forma, a dívida líquida fica inalterada.

Entretanto, considerando-se a atual conjuntura econômica desfavorável, com aumento da inflação e retração na atividade econômica, o aumento do *deficit* público

é uma consequência inevitável, pois os juros líquidos devidos (juros pagos menos recebidos) pelo governo irão aumentar. Assim, fica evidenciado que a dívida líquida se mantém inalterada no médio prazo, embora existam fortes evidências de que a deterioração do contexto macroeconômico implique aumento futuro da dívida líquida.

Cabe, então, indagar se é possível ter alguma ideia acerca do comportamento futuro da dívida líquida com base na *performance* presente da dívida bruta. Nesse contexto, realizamos um teste de causalidade de Granger entre a DLGG e a DBGG. Os resultados empíricos mostram que a DBGG causa, no sentido de Granger, a DLGG. Esse é um resultado muito importante, pois mostra que uma tendência de alta da DBGG, mais cedo ou mais tarde, causará um incremento da DLGG. Com base nesse resultado, uma possível prescrição para a política econômica seria não aumentar e mesmo reduzir a DBGG.

Com o propósito de modelar a previsão da evolução da dívida bruta utilizamos o MFD. Os resultados mostram a previsão para o horizonte de 24 meses da DBSP e dos seus principais componentes em relação ao PIB: a dívida mobiliária federal, as operações compromissadas e a dívida externa. Há evidências empíricas de que a previsão é de subida forte para a dívida externa e das operações compromissadas. Em agosto de 2016, elas alcançam os valores, respectivamente, de 10% e 17% do PIB.

Os resultados empíricos também mostram a previsão da DLSP para o mesmo horizonte de tempo. Pode-se ver que essa variável sobe, tal como a dívida bruta, chegando a 44% do PIB ao longo do período. Observa-se ainda a previsão para o PIB acumulado que mostra queda forte na atividade econômica. Entre setembro de 2015 e agosto de 2016, a previsão é de retração de 3,5%. É interessante notar que existem sondagens que indicam queda forte no PIB para os próximos dois anos. O comportamento do PIB no caso do endividamento é de fundamental importância para a evolução da razão dívida/PIB. Daí, temos que, mesmo que a dívida se mantenha constante, uma queda do PIB provoca aumento do endividamento.

Por fim, testamos se há uma relação negativa entre a variação das dívidas bruta e líquida do governo geral como proporção do PIB e a taxa de crescimento da economia brasileira com dados mensais para o período de janeiro de 2002 a dezembro de 2014. Os resultados empíricos mostram que as variações da DBGG e da DLGG apresentam

impactos negativos sobre a taxa de crescimento da economia brasileira no período analisado e que, a partir da crise do *subprime*, em 2009, o efeito inverso entre dívida e crescimento se intensificou.

REFERÊNCIAS

AGUILAR, O.; WEST, M. Bayesian dynamic factor models and portfolio allocation. **Journal of Business and Economic Statistics**, v. 18, n. 3, p. 338-357, 2000.

ANAND, R.; VAN WIJNBERGEN, S. Inflation and the financing of government expenditure: an introductory analysis with an application to Turkey. **The World Bank Economic Review**, v. 3, n. 1, p. 17-38, Jan. 1989.

BARTHOLOMEW, D. J. **Latent variable models and factor analysis**. London: Charles Griffin, 1987.

BLANCHARD, O.; GIAVAZZI, F. **Improving the stability and growth pact through a proper accounting of public investment**. London: Centre for Economic Policy Research, 2004. (Discussion Paper, n. 4220).

CARTER, C. K.; KOHN, R. On Gibbs sampling for state space models. **Biometrika**, v. 81, n. 3, p. 541-553, 1994.

GAMERMAN, D.; LOPES, H. F. **Markov chain Monte Carlo: stochastic simulation for Bayesian inference**. London: Chapman & Hall, 2007.

GARCIA, M.; RIGOBON, R. **A risk management approach to emerging market's sovereign debt sustainability with an application to Brazilian data**. Cambridge: NBER, 2004. (NBER Working Paper, n. 10336).

GELMAN, A. *et al.* **Bayesian data analysis**. Boca Raton: CRC Press, 2003.

GEWEKE, J.; ZHOU, G. Measuring the pricing error of the arbitrage pricing theory. **The Review of Financial Studies**, v. 9, n. 2, p. 557-587, 1996.

GOBETTI, S. W.; SCHETTINI, B. P. **Dívida líquida e dívida bruta: uma abordagem integrada para analisar a trajetória e o custo do endividamento brasileiro**. Brasília: Ipea, 2010. (Texto para Discussão, n. 1514).

GOLDFAJN, I. **Are there reasons to doubt fiscal sustainability in Brazil?** Rio de Janeiro: Banco Central do Brasil, 2002. (Technical Note, n. 25).

GOLDFAJN, I.; GUARDIA, E. R. **Fiscal rules and debt sustainability in Brazil**. Rio de Janeiro: Banco Central do Brasil, 2003. (Technical Note, n. 39).

GRANGER, C. W. J. Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. **Econometrica**, v. 37, n. 3, p. 424-38, Aug. 1969.

HAMILTON, J. **Time series analysis**. Princeton: Princeton University Press, 1993.

KIM, C. J.; NELSON, C. R. **State-space models with regime switching**. Massachusetts: The MIT Press, 1999.

LUTKEPOHL, H. **New introduction to multiple time series analysis**. New York: Springer-Verlag, 2007.

MENDONÇA, M. J.; MEDRANO, L. A. T.; SACHSIDA, A. Um modelo econométrico com parâmetros variáveis para carga tributária bruta trimestral. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 41, n. 1, p. 133-162, 2011.

MENDONÇA, M. J.; PIRES, M. C.; MEDRANO L. A. Administração e sustentabilidade da dívida pública no Brasil: uma análise com mudança de regime. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 38, n. 3, 2008.

PELLEGRINI, J. A. **Dívida pública e ativo do setor público**: o que a queda da dívida líquida não mostra. Brasília: Núcleo de Estudos e Pesquisas do Senado Federal, 2011. (Texto para Discussão, n. 95).

REINHART, C. M.; ROGOFF, K. S. **Growth in a time of debt**. Cambridge: NBER, 2010. (NBER Working Paper, n. 15639).

SÁFADI, T.; PENA, D. Bayesian analysis of dynamic factor models: an application to air pollution and mortality in São Paulo, Brazil. **Environmetrics**, v. 19, n. 6, p. 582-601, 2007.

TOURINHO, O.; SANGOI, R. **Public debt and economic growth**: test of the Reinhart-Rogoff hypothesis. ANPEC 2015 (43º Encontro Nacional de Economia).

SCHETTINI, B. P. A dinâmica recente do endividamento público e das despesas de juros. *In*: SANTOS, C. H. M. dos; GOUVÊA, R. R. (Org.). **Finanças públicas e macroeconomia no Brasil**: um registro da reflexão do Ipea (2008-2014). Brasília: Ipea, 2014. v. 2.

SILVA, A. M.; PIRES, M. C. C. **Dívida pública, poupança em conta corrente do governo e superávit primário**: uma análise de sustentabilidade. Brasília: Ipea, 2006. (Texto para Discussão, n. 1196).

STOCK, J. H.; WATSON, M. W. **Dynamic factor models**. Oxford: Oxford University Press, 2010. (Working Paper prepared for the Oxford Handbook of Economic Forecasting).

WEST, M.; HARRISON, J. **Bayesian forecasting and dynamic models**. 2. ed. New York: Springer-Verlag, 1997.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

FRUWIRTH-SCHMATTER, S. Data augmentation and dynamic linear models. **Journal of Time Series Analysis**, v. 15, n. 2, p. 183-202, 1994.

MENDONÇA, M. J.; MEDRANO, L. A. T. **Aplicação do modelo fatorial dinâmico para previsão da receita tributária no Brasil**. Rio de Janeiro: Ipea, 2015. (Texto para Discussão, n. 2064).

APÊNDICE A

TESTE DE CAUSALIDADE DE GRANGER ENTRE AS DÍVIDAS BRUTA E LÍQUIDA

TABELA A.1
Teste de seleção de defasagens
 VAR Lag Order Selection Criteria
 Endogenous variables: DLGG DBGG
 Exogenous variables: C

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-3949,600	NA	1,11e+21	54,13151	54,17238	54,14811
1	-3380,927	1113,975	4,84e+17	46,39626	46,51888 ¹	46,44609
2	-3373,195	14,93441	4,60e+17	46,34514	46,54950	46,42818
3	-3365,261	15,10816	4,36e+17	46,29124	46,57734	46,40749
4	-3364,095	2,187533	4,53e+17	46,33007	46,69791	46,47953
5	-3357,218	12,71762	4,36e+17	46,29066	46,74025	46,47334
6	-3343,057	25,80082	3,79e+17	46,15146	46,68279	46,36736
7	-3332,099	19,66378 ¹	3,45e+17 ¹	46,05615 ¹	46,66922	46,30526 ¹
8	-3331,823	0,488206	3,63e+17	46,10716	46,80198	46,38948
9	-3329,602	3,864596	3,72e+17	46,13153	46,90808	46,44706
10	-3326,642	5,068092	3,78e+17	46,14578	47,00408	46,49452

Nota: ¹ Indicates lag order selected by the criterion.

Obs.: LR – sequential modified LR test statistic (each test at 5% level); FPE – final prediction error; SC – Schwarz information criterion; HQ – Hannan-Quinn information criterion.

TABELA A.2
Número de relações de cointegração
 Series: DLGG DBGG
 Lags interval: 1 to 7
 Selected (0.05 level)¹

Data trend	None	None	Linear	Linear	Quadratic
Test type	No intercept	Intercept	Intercept	Intercept	Intercept
	No trend	No trend	No trend	Trend	Trend
Trace	1	1	2	0	0
Max-Eig	1	1	0	0	0

Elaboração dos autores.

Nota: ¹ Critical values based on MacKinnon-Haug-Michelis (1999).

TABELA A.3
Modelo 2: 2002:09 a 2014:12
Vector error correction estimates

Cointegrating Eq	CointEq1	
DLGG(-1)	1,000000	
DBGG(-1)	-0,314175	
	(0,04046)	
	[-7,76530]	
C	-411822,4	
	(76137,4)	
	[-5,40894]	
Error correction	D(DLGG)	D(DBGG)
CointEq1	0,006227	0,112676
	(0,01449)	(0,02510)
	[0,42981]	[4,48883]
D(DLGG(-1))	0,029800	-0,260124
	(0,08806)	(0,15256)
	[0,33842]	[-1,70502]
D(DLGG(-2))	0,096316	0,113619
	(0,08557)	(0,14826)
	[1,12556]	[0,76637]
D(DLGG(-3))	-0,008983	0,070665
	(0,08441)	(0,14624)
	[-0,10642]	[0,48321]
D(DLGG(-4))	-0,134886	0,099432
	(0,08258)	(0,14308)
	[-1,63332]	[0,69494]
D(DLGG(-5))	0,132253	0,014505
	(0,08374)	(0,14508)
	[1,57932]	[0,09998]
D(DLGG(-6))	0,008730	-0,158578
	(0,08304)	(0,14387)
	[0,10513]	[-1,10223]
D(DLGG(-7))	-0,034871	0,000102
	(0,08346)	(0,14460)
	[-0,41782]	[0,00070]
D(DBGG(-1))	-0,046658	-0,217288
	(0,05261)	(0,09115)
	[-0,88686]	[-2,38389]
D(DBGG(-2))	0,156370	-0,199386
	(0,04987)	(0,08640)
	[3,13558]	[-2,30771]

(Continua)

(Continuação)

Error correction	D(DLGG)	D(DBGG)
D(DBGG(-3))	0,042324 (0,05082) [0,83288]	-0,056189 (0,08804) [-0,63821]
D(DBGG(-4))	0,117125 (0,05024) [2,33145]	-0,134160 (0,08704) [-1,54142]
D(DBGG(-5))	-0,034441 (0,05188) [-0,66381]	-0,229480 (0,08989) [-2,55293]
D(DBGG(-6))	0,055726 (0,05199) [1,07190]	0,383870 (0,09007) [4,26185]
D(DBGG(-7))	0,028920 (0,05408) [0,53481]	-0,035098 (0,09369) [-0,37463]
R-squared	0,153593	0,405336
Adj. R-squared	0,064497	0,342740
Sum sq. resid	4,79E+10	1,44E+11
S.E. equation	18981,61	32886,07
F-statistic	1,723909	6,475413
Log likelihood	-1660,076	-1741,414
Akaike AIC	22,63617	23,73533
Schwarz SC	22,93994	24,03910
Mean dependent	7825,309	16955,59
S.D. dependent	19625,03	40564,25
Determinant resid covariance (dof adj.)		3,65E+17
Determinant resid covariance		2,95E+17
Log likelihood		-3396,648
Akaike information criterion		46,34659
Schwarz criterion		47,01489

Elaboração dos autores.

Obs.: 1. Erro-padrão e estatística t entre parênteses.

2. DLGG – dívida líquida do governo geral; DBGG – dívida bruta do governo geral.

TABELA A.4
Teste de causalidade de Granger
 Sample: 2002M01 2014M12
 Lags: 7

Null Hypothesis	Obs	F-Statistic	Prob.
DBGG does not Granger Cause DLGG	149	2,50772	0,0187
DLGG does not Granger Cause DBGG		1,29392	0,2580

Elaboração dos autores.

APÊNDICE B

1 DESCRIÇÃO DO ALGORITMO MONTE CARLO VIA CADEIAS DE MARKOV (MARKOV CHAIN MONTE CARLO – MCMC) PARA O MODELO FATORIAL DINÂMICO (MFD)

Neste apêndice, descreveremos o procedimento bayesiano para estimação e previsão de um MFD do tipo que foi introduzido na seção 4. Assim sendo, o modelo descrito pelas equações 8 e 9 desta seção pode ser reescrito numa estrutura de espaço de estados do seguinte modo:

$$\begin{aligned} y_t &= F^E f_t + e_t^E \\ f_t^E &= G^E f_{t-1}^E + w_t^E \end{aligned} \quad 8'-9'$$

onde $e_t^E \sim N(0, \Sigma)$ e $w_t^E \sim N(0, Q^E)$

$$G_{pkpk}^E = \begin{bmatrix} \Gamma_1 & \Gamma_2 & \dots & \Gamma_{p-1} & \Gamma_p \\ I_{kxk} & \underline{0}_{kxk} & \dots & \underline{0}_{kxk} & \underline{0}_{kxk} \\ \underline{0}_{kxk} & I_{kxk} & \dots & \underline{0}_{kxk} & \underline{0}_{kxk} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \underline{0}_{kxk} & \underline{0}_{kxk} & \dots & I_{kxk} & \underline{0}_{kxk} \end{bmatrix}, \quad \underline{f}_t^E = \begin{bmatrix} f_t \\ f_{t-1} \\ \vdots \\ f_{t-p+1} \end{bmatrix}, \quad \underline{w}_t^E = \begin{bmatrix} w_t \\ \underline{0}_{kx1} \\ \vdots \\ \underline{0}_{kx1} \end{bmatrix},$$

$$Q_{pkpk}^E = \begin{bmatrix} \Lambda_{kxk} & \underline{0}_{kxk(p-1)} \\ \underline{0}_{k(p-1)xk} & \underline{0}_{k(p-1)xk(p-1)} \end{bmatrix}, \quad F_{mxpk}^E = [\beta_{mxk} \quad \underline{0}_{mxk} \quad \underline{0}_{mxk} \quad \dots \quad \underline{0}_{mxk}].$$

2 DISTRIBUIÇÕES A POSTERIORI COMPLETAS NECESSÁRIAS PARA A IMPLEMENTAÇÃO DO AMOSTRADOR DE GIBBS

Para $i = 1, \dots, k$, escreva $\beta_i = (\beta_{i1}, \dots, \beta_{ii})^T$, que são os elementos diferentes de zero. Para os restantes das linhas $i = k+1, \dots, m$, escreva $\beta_i = (\beta_{i1}, \dots, \beta_{ik})$. Similarmente, para $i = 1, \dots, k$, denote F_i a matriz Txi contendo as primeiras i colunas de F e para todo i seja y_i a i -ésima coluna de y , S_i a i -ésima coluna de $(X\varphi^T)$ com $X = (\underline{X}_1^T, \dots, \underline{X}_T^T)^T$ e $y_i^* = y_i - S_i$. Seja $\gamma_j = (\gamma_{1j}, \gamma_{2j}, \dots, \gamma_{pj})^T$ o vetor contendo o

j -ésimo elemento da diagonal para cada uma das p matrizes $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_p$. Defina também para $j = 1, \dots, k$.

$$\mathfrak{J}_j = \begin{pmatrix} f_{p,j} & f_{p-1,j} & \cdots & f_{1,j} \\ f_{p+1,j} & f_{p,j} & \cdots & f_{2,j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{T-1,j} & f_{T-2,j} & \cdots & f_{T-p,j} \end{pmatrix} \text{ e } \mathbf{H}_j = \begin{pmatrix} f_{p+1,j} \\ f_{p+2,j} \\ \vdots \\ f_{T,j} \end{pmatrix}$$

- Para amostrar da condicional completa de \underline{f}_t :
 - 1) Aplicar filtro de Kalman para calcular $m_t = E[\underline{f}_t^E | D_t]$ e $C_t = V[\underline{f}_t^E | D_t]$ para $t = 1, \dots, T$, do seguinte modo:

$$a_t = G^E m_{t-1}, \quad R_t = G^E C_{t-1} G^{E^T} + Q^E$$

$$f_t = F^E a_t, \quad Q_t = F^E R_t F^{E^T} + \Sigma$$

$$A_t = R_t F^{E^T} Q_t^{-1}, \quad e_t = (y_t - S_t) - f_t$$

e armazenar m_t e C_t , $t = 1, \dots, T$. No final use m_t e C_t para gerar $\underline{f}_T^E | \cdot \sim N(m_T, C_T)$.

- 2) Definir $\underline{f}_t^{E^*}$ como sendo os primeiros k elementos de \underline{f}_t^E ; G^{E^*} como sendo as primeiras k linhas de G^E ; e Q^{E^*} como sendo o primeiro bloco $k \times k$ da matriz Q^E . Para $t = T-1, T-2, \dots, 1$, faça:

$$m_t^* = m_t + C_t G^{E^*T} \left(G^{E^*} C_t G^{E^*T} + Q^{E^*} \right)^{-1} \left(f_{t+1}^{E^*} - G^{E^*} m_t \right),$$

$$C_t^* = C_t - C_t G^{E^*T} \left(G^{E^*} C_t G^{E^*T} + Q^{E^*} \right)^{-1} G^{E^*} C_t,$$

gere $\underline{f}_t^E | \cdot, \underline{f}_{t+1}^{E^*} \sim N(m_t^*, C_t^*)$ e mantenha somente os k primeiros elementos gerados dessa forma. Esses primeiros k elementos formam uma amostra de \underline{f}_t da condicional completa.

- A distribuição *a posteriori* condicional completa de Σ se reduz a um conjunto de m gammas inversas independentes, com $\sigma_i^2 \sim IG\left(\frac{n_\sigma^*}{2}, \frac{n_\sigma^* S_\sigma^*}{2}\right)$, onde $n_\sigma^* = n_\sigma + T$

$$n_{\sigma}^* S_{\sigma}^* = n_{\sigma} S_{\sigma} + (\mathbf{y}_i^* - \mathbf{F} \underline{\beta}_i^T)^T (\mathbf{y}_i^* - \mathbf{F} \underline{\beta}_i^T).$$

- A distribuição *a posteriori* condicional completa de β divide-se em:

para $i = 1, \dots, k$, $\underline{\beta}_i \sim N(\underline{\mu}_i, V_i) 1(\beta_{ii} = 1)$ onde $\underline{\mu}_i = V_i (V_0^{-1} \mu_0 1_i + \sigma_i^{-2} \mathbf{F}_i^T \mathbf{y}_i^*)$ e $V_i^{-1} = V_0^{-1} I_i + \sigma_i^{-2} \mathbf{F}_i^T \mathbf{F}_i$;

para $i = k+1, \dots, m$, $\underline{\beta}_i \sim N(\underline{\mu}_i, V_i)$ onde $\underline{\mu}_i = V_i (V_0^{-1} \mu_0 1_k + \sigma_i^{-2} \mathbf{F}^T \mathbf{y}_i^*)$ e $V_i^{-1} = V_0^{-1} I_k + \sigma_i^{-2} \mathbf{F}^T \mathbf{F}$.

- A distribuição *a posteriori* condicional completa de γ_j é dada por:

para $j = 1, \dots, k$, $\gamma_j \sim N(A_j, B_j)$ onde $A_j = B_j (S_r^{-1} m_r 1_p + \lambda_j^{-1} \mathfrak{J}_j^T \mathbf{H}_j)$ e $B_j = S_r^{-1} I_{p \times p} + \lambda_j^{-1} \mathfrak{J}_j^T \mathfrak{J}_j$.

- A distribuição *a posteriori* condicional completa de Λ se reduz a um conjunto de k gammas

inversas independentes, com $\lambda_j \sim IG\left(\frac{n_{\lambda}^*}{2}, \frac{n_{\lambda}^* S_{\lambda}^*}{2}\right)$, onde

$$n_{\lambda}^* = n_{\lambda} + T$$

$$n_{\lambda}^* S_{\lambda}^* = n_{\lambda} S_{\lambda} + (\mathbf{H}_j - \mathfrak{J}_j \gamma_j)^T (\mathbf{H}_j - \mathfrak{J}_j \gamma_j).$$

- A distribuição *a posteriori* condicional completa de φ_i é dada por:

para $i = 1, \dots, m$, $\varphi_i \sim N(C_i, D_i)$ onde $C_i = D_i (C_s^{-1} m_s 1_{12} + \sigma_i^{-1} \mathbf{X} (\mathbf{y}_i - \mathbf{F} \underline{\beta}_i))$ e $D_i = C_s^{-1} I_{12 \times 12} + \sigma_i^{-2} \mathbf{X}^T \mathbf{X}$.

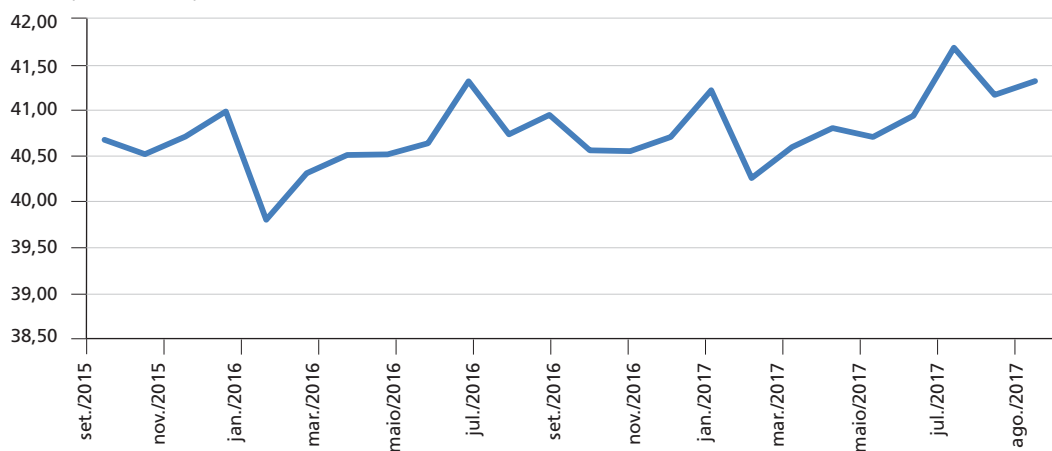
3 PREVISÃO MFD COM COMPONENTE SAZONAL COM $p > 1$

Passa o modelo descrito pelas equações (8)-(9) para a estrutura de espaço de estados das seções 1 e 2 deste apêndice e utilize a mesma metodologia apresentada na seção 4 substituindo f_t , Λ , β e Γ_1 por f_t^E , Q^E , F^E e G^E , respectivamente.

APÊNDICE C

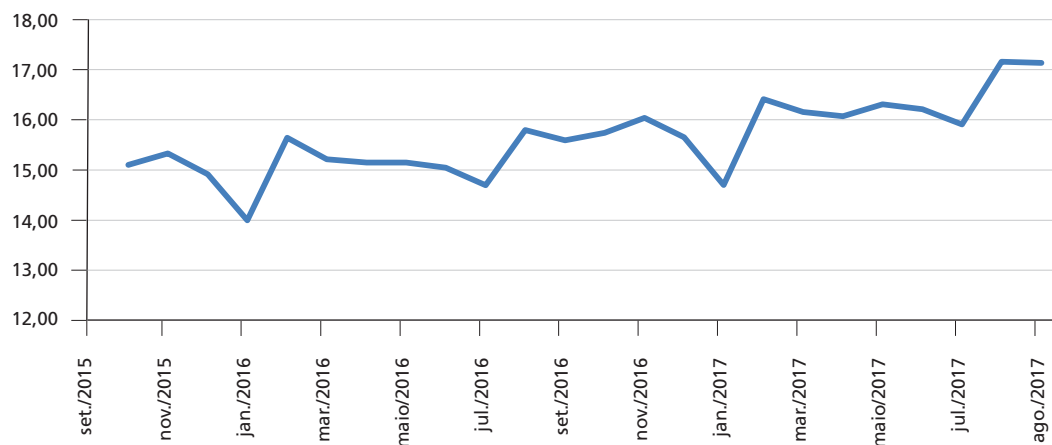
GRÁFICOS DA PREVISÃO DA DÍVIDA BRUTA DO SETOR PÚBLICO (DBSP), DÍVIDA LÍQUIDA DO SETOR PÚBLICO (DLSP) E PRODUTO INTERNO BRUTO (PIB) PARA OS PRÓXIMOS 24 MESES

GRÁFICO C.1
Dívida mobiliária (set./2015-ago./2017)
 (Em % do PIB)



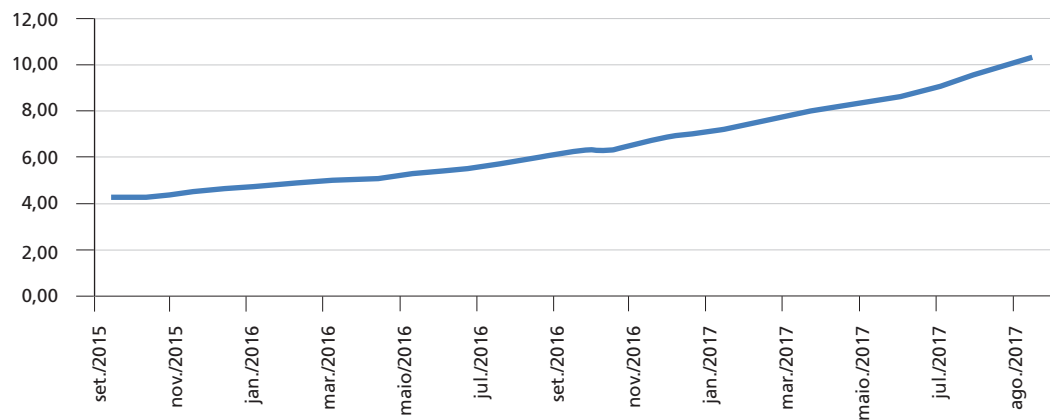
Elaboração dos autores.

GRÁFICO C.2
Operações compromissadas (set./2015-ago./2017)
 (Em % do PIB)



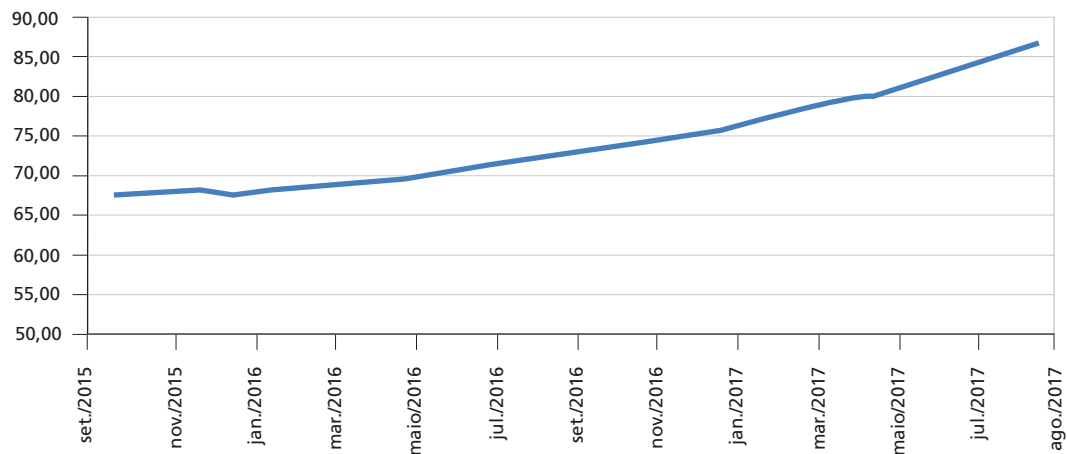
Elaboração dos autores.

GRÁFICO C.3
Dívida externa (set./2015-ago./2017)
(Em % do PIB)



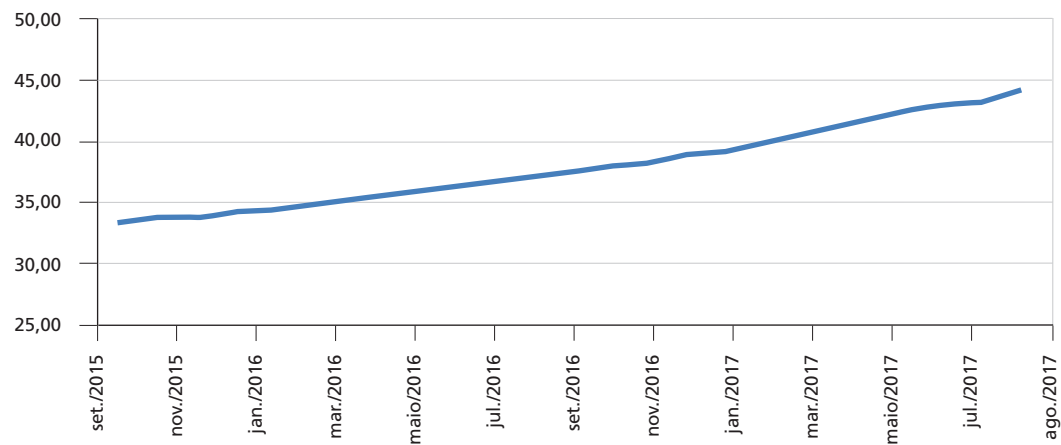
Elaboração dos autores.

GRÁFICO C.4
Dívida bruta (set./2015-ago./2017)
(Em % do PIB)



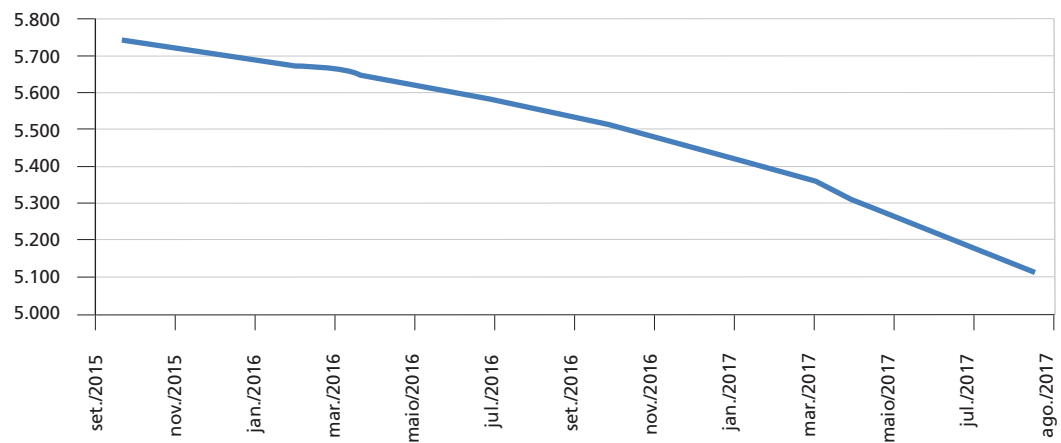
Elaboração dos autores.

GRÁFICO C.5
Dívida líquida (set./2015-ago./2017)
(Em % do PIB)



Elaboração dos autores.

GRÁFICO C.6
PIB acumulado (set./2015-maio/2017)



Elaboração dos autores.

EDITORIAL

Coordenação

Cláudio Passos de Oliveira

Supervisão

Andrea Bossle de Abreu

Revisão

Camilla de Miranda Mariath Gomes

Carlos Eduardo Gonçalves de Melo

Elaine Oliveira Couto

Laura Vianna Vasconcellos

Luciana Bastos Dias

Luciana Nogueira Duarte

Thais da Conceição Santos Alves (estagiária)

Vivian Barros Volotão Santos (estagiária)

Editoração

Aeromilson Mesquita

Aline Cristine Torres da Silva Martins

Carlos Henrique Santos Vianna

Glaucia Soares Nascimento (estagiária)

Vânia Guimarães Maciel (estagiária)

Capa

Luís Cláudio Cardoso da Silva

Projeto Gráfico

Renato Rodrigues Bueno

The manuscripts in languages other than Portuguese published herein have not been proofread.

Livraria Ipea

SBS – Quadra 1 - Bloco J - Ed. BNDES, Térreo.

70076-900 – Brasília – DF

Fone: (61) 2026-5336

Correio eletrônico: livraria@ipea.gov.br

Missão do Ipea

Aprimorar as políticas públicas essenciais ao desenvolvimento brasileiro por meio da produção e disseminação de conhecimentos e da assessoria ao Estado nas suas decisões estratégicas.



ipea Instituto de Pesquisa
Econômica Aplicada

Ministério do
Planejamento

