

# 2308

EFICIÊNCIA DO GASTO DA EDUCAÇÃO  
FUNDAMENTAL MUNICIPAL

Ajax Moreira

TEXTO PARA DISCUSSÃO





### EFICIÊNCIA DO GASTO DA EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL MUNICIPAL<sup>1</sup>

Ajax Moreira<sup>2</sup>

---

1. O autor agradece os comentários de Claudio Hamilton M. dos Santos e o apoio de Bernardo Schetini.

2. Coordenador de economia financeira na Diretoria de Estudos e Políticas Macroeconômicas (Dimac) do Ipea.  
*E-mail:* <ajax.moreira@ipea.gov.br>.

## Governo Federal

**Ministério do Planejamento,  
Desenvolvimento e Gestão**  
Ministro Dyogo Henrique de Oliveira

**ipea** Instituto de Pesquisa  
Econômica Aplicada

Fundação pública vinculada ao Ministério do Planejamento, Desenvolvimento e Gestão, o Ipea fornece suporte técnico e institucional às ações governamentais – possibilitando a formulação de inúmeras políticas públicas e programas de desenvolvimento brasileiros – e disponibiliza, para a sociedade, pesquisas e estudos realizados por seus técnicos.

### **Presidente**

Ernesto Lozardo

### **Diretor de Desenvolvimento Institucional**

Rogério Boueri Miranda

### **Diretor de Estudos e Políticas do Estado, das Instituições e da Democracia**

Alexandre de Ávila Gomide

### **Diretor de Estudos e Políticas Macroeconômicas**

José Ronaldo de Castro Souza Júnior

### **Diretor de Estudos e Políticas Regionais, Urbanas e Ambientais**

Alexandre Xavier Ywata de Carvalho

### **Diretor de Estudos e Políticas Setoriais de Inovação e Infraestrutura**

João Alberto De Negri

### **Diretora de Estudos e Políticas Sociais**

Lenita Maria Turchi

### **Diretor de Estudos e Relações Econômicas e Políticas Internacionais**

Sérgio Augusto de Abreu e Lima Florêncio Sobrinho

### **Assessora-chefe de Imprensa e Comunicação**

Regina Alvarez

Ouvidoria: <http://www.ipea.gov.br/ouvidoria>

URL: <http://www.ipea.gov.br>

## Texto para Discussão

Publicação cujo objetivo é divulgar resultados de estudos direta ou indiretamente desenvolvidos pelo Ipea, os quais, por sua relevância, levam informações para profissionais especializados e estabelecem um espaço para sugestões.

© Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada – **ipea** 2017

Texto para discussão / Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada.- Brasília : Rio de Janeiro : Ipea , 1990-

ISSN 1415-4765

1. Brasil. 2. Aspectos Econômicos. 3. Aspectos Sociais.  
I. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada.

CDD 330.908

As opiniões emitidas nesta publicação são de exclusiva e inteira responsabilidade dos autores, não exprimindo, necessariamente, o ponto de vista do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada ou do Ministério do Planejamento, Desenvolvimento e Gestão.

É permitida a reprodução deste texto e dos dados nele contidos, desde que citada a fonte. Reproduções para fins comerciais são proibidas.

JEL: I28; I23; C23; C29.

# SUMÁRIO

---

SINOPSE

ABSTRACT

1 INTRODUÇÃO .....	7
2 REVISÃO DA LITERATURA .....	9
3 METODOLOGIA.....	11
4 DESCRIÇÃO DOS DADOS .....	17
5 ESTIMANDO A EFICIÊNCIA DA GESTÃO MUNICIPAL .....	23
6 CONCLUSÃO .....	30
REFERÊNCIAS .....	32
APÊNDICE .....	35



## SINOPSE

A educação fundamental é principalmente prestada pelos municípios segundo um modelo descentralizado, em que a gestão local transforma recursos transferidos pelo governo federal em resultados educacionais, que são monitorados centralmente. Este modo de operação é propício para a avaliação da eficiência da gestão, pois favorece a existência de variedade de modelos de gestão com desempenho medidos de forma homogênea. Foram utilizados os dados da Prova Brasil dos anos 2007, 2009, 2011 e 2013 para estimar medidas de eficiência econômica da educação fundamental municipal, que considera como insumo o gasto por aluno, e medidas do desempenho do aluno e da escola filtradas de forma a eliminar o efeito das famílias dos discentes. Obtivemos resultados descritivos do comportamento das escolas e dos municípios, além de medidas da eficiência econômica que se mostraram robustas para diferentes seleções de municípios, persistentes intertemporalmente. Estas medidas mostram diferenças substanciais entre municípios e estados.

**Palavras-chave:** educação fundamental; eficiência econômica; fronteira estocástica de produção.

## ABSTRACT

Fundamental education is mainly provided by municipalities according to a decentralized model in which local management transforms resources transferred by the federal government into educational results that are centrally monitored. This mode of operation is conducive to the evaluation of management efficiency, since it favors the existence of a variety of management models with performance measured in a homogeneous way. We used the data from Prova Brasil from the years 2007, 2009, 2011 and 2013 to estimate measures of economic efficiency of municipal basic education, which considers as input the expenditure per student, and measures of student and school performance in order to eliminate the effect of student families. We obtained descriptive results of the behavior of schools and municipalities, and measures of economic efficiency that proved to be robust for different selections of municipalities, and persistent intertemporally. These measures show substantial differences between municipalities and states.

**Keywords:** fundamental education; economic efficiency; Stochastic Production Frontier.





## 1 INTRODUÇÃO

No Brasil, 66% das matrículas da primeira etapa do ensino fundamental e 40% das da segunda etapa são da rede municipal. Este serviço, que custa cerca de 16% do orçamento dos municípios, é, em geral, de baixa qualidade, como mostra o desempenho do Brasil no Pisa<sup>1</sup> (Bruns, Evans e Luque, 2012). É um serviço que recebe transferências para o seu financiamento, por isso tem acompanhamento do governo federal. Um serviço descentralizado com monitoramento centralizado é uma situação propícia para a avaliação da sua eficiência: gestão descentralizada implica variedade de práticas, incentivos e, portanto, de resultados, e monitoramento centralizado, por sua vez, implica disponibilidade de dados comparáveis de qualidade. O resultado do aluno é apurado na Prova Brasil, prestada a cada dois anos por todos os alunos que terminam cada uma das duas etapas do ensino fundamental em escolas públicas. O resultado da escola é obtido do Censo Escolar, realizado anualmente por todas as escolas públicas, em particular as da rede municipal.

A próxima seção faz uma revisão da literatura e mostra que a eficiência do gasto público, e em particular do gasto com educação pública, tem sido estudada intensa e extensivamente. Os artigos buscam estimar medidas de eficiência de países, e para o Brasil, a eficiência dos municípios, buscando responder questões sobre efetividade e eficiência tecnológica e alocativa. São questões extremamente complexas que requerem a construção de experimentos educacionais para avaliar com rigor o efeito das diversas tecnologias educacionais, e Fryer Junior (2016) discute extensivamente esta questão.

Neste texto, vamos focalizar em uma questão mais simples: em qual a eficiência econômica da educação fundamental dos municípios, ou seja, como o município converte os gastos na educação fundamental em resultados. Espera-se que a escola forme alunos com conhecimento adequado, na idade adequada e em um ambiente suficientemente favorável para evitar que sejam reprovados ou abandonem a escola, criando condições a fim de que a maior parte das crianças em idade escolar do município estejam em sala de aula. Os resultados são então avaliados com medidas

---

1. Programme for International Student Assessment é uma prova trienal que avalia o desempenho dos estudantes de 15 anos em vários países segundo uma métrica comum. No Brasil, este público está inserido entre os alunos que terminam a segunda etapa do ensino fundamental.

de desempenho dos alunos (nota e indicador de distorção idade-série), desempenho da escola (taxa de reprovação e de abandono) e cobertura do ensino fundamental no município. Neste contexto, a fronteira de produção relaciona o custo requerido para alcançar um desempenho de referência, e a (in)eficiência de um município é o custo adicional gasto por ele para alcançar aquele desempenho.

Desde o relatório de Coleman *et al.* (1967), sabe-se que o ambiente familiar do aluno, assim como o escolar, tem um papel importante no aprendizado, pois o desempenho de cada discente é intrinsecamente relacionado às características de suas famílias. Portanto, a proficiência dos alunos e do ambiente escolar não pode ser atribuída exclusivamente à escola ou à gestão municipal. Para lidar com esta questão, incorporamos na análise o perfil das famílias dos alunos, descrito por questionário preenchido pelo aluno e anexado à Prova Brasil.

O desempenho do município é obtido com a média do resultado dos alunos – nota nas provas e distorção idade-série – e das escolas dos alunos e da rede municipal – taxa de reprovação e de abandono. Estes resultados estão sujeitos à incerteza, pois os mesmos alunos submetidos à mesma prova poderiam ter obtido outro resultado. Esta incerteza foi descrita com a distribuição das notas observadas dos alunos e das escolas. Neste caso, o desempenho do município é uma variável aleatória com média igual à do desempenho dos alunos, e o desvio-padrão desta média. A incerteza das medidas de desempenho implica a incerteza da medida de eficiência, que será incorporada à análise.

A medida da eficiência educacional dos municípios envolve diversos aspectos, como: *i*) caracterizar a fronteira de produção; *ii*) medir o resultado educacional do município, uma vez que envolve agentes diferentes (aluno, escola e município); *iii*) considerar que o desempenho do aluno não depende apenas do professor/escola; e *iv*) lidar com a incerteza da medida de desempenho do aluno e da escola. Todas estas questões serão discutidas na seção 3, que discorre sobre a metodologia adotada e implementada para os quatro anos da Prova Brasil – 2007, 2009, 2011 e 2013.

Nossa contribuição é a proposição de uma metodologia que extrai do desempenho dos alunos a parcela que pode ser atribuída à gestão municipal e considera a incerteza da medida de desempenho dos alunos para obter uma estimativa da média e um desvio-padrão da eficiência econômica do município. Este exercício explicita a fragilidade do ordenamento

dos municípios segundo a sua eficiência. Mostra-se que são indistintas estatisticamente diferenças de posição relativa de até dois decis. Um outro resultado apresentado é a simulação da redução potencial de gastos, mantido o desempenho, que pode ser alcançada se os municípios reduzirem, ainda que parcialmente, a sua ineficiência.

A seção 2 apresenta um breve resumo da literatura pertinente, as seguintes, a metodologia adotada, as dificuldades de implementação e uma descrição sucinta dos resultados dos alunos e da escola. A seção 5 mostra as medidas de eficiência e as estimativas de redução de gastos, e, por último, a conclusão.

## **2 REVISÃO DA LITERATURA**

A melhoria do capital humano é um elemento crítico do bem-estar e do crescimento econômico, e o gasto com educação e saúde pública tem um papel fundamental neste resultado. Estes gastos são um componente expressivo dos orçamentos públicos e a eficiência dos processos e adequação das medidas do capital humano motivaram uma literatura extensa. Hanushek (2015) e Hanushek e Woessmann (2012; 2016), em diversos artigos, destacam que as medidas do Estado em relação à educação, como nível de escolaridade e proporção de jovens matriculados, são insuficientes para explicar o crescimento da produtividade, e, portanto, inadequadas como medida da componente educação do capital humano. Os autores enfatizam que a qualidade da educação é um elemento crítico que não é contemplado naquelas medidas. Em uma outra dimensão, Hanushek (1986) reafirma os resultados de Coleman *et al.* (1967) sobre o papel das famílias nos resultados escolares.

A eficiência do gasto público foi avaliada por diversos autores. Jayasuriya e Wodon (2003) estudam a eficiência do gasto em educação e em saúde. Afonso, Schuknecht e Tanzi (2003; 2006), Herrera e Pang (2005), Estache, Gonzalez e Trujillo (2007), Mandl, Dierx e Ilzkovitz (2008) e Ribeiro (2008) pesquisam a eficiência do gasto público em geral. Para todos, a unidade de observação é o país, e a maioria constrói medidas de eficiência utilizando técnicas não paramétricas, como Data Envelopment Analysis (DEA) ou Free Disposal Hull (FDH), enquanto Estache, Gonzalez e Trujillo (2007) utilizam a abordagem da Stochastic Production Frontier (SPF). Em geral, os autores concluem que os países são bastantes heterogêneos quanto a sua eficiência. Por

sua vez, Afonso, Schuknecht e Tanzi (2006) estimam que é possível obter reduções de até 45% dos gastos mantendo o mesmo desempenho, ou que os países obtêm dois terços do desempenho que poderiam obter com o mesmo gasto. Entretanto, há um consenso entre os estudiosos, que apontam para a dificuldade de obter medidas comparáveis e rigorosas dos gastos públicos e das medidas do *status* de educação e saúde dos países. Utilizando a mesma abordagem e variáveis que caracterizam o produto e os insumos, Pereira e Moreira (2007) estimam a eficiência das escolas portuguesas, e Rugiero (1996), a das escolas da cidade de Nova Iorque.

No Brasil, Schwartzman (2005) faz uma excelente avaliação do estado da educação no Brasil, e a disponibilidade de dados mais confiáveis e detalhados motivou autores, como Delgado e Machado (2007), Zoghby *et al.* (2009; 2011), Schettini (2014), Cuesta, Glewwe e Krause (2015), Diaz (2012) Ribeiro (2008) e Soares e Sátyro (2008), sempre tomando como unidade o município e estimando a eficiência, majoritariamente, com a abordagem DEA.<sup>2</sup> Em geral, os artigos relacionam o produto da educação – medidas de desempenho, nota em matemática e língua portuguesa na Prova Brasil, distorção idade-série, taxas de abandono e reprovação – com os insumos utilizados como gastos com educação por aluno, número de professores, existência de infraestrutura e qualidade do professor.

Na forma com que são especificados, os artigos medem a eficiência técnica dos insumos utilizados, como professores, salas de aula, equipamentos de informática, biblioteca, e, portanto, analisam direta ou indiretamente a tecnologia educacional. Esse assunto é extremamente complexo e envolve a identificação de causalidade das práticas educacionais, o que vem sendo discutido em muitos experimentos aleatórios resenhados por Fryer Junior (2016).

Delgado e Machado (2007) e Benegas (2012) lembram que a eficiência tem uma componente técnica – melhor utilização dos recursos disponíveis – e outra econômica, que envolve também a alocação dos gastos entre os recursos, e propõem decompor a estimativa da eficiência em duas etapas. Rocha *et al.* (2013) simplificam a questão, limitando a pergunta à estimativa da eficiência econômica, deixando de lado a eficiência técnica.

---

2. Alguns destes artigos utilizam uma variante da DEA que lida com a existência de pontos espúrios na amostra.

Destes estudos, destacamos algumas questões que julgamos importantes e que buscamos contemplar: *i*) estimar apenas a eficiência econômica, como Rocha *et al.* (2013); *ii*) incorporar as medidas tradicionais de cobertura e desempenho da escola, como medidas da qualidade do ensino; *iii*) isolar do desempenho do aluno e da escola a parcela que pode ser atribuída à gestão do município; e *iv*) incorporar na análise a imprecisão da medida do resultado do aluno e o seu efeito sobre a incerteza da estimativa da eficiência estimada.

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 Extraíndo o efeito da gestão do desempenho dos alunos e das escolas

Admite-se que a gestão do município tem três metas: ter toda a população em idade escolar matriculada e prover ensino de qualidade, além de um ambiente escolar que favoreça a permanência do aluno na escola municipal.<sup>3</sup> A qualidade do ensino das escolas é medida com a Prova Brasil, com as notas de matemática, língua portuguesa e um indicador de atraso escolar,<sup>4</sup> além da permanência na escola, com as taxas de reprovação e de abandono medidas por meio do Censo Escolar. A Prova Brasil é censitária para os alunos das escolas públicas e requer o preenchimento de um questionário extensivo<sup>5</sup> sobre as características das famílias do aluno. Com estas informações, construímos uma medida do desempenho do aluno ( $Y$ ), baseada nas notas de matemática, língua portuguesa e no indicador de atraso escolar, e uma descrição do perfil da família ( $P$ ).

Admitimos que a gestão municipal condiciona o funcionamento das escolas, escolhendo as práticas educacionais, o diretor da escola e os critérios de seleção dos professores, alocando os recursos, e, portanto, podemos considerar como o efeito da gestão municipal a parcela do resultado do aluno ( $Y(i)$ ) e das escolas, que não é

3. Estamos admitindo que o município é o agente público responsável por esta meta.

4. Se o aluno, no momento da prova, que ocorre no final de cada uma das duas etapas do fundamental, tiver idade superior a 2 anos em relação à idade esperada para aquele nível.

5. Os dados da Prova Brasil incluem um questionário extensivo, com cerca de 45 perguntas respondidas pelo aluno sobre a sua família e moradia, como escolaridade do pai e da mãe, existência de equipamentos e planos do aluno para depois do fundamental.

explicada com o perfil da família do aluno  $P(i)$  e com o perfil médio das famílias dos alunos da escola em que o aluno está matriculado ( $P(e(i), i)$ ).

Sob essas hipóteses, a parcela do resultado que não é explicada com ( $P(i)$  e  $P(e(i), i)$ ) será atribuída à gestão do município ( $m(i)$ ) onde o aluno está matriculado, que é estimada com a equação (1), que inclui o efeito fixo municipal ( $\alpha(m(i))$ ).

$$Y(i) = \alpha(m(i)) + \beta(P(i), P(e(i), i)) + v(i) \quad v \sim N(0, \sigma^2) \quad (1)$$

Então, o estimador do efeito da gestão do município  $m$  sobre o aluno  $i$  é dado por:

$$y(i) = Y(i) - \hat{\beta}(P(i), P(e(i), i)) \quad \text{onde } \hat{\beta} \sim N(E(\hat{\beta}), v(\beta)) \quad (2)$$

Uma amostra da sua distribuição pode ser obtida sorteando  $\hat{\beta}$  da sua distribuição, onde  $\hat{\beta}$  é uma realização do estimador de  $\beta$  e  $y(i)$  mede a parcela do desempenho do aluno que não pode ser explicada com o perfil das famílias ( $P(i), P(e(i), i)$ ).<sup>6</sup> O valor médio de  $y(i)$  no município  $my(m) = E(y(i)|i \in m)$  é uma estimativa do efeito médio da gestão – e do efeito fixo na equação (1) – e a sua variância normalizada com o tamanho da amostra  $vy(m) = V(y(i)|i \in m)/\#\{i \in m\}$  é uma estimativa da imprecisão deste efeito, seja  $y(m) \sim N(my(m), vy(m))$  a quantidade que descreve o efeito da gestão do município sobre o desempenho do aluno.

O desempenho escolar  $Z(e)$ , medido com as taxas de reprovação e de abandono no ensino fundamental disponíveis no Censo Escolar, é o resultado da gestão do município e das características das famílias da escola medidas com o perfil médio das famílias  $P(e)$ . Aqui também admitimos que tudo o que não é explicado com o perfil das famílias deve ser atribuído à gestão do município. Temos, então, a seguinte equação:

$$Z(e) = \alpha(m(e)) + \gamma(P(e)) + v(e) \quad v \sim N(0, \sigma^2) \quad (3)$$

Onde o efeito da gestão do município  $m$  sobre a escola é dado por:

---

6. Vale dizer que, devido ao tamanho da amostra,  $v(\beta)$  é muito pequeno.

$$z(e) = Z(e) - \hat{\gamma}(P(e)) \quad \hat{\gamma} \sim N(E(\hat{\gamma}), v(\gamma)) \quad (4)$$

Uma amostra da sua distribuição pode ser obtida sorteando  $\hat{\gamma}$  da sua distribuição, onde  $\hat{\gamma}$  é uma realização do estimador de  $\gamma$  e  $z(e)$  mede a parcela do desempenho da escola que não pode ser explicada com o perfil das famílias ( $P(e)$ ). O valor médio de  $z(e)$  no município  $mz(m) = E(z(e)|e \in m)$  é uma estimativa do efeito médio da gestão – e do efeito fixo em ( $e$ ) – e a sua variância normalizada com o tamanho da amostra  $vz(m) = V(z(e)|e \in m)/\#\{e \in m\}$  é uma estimativa da imprecisão deste efeito, seja  $z(m) \sim N(mz(m), vz(m))$  a quantidade que descreve o efeito da gestão do município sobre o desempenho da escola.

### 3.2 Medindo a eficiência da gestão

A (in)eficiência é a distância da fronteira da produção do serviço educacional, onde o insumo é a média do gasto total com a educação fundamental no ano corrente e no ano anterior por aluno no município, e o produto é o resultado da gestão do município sobre o desempenho dos alunos  $y(m)$  e o desempenho da escola  $z(m)$  e com a cobertura  $c(m)$ .<sup>7</sup> Para dar conta da desigualdade do custo de produção dos municípios, incluímos medidas da dispersão geográfica dos alunos ( $l(m)$ ), densidade populacional ( $d(m)$ ) e proporção de alunos em áreas urbanas ( $ur(m)$ ), medido com os alunos que fizeram a Prova Brasil, ou seja,  $s(m) = (c(m), l(m), d(m), ur(m))$ .

A fronteira de produção pode ser construída segundo duas abordagens, uma não paramétrica e outra paramétrica. Construída a fronteira, a ineficiência é a distância, em uma direção apropriada, de cada observação a esta fronteira. A abordagem não paramétrica (DEA) postula que a fronteira é definida com a envoltória dos dados – conjunto de hiperplanos que passam nos pontos extremos. A principal desvantagem desta abordagem é não admitir erros nas variáveis, o que a torna vulnerável à existência de pontos espúrios,<sup>8</sup> e também considerar que o conteúdo informacional das observações é igual.

7. Proporção dos alunos em idade escolar matriculados em alguma escola.

8. Sousa e Stošić (2005) utilizam uma variante da abordagem DEA para reduzir a vulnerabilidade da DEA a pontos espúrios.

A abordagem paramétrica adotada (stochastic frontier production function – SFP) admite que a fronteira é uma função linear do produto, e identifica esta fronteira com a hipótese de que a distribuição da ineficiência é assimétrica à direita. Isto pode ser racionalizado lembrando que a fronteira de produção – ou de custos – é um limitante e, portanto, é maior a frequência de observações na sua proximidade. Esta abordagem tem a desvantagem de ser paramétrica, mas lida com os pontos espúrios e pode considerar que as observações são desiguais quanto ao seu conteúdo observacional.

O tamanho dos municípios é muito desigual, variando desde capitais até pequenos municípios do interior, e este fato implica desigualdade da imprecisão da medida de desempenho dos alunos  $y(m)$  e desigualdade da importância de cada município na estimativa da fronteira de produção.

Formalmente, temos o resultado do município  $r(m) = (my(m), mz(m), s(m))$  composto com o valor esperado das parcelas do desempenho dos alunos não explicadas com o perfil das famílias ( $my(m)$ ), das escolas ( $mz(m)$ ) e características do município ( $s(m)$ ) condicionando o único insumo – gasto por aluno ( $g$ ) no último biênio medido como o seu logaritmo  $lg(m) = \log(g(m))$ . A fronteira da função de custos é determinada da seguinte forma:

$$lg(m) = \gamma r(m) + u(m) + v(m), \quad u(m) \sim d^+(0, \lambda), \quad v(m) \sim N(0, \sigma) \quad (5)$$

Onde ( $u$ ) é a ineficiência do município identificada com o formato da sua distribuição, e ( $v$ ) um termo aleatório. O modelo é estimado considerando que a importância de cada município é desigual e medida com a raiz quadrada do número de alunos do município:<sup>9</sup>  $p(m) = n(m)^{0.5}$ .

A equação (5) lida de forma parcial com a imprecisão das medidas de desempenho e considera que o estado das escolas no início da gestão do prefeito não é importante para o desempenho atual das escolas. O modelo pode ser modificado para lidar com estas duas limitações.

---

9. Esse peso indexa o desvio-padrão das medidas de desempenho do aluno. Para o desvio-padrão das medidas de desempenho da escola, peso é uma aproximação.



A imprecisão do desempenho é incorporada obtendo uma amostra empírica da distribuição da ineficiência dada a amostra da distribuição do desempenho utilizando o procedimento abaixo.

Repita  $(A, B, C)$  para  $w = 1 \dots N$ , obtendo uma realização do resultado do aluno e da escola, e estime  $(D)$ , obtendo uma realização da ineficiência dos municípios  $(u^w(m))$ .

$$A - y^w(m) \sim N(my(m), vy(m)),$$

$$B - z^w(m) \sim N(mz(m), vz(m)),$$

$$C - r^w(m) = (y^w(m), z^w(m), s(m)),$$

$$D - lg(m) = \gamma^w r^w(m) + u^w(m) + v^w(m); \text{ onde } u^w(m) \sim d^t(0, \lambda^w), v^w(m) \sim N(0, \sigma^w),$$

Então,  $U = \{u^1(m), \dots, u^N(m)\}$  é uma amostra representativa da ineficiência municipal.

O município dispõe de recursos  $(lg)$  para produzir resultados  $(r)$ . A forma da relação entre estas quantidades depende do prazo de maturação dos gastos. Se inferior a dois anos, o desempenho atual depende apenas do gasto realizado nos dois anos anteriores, e então a equação (5) representa a função de custos que relaciona estas quantidades. Todavia, se o prazo de maturação for maior que dois anos, o desempenho observado anteriormente condiciona juntamente com o gasto o desempenho atual. Neste caso, vamos considerar como desempenho anterior o associado ao mandato do prefeito predecessor, ou seja, de quatro anos antes, e, portanto, da Prova Brasil realizada dois períodos antes. Estas hipóteses resultam no modelo dinâmico, no qual o gasto remunera o investimento requerido para alterar o desempenho  $(\Delta r = r - r(-2))$  e remunerar os gastos correntes  $(lg|\delta\Delta r + \gamma r)$ .<sup>10</sup>

10. Representado sem perda de generalidade como  $(lg|\gamma r + \delta r(-2))$ .

### 3.3 Estimando a redução potencial dos gastos

A gestão da educação fundamental é realizada de forma descentralizada pelos municípios, o que possibilita que estes experimentem uma enorme variedade de tecnologias educacionais e de empenho dos prefeitos no aperfeiçoamento da gestão, e, portanto, na desigualdade da (in)eficiência entre os municípios.

Procedimentos adotados nos municípios mais eficientes podem inspirar as práticas dos municípios menos eficientes e possibilitar a redução dos gastos ou melhoria do desempenho dos alunos e das escolas. Uma forma de simular a redução de custos é admitir que os municípios aumentem a sua eficiência o suficiente para alcançar pelo menos o percentil ( $p$ ) da distribuição da eficiência. Neste caso, a eficiência simulada é  $E^k(m) = \max(E(p_k), E(m))$ , onde  $E(p_k)$  é o valor da eficiência no percentil ( $k$ ). O percentil mede o grau de esforço requerido para a melhoria de gestão implícito na simulação.

Definindo como eficiência do município  $E(m) = 1/\exp(u(m))$ , e tomando o exponencial da equação (5), temos:

$$g(m) = \exp(\gamma r(m) + v(m)) \exp(u(m)) = \exp(\gamma r(m) + v(m))/E(m)$$

$$\Rightarrow \exp(\gamma r(m) + v(m)) = g(m) E(m)$$

Admitindo que a eficiência seja  $E^k(m)$ , então:

$$g^k(m) = \exp(\gamma r(m) + v(m))/E^k(m) = g(m) E(m)/E^k(m) = g(m) f^k(m)$$

$$\text{onde } f^k(m) = E(m)/E^k(m).^{11}$$

O Sistema de Informações sobre Orçamentos Públicos em Educação (Siope) fornece o gasto por aluno no fundamental ( $g$ ) no município ( $m$ ) e o Censo Escolar o número de alunos matriculados no fundamental no mesmo município  $n(m)$ , então, vamos definir como gasto  $g(m)n(m)$ , e o gasto simulado total é  $G^k(m) = g^k(m)n(m) = n(m)g(m) f^k(m)$ .

---

11. No caso do modelo estocástico, temos para cada realização ( $w$ ) da eficiência  $E_w(m)$  o fator  $f_w^k(m) = E_w(m)/E_w^k(m)$ .

## 4 DESCRIÇÃO DOS DADOS

O modelo descrito na seção anterior utiliza informações de várias fontes: *i)* Prova Brasil de 2007, 2009, 2011 e 2013 de cada um dos alunos da rede municipal; *ii)* Censo Escolar (2007-2013), definido para cada uma das escolas da rede municipal; *iii)* Siope (2008-2013), definido por município; e *iv)* Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), definido por município (todos os anos). Exceto o IBGE, as demais fontes são registros administrativos que contêm variáveis omissas e requerem um tratamento prévio. Os dados da Prova Brasil foram tratados e agregados por escola e por município, e os dados do censo foram tratados e agregados apenas por município, formando um conjunto de dados com o qual foi realizada a análise de eficiência municipal.

A Prova Brasil contém informações por aluno, do seu desempenho em matemática e língua portuguesa e do atraso escolar, além de um questionário que caracteriza o aluno e sua família – idade, sexo, cor, alocação do tempo e atividades extraescolares. Os questionários dos quatro anos foram compatibilizados e analisados quanto à existência de informação omissa. As 45 variáveis do perfil documentadas no quadro A.1 do apêndice foram agrupadas, para efeito de análise de dados omissos, em nove grupos indicados no mesmo quadro, em que cada indicador assume o valor 1 se todas as variáveis do seu grupo são não omissas.

A tabela A.1 do apêndice mostra por ano e por etapa do fundamental a proporção de observações não omissas tanto para cada um dos indicadores separadamente quanto considerados conjuntamente. Por exemplo, a coluna C2 mostra a proporção de observações válidas omissas quando consideramos os indicadores M&F2 e as subsequentes quando incluímos outros indicadores na lista, como mostra a observação na tabela. Quando consideramos todas as variáveis conjuntamente, ficamos com cerca de um terço da amostra, por isso decidimos considerar a coluna C4 como referência. Esta opção inclui informações sobre o aluno, a mãe do aluno e características da casa (ter computador e carro), do aluno (trabalhar e reprovação passada) e alguns incentivos (I2). Consideramos estas informações suficientes, e com estas temos aproximadamente dois terços da amostra.

A tabela 1 apresenta, por ano e por etapa do fundamental, o número de alunos da rede municipal que fizeram a Prova Brasil ( $n_0$ ), o número de alunos com dados do

perfil da família válidos ( $n1$ ), a proporção de registros válidos incluídos na estimação da equação (1) e em ( $mt$ ,  $lp$ ,  $idi$ ) a proporção da variância intramunicípio de cada uma das medidas de desempenho do aluno que é explicada com a equação (1), assim como os resultados referentes às escolas ( $abn$ ,  $rep$ ).

TABELA 1  
Prova Brasil – número de alunos e qualidade do ajuste

	Alunos no fundamental 1						Alunos no fundamental 2						Escolas				
	n0 (mil)	n1 (mil)	n1/n0	mt (%)	lp (%)	idi (%)	n0 (mil)	n1 (mil)	n1/n0	mt (%)	lp (%)	idi (%)	n0 (mil)	n1 (mil)	%	rep (%)	abn (%)
2007	1.527	917	0,60	13	16	39	546	436	0,80	16	14	59	131	27	0,20	10	24
2009	1.807	1.428	0,79	13	15	32	728	474	0,65	15	13	61	122	18	0,14	9	10
2011	1.677	1.320	0,79	16	18	42	742	644	0,87	17	17	62	98	17	0,17	2	10
2013	1.807	1.017	0,56	15	16	55	728	611	0,84	14	17	66	112	17	0,15	11	11

Elaboração do autor.

Obs.:  $mt(lp, idi)$ : proporção da variância da nota de matemática (língua portuguesa e distorção idade-série) explicada com o perfil da família e escola.

$Rep(abn)$ : proporção da variância da taxa de reprovação (taxa de abandono) explicada com o perfil da escola.

Os resultados mostram proporção elevada de alunos com informação completa, e que o perfil da família explica entre 13% e 18% da variância da nota de matemática e língua portuguesa, e entre 39% e 66% da variância da distorção idade-série, indicando que a famílias parecem mais importantes quando evitam o atraso escolar do que quando se dedicam a maximizar o desempenho escolar.

A equação (3) relaciona o desempenho da escola, oriundo do Censo Escolar, com o perfil das famílias da escola, que tem como fonte a Prova Brasil, perfil este obtido tomando a média por escola do perfil das famílias dos alunos. Para estimar a equação é necessário parear, para cada ano, estas duas listas de escola, e a tabela 1 apresenta para cada ano o número de escolas existentes ( $n0$ ) e o número de escolas em que foi possível efetuar o pareamento ( $n1$ ). A tabela apresenta também a proporção da variância intramunicípio, que é explicada com o perfil das famílias da escola. Os resultados mostram a elevada perda de informação, devido ao pareamento das escolas, e a baixa capacidade preditiva do perfil das famílias.

Essa perda se deve a diversos motivos: *i*) registros administrativos sujeitos a erros; *ii*) falta de preenchimento do questionário do perfil da família por parte de alguns alunos; *iii*) a Prova Brasil, que é nominalmente censitária, não é realizada de fato em todas as escolas do município; e *iv*) eventuais inconsistências entre os registros da Prova Brasil e do Censo Escolar.

A estimativa da eficiência também requer o pareamento entre os dados, por município, do censo e da Prova Brasil.<sup>12</sup> A combinação da existência ou não de dados destas duas fontes de informação resulta nos quatro casos apresentados na tabela 2, que mostra para o pareamento entre escolas e entre municípios, em cada caso, o número de municípios (escolas) e também a proporção dos alunos matriculados no município (escola).

TABELA 2  
Proporção das escolas e dos municípios segundo o tipo de pareamento

Disponibilidade		Pareamento das escolas			Pareamento dos municípios		
Censo	Prova Brasil	Número de escolas	% escolas	% matrículas	Número de municípios	% municípios	% matrículas
Não	Não	80.401	0,17	0,05	1.279	0,06	0,02
Sim	Não	251.489	0,54	0,36	942	0,04	0,01
Não	Sim	53.884	0,12	0,11	4.963	0,22	0,08
Sim	Sim	77.974	0,17	0,47	15.238	0,68	0,89
-	Sim	131.858	0,28	0,58	20.201	0,90	0,97
Sim	-	329.463	0,71	0,83	16.180	0,72	0,90
<b>Total</b>	-	<b>463.748</b>	-	-	<b>22.422</b>	-	-

Elaboração do autor.

Os resultados mostram que, no pareamento das escolas, apenas 17% delas têm informações completas, que representam 47% das matrículas. No caso dos municípios, 68% deles têm informação completa, que representam 89% das matrículas. Mesmo se limitarmos a análise da Prova Brasil, os números são respectivamente 28% (58%) e 90% (97%). Estes resultados mostram a limitação da representatividade das amostras, o que motivou a definição de quatro seleções de municípios/especificações discutidos na próxima seção.

A equação (1) foi estimada para cada ano da Prova Brasil, cada etapa do fundamental, cada uma das medidas de desempenho – nota de matemática (*nmt*), nota de português (*nlp*) e atraso escolar (*idi*) –, e foi calculada a respectiva medida expurgada do efeito da família (*y<sub>mt</sub>*, *y<sub>lp</sub>*, *y<sub>id</sub>*). Com estas quantidades, foi calculada a correlação entre estas quantidades por ano e a etapa do fundamental. Os dados dos anos foram empilhados e a correlação entre estas quantidades para cada etapa do fundamental foi

12. De fato temos que parear adicionalmente os dados do IBGE e do Siope. No entanto, estes existem para todos os municípios e não implicam perda de informação.

calculada. A tabela 3 apresenta no quadrante inferior os resultados referentes à etapa 1 do fundamental, e no quadrante superior os resultados referentes à etapa 2.

**TABELA 3**  
**Correlação entre os alunos das suas medidas de desempenho**

Etapa 1	Etapa 2					
	ynt	nmt	ylp	nlp	yid	idi
ynt	1,00	0,91	0,55	0,49	-0,02	-0,01
nmt	0,88	1,00	0,49	0,61	-0,04	-0,21
ylp	0,58	0,52	1,00	0,89	-0,03	-0,02
nlp	0,54	0,66	0,89	1,00	-0,04	-0,22
yid	-0,04	-0,05	-0,03	-0,05	1,00	0,79
idi	-0,04	-0,17	-0,03	-0,18	0,61	1,00

Elaboração do autor.

A tabela mostra que os resultados observados são bastante correlacionados aos resultados expurgados, e também que a nota de português é correlacionada à nota de matemática. O indicador de atraso escolar, por sua vez, mostra-se independente das demais quantidades.

Apesar de a Prova Brasil ser nominalmente censitária, nem todas as escolas municipais a fazem, o que motiva a pergunta da diferença entre as escolas que participam ou não dela. Para isto, construímos medidas da taxa de reprovação, taxa de abandono e número de alunos no fundamental das escolas segundo a condição de participar ou não da Prova Brasil. Medimos o valor médio e o desvio-padrão de cada medida. A tabela 4 apresenta os valores e o resultado do teste da igualdade da média entre os dois grupos na coluna H0. O teste indica que a hipótese de igualdade é rejeitada, e que, portanto, as escolas excluídas da Prova Brasil têm maior taxa de reprovação e de abandono, e são menores que as escolas que não participam. Estes resultados não evidenciam que as escolas com pior desempenho sejam excluídas da Prova Brasil.

**TABELA 4**  
**Comparando as escolas que fazem ou não a Prova Brasil**

Dados da Prova Brasil	Média		Desvio-padrão		H0
	Não	Sim	Não	Sim	
Taxa de reprovação	16,47	11,67	0,03	0,03	1
Taxa de abandono	9,19	5,38	0,03	0,02	1
Número de alunos	97,57	382,89	0,31	0,85	1

Elaboração do autor.

A tabela 5 apresenta o valor médio do desempenho do aluno – nota de matemática (*nmt*), de língua portuguesa (*nlp*) e proporção de alunos atrasados (*idi*) – por etapa do fundamental, as taxas de reprovação e abandono relativas ao fundamental conjuntamente, o número médio de alunos no fundamental e o número de escolas. Os resultados mostram a estabilidade das notas e da distorção idade-série, e a tendência de redução das taxas de reprovação/abandono.

TABELA 5  
Desempenho médio da escola no fundamental

Ano	Fundamental 1			Fundamental 2			Taxas de reprovação e abandono		Alunos/escola	Número de escolas
	nmt	nlp	idi	nmt	nlp	idi	rep	abn		
2007	187	169	0,12	235	222	0,19	13,2	5,7	138	108.067
2009	199	178	0,12	236	231	0,16	11,8	4,5	169	90.892
2011	204	184	0,11	240	231	0,29	10,5	9,0	171	92.196
2013	205	188	0,08	239	233	0,2	8,8	3,2	172	93.855

Elaboração do autor.

Os desempenhos dos alunos e das escolas observados ( $Y, Z$ ) e controlados com o perfil das famílias ( $y, z$ ) podem ser medidos no nível da escola ou do município. A correlação entre estas medidas caracteriza padrões de comportamento das escolas e da média das escolas do município. Por exemplo, se as escolas tiverem a prática de reprovar ou forçar o abandono dos piores alunos, devemos esperar uma correlação positiva entre as taxas de reprovação/abandono das escolas e a nota média dos alunos da escola. Se esta prática for comum nas escolas do ensino fundamental, este resultado pode se repetir para as correlações destas quantidades entre municípios. O procedimento de decompor o desempenho dos alunos (escolas) em duas parcelas – uma atribuível às famílias e outra à escola – pode alterar os padrões. Este conjunto de possibilidades motiva a tabela 6, que sintetiza quatro matrizes de correlação. Nas primeiras quatro colunas, temos a correlação entre municípios. No quadrante inferior, vemos a correlação entre as medidas observadas ( $Y, Z$ ), e no superior, entre as medidas controladas com o perfil das famílias ( $y, z$ ). Nas quatro últimas colunas repetimos o quadrante inferior do segmento anterior, e no quadrante superior apresentamos a correlação entre escolas das medidas observadas.

TABELA 6  
Correlação das medidas de desempenho

Quadrante inferior	Correlação entre municípios (Y, Z)					Correlação entre municípios (Y, Z)				
Quadrante superior	Correlação entre municípios (y, z)					Correlação entre escolas (Y, Z)				
	y <sub>mt</sub>	y <sub>lp</sub>	y <sub>id</sub>	rep	abn	n <sub>mt</sub>	n <sub>lp</sub>	id <sub>i</sub>	y <sub>rep</sub>	y <sub>abn</sub>
n <sub>mt</sub>	1,00	0,90	-0,22	-0,07	-0,17	1,00	0,95	0,14	-0,12	-0,1
n <sub>lp</sub>	0,95	1,00	-0,23	-0,07	-0,18	0,95	1,00	0,19	-0,11	-0,06
id <sub>i</sub>	-0,33	-0,27	1,00	0,14	0,16	-0,33	-0,27	1,00	0,07	0,31
y <sub>rep</sub>	-0,29	-0,28	0,45	1,00	0,16	-0,29	-0,28	0,45	1,00	0,18
y <sub>abn</sub>	-0,34	-0,31	0,57	0,35	1,00	-0,34	-0,31	0,57	0,35	1,00

Elaboração do autor.

Os resultados mostram que:

- a comparação entre as correlações entre os municípios das medidas observadas ( $Y(m)$ ,  $Z(m)$ ) e controladas ( $y(m)$ ,  $z(m)$ ) demonstra que estas têm o mesmo sinal, mas o módulo da correlação entre as medidas controladas é em todos os casos menor do que o das observadas. Isso mostra que a remoção do efeito da família reduz o grau de dependência entre as medidas de desempenho;
- a comparação das medidas observadas entre os municípios ( $Y(m)$ ,  $Z(m)$ ) e entre as escolas ( $Y(e)$ ,  $Z(e)$ ) mostra que estas têm o mesmo sinal, exceto para a correlação entre as notas de matemática e português e a proporção de alunos em atraso escolar. Municípios com maior nota em matemática e português tendem a ter menor atraso escolar, mas escolas com maior nota tendem a ter maior atraso escolar. Isto sugere que escolas com melhor desempenho – maior nota – são mais exigentes – mais atraso escolar;
- a correlação positiva e elevada – para as quatro medidas – entre as notas de matemática e português indica que os dois conteúdos tendem a ser fornecidos com o mesmo nível de qualidade; e
- a correlação negativa – para as quatro medidas – entre as notas de matemática e as taxas de reprovação/abandono indica que, seja no nível da escola ou das escolas do município, não existem indícios de que as escolas melhorem as notas descartando os piores alunos.



## 5 ESTIMANDO A EFICIÊNCIA DA GESTÃO MUNICIPAL

A seção 3 apresentou o modelo para estimar a eficiência que relaciona o gasto com educação fundamental por aluno ( $lg$ )<sup>13</sup> – obtida do Siope – com as medidas de desempenho do aluno ( $y$ ), da escola ( $z$ ) e características do município ( $w$ ) já descritas. A perda de informação devido à combinação de informações de fontes diferentes, já documentada, motivou a proposição de quatro seleções de municípios/modelos.

A primeira seleção ( $A$ ) inclui o maior número de municípios, mas exclui da análise o desempenho da escola. São considerados todos os municípios em que pelo menos dois alunos fizeram a Prova Brasil com dados do perfil das famílias válidos. Nas demais seleções, o desempenho da escola é incluído segundo diferentes critérios. Na segunda seleção ( $B$ ), é incluído o valor observado do desempenho da escola ( $Z$ ) e o subconjunto dos municípios da seleção ( $A$ ) que têm pelo menos uma escola em que as taxas de reprovação/abandono tenham sido declaradas. A terceira seleção ( $C$ ) segue a anterior, mas requer que pelo menos duas escolas tenham declarado as taxas. Finalmente, a quarta seleção ( $D$ ) requer que para pelo menos duas escolas existam dados da taxa de reprovação/abandono e dados do perfil da Prova Brasil.

A tabela 7 mostra a definição dos modelos utilizados para cada uma das seleções e o número de municípios existentes para a escolha de cada um dos anos analisados. Adicionalmente, a tabela mostra a proporção de alunos matriculados no fundamental incluídos na seleção ( $Aluno-f$ ), do número de alunos que fizeram a Prova Brasil e que tiveram dados do perfil das famílias ( $Aluno-P$ ), das escolas e dos municípios.

13. Como o Siope só dispõe de informações a partir de 2008, assumimos arbitrariamente que o gasto por aluno relativo a 2007 é o observado no ano de 2008. Tentativas de obter a mesma informação de outras fontes (Finbra/Censo) resultaram em medidas inconsistentes com as do Siope para os anos observados.

TABELA 7  
Selecionando municípios

Modelo	Seleção	Condição N0 <= 1	Número de municípios					R2	Proporção no grupo			
			2007	2009	2011	2013	Total		Aluno-f 0,03	Aluno-P 0,00	Escola 0,04	Município 0,10
Lg y, w	A	N0 > 1	4.544	5.265	5.123	5.139	<b>20.071</b>	0,233	0,97	1,00	0,96	0,90
Lg y, Z, w	B	N0 > 1 & N1 > 0	3.960	4.475	2.639	4.048	<b>15.122</b>	0,254	0,89	0,91	0,93	0,67
Lg y, Z, w	C	N0 > 1 & N1 > 1	3.349	3.653	1.489	3.215	<b>11.706</b>	0,274	0,83	0,84	0,90	0,52
Lg y, z, w	D	N0 > 1 & N2 > 1	2.501	2.006	1.312	1.820	<b>7.639</b>	0,328	0,73	0,74	0,75	0,34

Elaboração do autor.

Obs.: N0: número de alunos no município que fizeram Prova Brasil e têm dados de perfil da família válido.

N1: número de escolas no município que têm registro de taxa de reprovação e de abandono.

N2: número de escolas no município que têm registro de taxa de reprovação e de abandono e que participaram da Prova Brasil.

A tabela mostra que as condições adicionais para a inclusão de um município implicam exclusão de até dois terços dos municípios e um quarto das matrículas e escolas, ou seja, exclusão dos municípios menores, além de expor o dilema entre a cobertura dos municípios e a completude da análise. Incluir mais variáveis explicativas e com mais rigor implica restringir a cobertura dos municípios. Entretanto, o modelo será estimado para as quatro especificações.

No modelo de fronteira estocástica de produção, a identificação da ineficiência requer apenas que a distribuição da eficiência seja assimétrica para a direita, e é uma questão empírica a escolha do formato mais adequado desta distribuição. Realizada uma avaliação empírica com a especificação (C) e estimativas pontuais das medidas de desempenho, foi verificado que a distribuição exponencial negativa é a mais adequada.<sup>14</sup>

A eficiência será estimada utilizando: *i*) o modelo básico, que obtém estimativas pontuais da eficiência sob a hipótese de que o efeito da gestão se completa em um prazo inferior a dois anos; *ii*) o modelo estocástico, que consegue uma amostra empírica da distribuição da eficiência; e *iii*) o modelo dinâmico, que considera o desempenho corrente de 2013 e o de períodos anteriores de 2009, que são os anos com dados de melhor qualidade.

14.

Log verossimilhança do modelo SFP	2007	2009	2011	2013
Exponencial	-10770	-11524	-3903	-12866
Seminormal	-10932	-12040	-4576	-13206

O modelo básico foi estimado para cada um dos quatro anos – 2007, 2009, 2011 e 2013 – e para as quatro especificações indicadas na tabela 7. Os modelos estocástico e dinâmico foram estimados apenas com as especificações *A* e *C*. A tabela 8 apresenta a correlação entre as quatro versões do modelo básico com eficiências estimadas para os quatro anos da amostra, e para os demais casos apenas com as eficiências relativas ao ano de 2013. Neste caso, apresentamos no quadrante inferior a correlação entre os resultados da seleção *A* e no quadrante superior a correlação entre os resultados da seleção *C*. Nos dois casos, temos o resultado do modelo básico ( $E|.$ ), do modelo estocástico ( $E^w|.$ ), do modelo dinâmico ( $E^d|.$ ) e do modelo básico estimado com os dados de dois períodos antes, no caso, 2009 ( $E^{-2}|.$ ).

TABELA 8  
Correlação entre medidas de eficiências

	Amostra de 2007-2013				Amostra de 2013				
	$E A$	$E B$	$E C$	$E D$	$E C$	$E^w C$	$E^d C$	$E^{-2} C$	
$E A$	1,00	-	-	-	$E A$	1,00	1,00	0,95	0,66
$E B$	0,95	1,00	-	-	$E^w A$	1,00	1,00	0,95	0,67
$E C$	0,96	1,00	1,00	-	$E^d A$	0,93	0,93	1,00	0,73
$E D$	0,98	0,97	0,97	1,00	$E^{-2} A$	0,71	0,71	0,80	1,00

Elaboração do autor.

Obs.:  $E|A, E|B, E|C, E|D$ : modelo básico – estimativa pontual segundo as especificações *A, B, C, D*.

$E^w|A, E^w|C$ : modelo básico estocástico segundo as especificações *A, C*.

$E^d|A, E^d|C$ : modelo dinâmico – estimativa pontual segundo as especificações *A, C*.

$E^{-2}|A, E^{-2}|C$ : modelo básico – estimativa pontual segundo as especificações *A, C* relativa a períodos defasados.

Os resultados mostram: *i*) a elevada correlação entre as eficiências estimadas segundo as quatro especificações do modelo básico, indicando que os resultados são robustos para diferentes seleções de município e a exclusão das medidas de desempenho das escolas; *ii*) a identidade entre a eficiência pontual e o valor esperado da eficiência; *iii*) a alta correlação entre o modelo básico e o dinâmico, sugerindo que a questão do tempo de maturação do processo de gestão não modifica qualitativamente o resultado; e *iv*) a elevada correlação entre a eficiência de 2013 e a eficiência de 2009, indicando um alto grau de persistência da qualidade da gestão.

Nos dois exercícios que se seguem, não consideramos relevante o ano para o qual a eficiência foi estimada, e por isto, por parcimônia, os quatro anos foram tratados conjuntamente. A eficiência de um município informa a proporção do gasto por aluno que poderia ser reduzida se o município modificasse a sua gestão, e o posto da eficiência indica a posição relativa do município diante dos demais, em que a imprecisão destas

duas quantidades é estimada com o modelo estocástico, para as versões  $A$  e  $C$ . Este modelo obteve para cada município uma amostra da eficiência de cada município  $\{E^w(m) \ w = 1 \dots N\}$  e do posto  $\{EP^w(m) \ w = 1 \dots N\}$ , com o que são estimadas as respectivas médias e variância  $x(m) = (e(m), v(m); (ep(m), vp(m)))$ .

O efeito desta imprecisão foi avaliado classificando os municípios segundo o percentil da sua eficiência e calculando as respectivas média e variância da eficiência e do seu posto para cada classe, e assim comparando resultados de percentis selecionados. Para isto, seja  $Iep$  a função que associa o posto  $ep(m)$  ao percentil correspondente, então  $x(k) = Em \in \Omega_k(x(m))$ ,<sup>15</sup> onde  $\Omega_k = \{m | Iep(m) = k\}$  para  $k = 1 \dots 100$ . Destes percentis, selecionamos os (5, 10, ...100) apresentados na tabela 9 para testar a igualdade entre as suas médias e avaliar o efeito da imprecisão sobre a capacidade de distinção das eficiências e do seu posto.

As colunas ( $pm$ , quando  $m = 5, 10, 15, 20$ ) apresentam o resultado do teste de igualdade das médias entre cada um dos percentis selecionados ( $k$ ) e o percentil anterior ( $k - m$ ), onde o valor 1 indica que o teste de igualdade não é rejeitado, e 0 em caso contrário. A tabela está organizada de forma que a linha 0 indica o percentil mais eficiente e a 100 o menos eficiente. O exercício foi repetido para a eficiência e o posto da eficiência das versões  $A$  e  $C$ .

Os resultados mostram que a eficiência esperada associada ao percentil  $k$  é estatisticamente diferente da eficiência do percentil  $k - 5$ , no entanto, o mesmo não vale para a medida do posto. Neste caso, o posto associado ao percentil  $k$  só é estatisticamente diferente do percentil  $k - 20$  para as duas versões. Ou seja, só podemos afirmar que um município que está no percentil  $k$  tem um posto diferente de um município que está no percentil  $k - 20$ , ou seja, a uma “distância” de cerca de 800 municípios. Este resultado mostra que a imprecisão da estimativa da eficiência tem um efeito muito mais severo quando são feitas afirmativas que envolvem a posição relativa do município.

---

15. Onde a variância é a soma da variância intraobservação medida com  $v(k) = E(v(e(i)))$  mais a variância entre as observações.

TABELA 9  
Precisão das medidas de eficiência e do posto da eficiência

	LgJy, w: seleção A									LgJy, Z, w: seleção C								
	Posto da eficiência				Eficiência					Posto da eficiência						Eficiência		
	m	sd	p5	p10	p15	p20	m	sd	p5	m	Sd	p5	p10	p15	p20	m	sd	p5
0	0,1	0,01	-	-	-	-	0,95	0,00		0,0	0,01	-	-	-	-	0,95	0,00	
5	0,5	0,15	0	-	-	-	0,91	0,00	0	0,6	0,14	0	-	-	-	0,92	0,00	0
10	1,1	0,25	0	0	-	-	0,90	0,01	0	1,1	0,26	0	0	-	-	0,91	0,00	0
15	1,5	0,35	0	0	0	-	0,89	0,01	0	1,5	0,34	0	0	0		0,91	0,00	0
20	2,0	0,42	1	0	0	0	0,88	0,01	0	2,0	0,50	1	0	0	0	0,90	0,01	0
25	2,5	0,50	1	0	0	0	0,88	0,01	0	2,5	0,53	1	0	0	0	0,89	0,01	0
30	3,1	0,54	1	0	0	0	0,87	0,01	0	3,1	0,64	1	1	0	0	0,89	0,01	0
35	3,6	0,61	1	1	0	0	0,86	0,01	0	3,6	0,62	1	1	0	0	0,88	0,01	0
40	4,0	0,67	1	1	0	0	0,85	0,02	0	4,1	0,65	1	1	0	0	0,88	0,01	0
45	4,6	0,53	1	1	0	0	0,84	0,01	0	4,6	0,66	1	1	1	0	0,87	0,01	0
50	5,0	0,65	1	1	1	0	0,82	0,02	0	5,1	0,66	1	1	1	0	0,86	0,01	0
55	5,5	0,65	1	1	1	0	0,81	0,02	0	5,6	0,66	1	1	1	0	0,85	0,01	0
60	6,0	0,65	1	1	0	0	0,79	0,03	0	6,1	0,71	1	1	1	0	0,84	0,02	0
65	6,6	0,65	1	1	1	0	0,77	0,03	0	6,6	0,67	1	1	1	0	0,83	0,02	0
70	7,1	0,59	1	1	1	0	0,75	0,03	0	7,1	0,66	1	1	1	0	0,82	0,02	0
75	7,5	0,53	1	1	0	0	0,72	0,04	0	7,5	0,59	1	1	1	0	0,79	0,03	0
80	8,0	0,45	1	1	0	0	0,69	0,04	0	8,0	0,61	1	1	1	0	0,76	0,04	0
85	8,5	0,39	1	0	0	0	0,64	0,04	0	8,6	0,37	1	0	0	0	0,74	0,03	0
90	9,1	0,29	0	0	0	0	0,57	0,04	0	9,0	0,33	0	0	0	0	0,70	0,04	0
95	9,6	0,20	0	0	0	0	0,48	0,04	0	9,6	0,21	0	0	0	0	0,61	0,05	0
100	10,0	0,04	0	0	0	0	0,29	0,03	0	10,0	0,04	0	0	0	0	0,41	0,03	0

Elaboração do autor.

Obs.:  $pk = 0 \Leftrightarrow$  não rejeita  $H_0$  onde  $H_0: r(E, p) > r(E, p - k)$ ;  $PK = 0 \Leftrightarrow$  não rejeita  $H_0$  onde  $H_0: E(p) > E(p - k)$ .

A gestão da educação fundamental é no nível municipal, mas está sujeita a políticas públicas definidas no nível estadual. A secretaria de educação do estado pode fomentar políticas públicas que afetem a gestão municipal, o que indica que os padrões estaduais são relevantes. Para avaliar estes padrões, definimos o conjunto dos municípios de cada estado –  $\Omega_e = \{m | \text{estado}(m) = e\}$  – e para cada conjunto calculamos  $x(e) = E_{m \in \Omega_e}(x(m))$ , além de medidas da incidência no estado de municípios com eficiência baixa – inferior ao percentil 25 – ou alta – superior ao percentil 75.

A tabela 11 mostra a correlação entre estados das medidas de incidências apresentadas. A tabela 10, por sua vez, apresenta estes resultados para a seleção A e X e as estimativas pontual e estocástica da eficiência, sendo que neste último caso a medida de incidência considera a incerteza da eficiência como documenta a observação da tabela.

TABELA 10  
**Incidência no estado de condições de eficiência dos municípios**

	Lg y,w: seleção A							Lg y,Z,w: seleção C							
	N	E <sup>w</sup>  A		I(E<P25)		I(E>p75)		N	E <sup>w</sup>  C		I(E<P25)		I(E>p75)		
		m	sd	E A	E <sup>w</sup>  A	E A	E <sup>w</sup>  A		m	sd	P	E C	E <sup>w</sup>  C	E C	E <sup>w</sup>  C
Ceará	735	0,89	0,006	0,00	0,00	0,69	0,59	666	0,90	0,006	1	0,01	0,01	0,66	0,53
Alagoas	393	0,88	0,008	0,01	0,01	0,70	0,59	345	0,88	0,011	3	0,06	0,02	0,45	0,29
Pará	536	0,87	0,016	0,03	0,01	0,53	0,46	502	0,88	0,015	4	0,11	0,04	0,39	0,31
Maranhão	850	0,87	0,011	0,02	0,01	0,53	0,42	787	0,89	0,01	2	0,05	0,02	0,46	0,35
Pernambuco	734	0,86	0,010	0,03	0,01	0,47	0,32	658	0,87	0,012	5	0,09	0,03	0,28	0,13
Bahia	1.654	0,86	0,012	0,03	0,01	0,45	0,33	1,52	0,86	0,014	6	0,12	0,05	0,26	0,14
Piauí	870	0,84	0,024	0,07	0,01	0,31	0,19	688	0,86	0,022	7	0,15	0,04	0,23	0,12
Paraíba	863	0,81	0,030	0,15	0,06	0,24	0,16	653	0,81	0,028	10	0,32	0,14	0,11	0,08
Rio Grande do Norte	646	0,80	0,028	0,18	0,07	0,20	0,12	462	0,81	0,026	11	0,31	0,16	0,11	0,05
Amazonas	232	0,80	0,028	0,19	0,10	0,17	0,13	201	0,80	0,026	15	0,40	0,23	0,09	0,06
Minas Gerais	2.673	0,80	0,030	0,21	0,13	0,28	0,16	1,011	0,82	0,028	9	0,27	0,15	0,22	0,13
Paraná	1.574	0,79	0,026	0,22	0,12	0,18	0,10	355	0,85	0,014	8	0,16	0,09	0,28	0,20
Sergipe	298	0,78	0,030	0,23	0,11	0,11	0,05	259	0,80	0,027	16	0,39	0,22	0,03	0,01
Rio de Janeiro	367	0,76	0,019	0,34	0,26	0,19	0,14	309	0,79	0,018	18	0,40	0,36	0,15	0,10
Espírito Santo	305	0,76	0,019	0,28	0,22	0,14	0,11	233	0,80	0,016	14	0,31	0,22	0,12	0,06
São Paulo	2.365	0,75	0,019	0,35	0,28	0,11	0,07	704	0,81	0,013	12	0,35	0,30	0,10	0,06
Rondônia	203	0,74	0,027	0,38	0,28	0,07	0,03	161	0,79	0,024	19	0,43	0,33	0,04	0,02
Acre	88	0,73	0,034	0,44	0,23	0,03	0,02	72	0,73	0,035	24	0,68	0,44	0,03	0,03
Goiás	867	0,73	0,036	0,43	0,28	0,12	0,07	411	0,79	0,028	17	0,40	0,24	0,13	0,08
Mato Grosso do Sul	514	0,72	0,034	0,43	0,31	0,06	0,02	265	0,75	0,031	22	0,53	0,39	0,06	0,02
Amapá	62	0,71	0,054	0,50	0,24	0,03	0,02	42	0,76	0,046	20	0,55	0,31	0,02	0,02
Tocantins	453	0,70	0,047	0,49	0,25	0,04	0,01	231	0,72	0,046	25	0,65	0,42	0,02	0,00
Mato Grosso	304	0,69	0,027	0,51	0,42	0,02	0,01	198	0,74	0,027	23	0,65	0,52	0,01	0,01
Santa Catarina	1.011	0,67	0,030	0,53	0,45	0,07	0,05	278	0,81	0,023	13	0,32	0,28	0,13	0,10
Rio Grande do Sul	1.418	0,65	0,035	0,59	0,48	0,04	0,03	657	0,75	0,026	21	0,56	0,46	0,05	0,04
Roraima	56	0,64	0,046	0,70	0,54	0,04	0,04	38	0,66	0,046	26	0,76	0,68	0,03	0,03

Elaboração do autor.

Obs: Na estimativa pontual:  $I(E < P25) = 1 - \text{sse } e(m) < P25$ ;  $I(E > P75) = 1 - \text{sse } e(m) > P75$ . Na estocástica:  $I(E < P25) = 1 - \text{sse } x(m) + 2y(m) < P25$ ;  $I(E > P75) = 1 - \text{sse } x(m) - 2y(m) > P75$ , onde  $(x, y)$  são a média e o desvio padrão da eficiência.

TABELA 11  
**Correlação das incidências**

	I(E < p25)				I(E > p75)			
	E A	E <sup>w</sup>  A	E C	E <sup>w</sup>  C	E A	E <sup>w</sup>  A	E C	E <sup>w</sup>  C
E A	1,00	-	-	-	1,00	-	-	-
E <sup>w</sup>  A	0,96	1,00	-	-	0,99	1,00	-	-
E C	0,90	0,80	1,00	-	0,94	0,94	1,00	-
E <sup>w</sup>  C	0,94	0,91	0,96	1,00	0,88	0,90	0,98	1,00

Elaboração do autor.

Alguns resultados são os seguintes:

- os estados Ceará, Alagoas, Maranhão e Pernambuco têm alta eficiência média, e apresentam alta incidência de municípios eficientes e baixa incidência de municípios ineficientes;
- os estados Rondônia, Acre, Mato Grosso do Sul, Amapá, Tocantins, Minas Gerais, Santa Catarina, Rio Grande do Sul e Roraima estão na situação oposta, pois têm baixa eficiência média e apresentam alta incidência de municípios ineficientes e baixa incidência de municípios eficientes. Os demais estados apresentam maior incidência nos extremos da distribuição, indicando que os municípios do estado têm maior heterogeneidade entre si;
- chama a atenção que estados ricos como São Paulo, Minas Gerais, Paraná e Rio de Janeiro apresentam elevada incidência de municípios ineficientes;
- os municípios dos estados são, em geral, heterogêneos quanto a sua eficiência, pois apresentam incidência expressiva de municípios mais e menos eficientes, especialmente os estados menos eficientes que apresentam, em geral, maior variância da eficiência média; e
- as incidências de municípios eficientes e ineficientes calculadas segundo o modelo básico e estocástico, e segundo as duas versões, *A* e *C*, são bastante correlacionadas, indicando a robustez dos resultados, como mostra a tabela 10.

Alguns destes resultados são inesperados e apontam a necessidade de uma reavaliação. Por que os estados como Ceará e Alagoas apresentam resultados tão superiores? Por que estados ricos apresentam resultados heterogêneos e em geral menores do que outros estados?

O prefeito é o responsável pela gestão da educação fundamental dos municípios e dispõe de um dado volume de recursos por aluno para provê-la. Ele está sujeito a diferentes ambientes e implementa políticas próprias, produzindo resultados heterogêneos. A diferença entre a eficiência do primeiro e último percentil da tabela 9 (0.95-0.30) sugere a existência da possibilidade de ganhos significativos com a implementação de políticas que ajudem e incentivem os municípios a melhorarem seu desempenho. Implementamos a metodologia descrita na subseção 3.3 para avaliar o potencial de redução de gastos mantido o resultado e simulamos ganhos de eficiência segundo três hipóteses: *i*) a mais exigente e menos provável, que todos os municípios alcancem a fronteira de produção ( $S100$ ); *ii*) uma segunda, em que todos alcancem pelo

menos a eficiência do município mediano (*S50*); e *iii*) uma terceira e menos exigente, em que todos alcancem a eficiência do município do primeiro quartil (*S25*). A tabela 12 apresenta os resultados obtidos com o modelo básico na versão estocástica para a seleção A e C, e o resultado do modelo dinâmico na estimativa pontual.

TABELA 12  
Redução potencial de gastos

Ano	Lg y, w: seleção A				Lg y, w, y(-2), w(-2): seleção A			Lg y, Z, w: seleção C			
	S100	S50	S25	dp	S100	S50	S25	S100	S50	S25	dp
2007	0,27	0,13	0,07	0,01	-	-	-	0,24	0,12	0,07	0,01
2009	0,28	0,14	0,08	0,02	-	-	-	0,25	0,13	0,09	0,01
2011	0,26	0,13	0,08	0,01	-	-	-	0,23	0,13	0,10	0,01
2013	0,22	0,09	0,06	0,00	0,23	0,1	0,06	0,18	0,08	0,06	0,01

Elaboração do autor.

O exercício mostra que a redução de custos varia entre 25% e 7%, dependendo do grau de exigência da simulação e do ano para o qual está sendo feita a simulação. O resultado é aproximadamente o mesmo para as três versões do modelo. Admitindo, no caso da versão A, que a correlação entre as medidas de desempenho do aluno estimadas na amostra seja mantida na simulação, é possível avaliar, mantido o gasto, qual o ganho potencial do desempenho dos alunos. Estimamos para as mesmas três simulações (*S100*, *S50*, *S25*) o efeito do aumento da eficiência sobre a nota de matemática (e português) (22%, 11% e 3%), e o índice de atraso (-20%, -10%, -3%).

## 6 CONCLUSÃO

A educação fundamental é principalmente prestada pelos municípios segundo um modelo descentralizado, em que a gestão local transforma recursos transferidos pelo governo federal em resultados educacionais, que são monitorados centralmente. Este modo de operação é propício para a avaliação da eficiência da gestão, pois favorece a existência de variedade de modelos de gestão com desempenho medidos de forma homogênea. Utilizamos os dados da Prova Brasil dos anos de 2007, 2009, 2011 e 2013 para estimar medidas de eficiência econômica da educação fundamental municipal, que considera como insumo o gasto por aluno e como resultado medidas do desempenho do aluno e da escola, filtradas de forma a eliminar o efeito das famílias dos alunos.



Este estudo utilizou dados públicos de registros administrativos – Prova Brasil e Censo Escolar –, tornando necessário um tratamento preliminar da informação para lidar com dados omissos e não pareamento entre as fontes primárias de informação. Foram estimados modelos filtrados do desempenho dos alunos e das escolas, eliminado o efeito do perfil da família do aluno e da família típica da escola, e posteriormente um modelo de fronteira de produção estocástica para isolar uma componente que podemos chamar de (in)eficiência.

Uma parte importante deste trabalho foi a proposição de metodologia para lidar com limitações de informação das fontes primárias, filtragem do efeito das famílias, estimativa da (in)eficiência em um ambiente em que o desempenho dos alunos e das escolas é medido de forma imprecisa e estimativa do potencial de redução de custos devido à melhoria da eficiência.

As principais conclusões deste trabalho são: *i)* as escolas municipais excluídas da Prova Brasil são menores e apresentam menor taxa de reprovação/abandono; *ii)* a taxa de reprovação/abandono da escola está negativamente correlacionada com o desempenho do seu aluno médio, indicando que escola de qualidade produz aluno de qualidade; *iii)* a correlação da eficiência das quatro seleções de municípios é elevada, indicando robustez dos resultados; *iv)* a correlação da eficiência com o modelo dinâmico e com o modelo básico também elevado indica que a ampliação do modelo tem efeito limitado; *v)* a correlação entre a eficiência estimada para 2013 e 2009 também é elevada, sugerindo persistência temporal; *vi)* a imprecisão da eficiência do município é suficientemente pequena para permitir a distinção entre municípios distantes de apenas cinco percentis, mas a imprecisão do posto da eficiência é tão grande que só permite a distinção de municípios distantes de vinte percentis;<sup>16</sup> *vii)* a eficiência do ensino fundamental do estado, medida com a média da eficiência dos seus municípios, mostra que alguns estados são, em média, mais eficientes, sugerindo que suas práticas educacionais podem inspirar as práticas dos demais; e *viii)* a estimativa de que o aumento da eficiência pode implicar reduções de custo no intervalo de 3% a 30%, dependendo do grau alcançado de aumento da eficiência.<sup>17</sup>

16. A eficiência é um resultado para um único município, e o posto da eficiência é um resultado que depende de todas as demais eficiências, e se mostrou mais volátil.

17. Matriz com as eficiências municipais estimadas para todos os anos e versões do modelo disponibilizada pelo autor sob pedido.

Estes resultados motivam questões para estudo futuro, que pode explicar por que estados mais ricos apresentam eficiência insatisfatória, o que tem de específico nas práticas educacionais dos estados ou municípios mais eficientes e em que medida incentivos políticos, como os discutidos em Ferraz e Finan (2010) e Motta e Moreira (2009), podem esclarecer a diferença de eficiência entre os municípios.

## REFERÊNCIAS

AFONSO, A.; SCHUKNECHT, L.; TANZI, V. Public sector efficiency: an international comparison. **Public Choice**, v. 123, n. 3, p. 321-347, July 2003. (Working Paper, n. 242). Disponível em: <<https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/scpwps/ecbwp242.pdf?97d51e6d2cca0da4180e5c215dccccd8e>>.

\_\_\_\_\_. **Public sector efficiency: evidence for new EU members and emerging markets**. [s.l.]: ECB, Jan. 2006. (Working Paper, n. 581). Disponível em: <<https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/scpwps/ecbwp581.pdf>>.

BENEGAS, M. O uso do modelo NetWork DEA para avaliação da eficiência técnica do gasto público em ensino básico no Brasil. **Revista Economia**, Brasília, v. 13, n. 3a, p. 569-601, 2012. Disponível em: <[http://www.anpec.org.br/revista/vol13/vol13n3ap569\\_601.pdf](http://www.anpec.org.br/revista/vol13/vol13n3ap569_601.pdf)>.

BRUNS, B.; EVANS, D.; LUQUE, J. **Achieving world-class education in Brazil: 1995-2010**. Washington: World Bank, 2012. Disponível em: <<https://openknowledge.worldbank.org/bitstream/handle/10986/2383/656590REPLACEMENT0hieving0World0Class0.pdf?sequence=1>>.

COLEMAN, J. *et al.* Equality of educational opportunity. **American Journal of Sociology**, v. 73, n. 3, Nov. 1967. Disponível em: <<http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED012275.pdf>>.

CUESTA, A.; GLEWWE, P.; KRAUSE, B. School infrastructure and educational outcomes: a literature review, with special reference to Latin America. **Economía**, v. 17, n. 1, p. 95-130, Nov. 2015. Disponível em: <<https://www.linkedin.com/pulse/school-infrastructure-educational-outcomes-literature-wayne-cole>>.

DELGADO, V.; MACHADO, A. Eficiência das escolas públicas estaduais de Minas Gerais. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 37, n. 3, p. 427-464, dez. 2007.

DIAZ, M. D. Qualidade do gasto público municipal em ensino fundamental no Brasil. **Revista de Economia Política**, Rio de Janeiro, v. 32, n. 1, p. 128-141, jan./mar. 2012. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rep/v32n1/08.pdf>>.

ESTACHE, A.; GONZALEZ, M.; TRUJILLO, L. **Government expenditures on education, health, and infrastructure: a naive look at levels, outcomes, and efficiency.** Washington: World Bank, 2007. (Working Paper, n. 4219). Disponível em: <<https://openknowledge.worldbank.org/bitstream/handle/10986/7066/wps4219.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>.

FERRAZ, C.; FINAN, F. **Electoral accountability and corruption in local governments: evidence from audit reports.** Bonn: IZA, Feb. 2010. (Discussion Paper, n. 2843). Disponível em: <[http://eml.berkeley.edu/~ffinan/Finan\\_Termlimits.pdf](http://eml.berkeley.edu/~ffinan/Finan_Termlimits.pdf)>.

FRYER JUNIOR, R. **The production of human capital in developed countries: evidence from 196 randomized field experiments.** Cambridge, United States: NBER, Mar. 2016. (Working Paper, n. 2213). Disponível em: <<http://www.nber.org/papers/w22130.pdf>>.

HANUSHEK, E. The economics of schooling: production and efficiency in public schools. **Journal of Economic Literature**, v. 24, n. 3, p. 1141-1177, Sept. 1986. Disponível em: <[http://econpapers.repec.org/article/aeajelit/v\\_3a24\\_3ay\\_3a1986\\_3ai\\_3a3\\_3ap\\_3a1141-77.htm](http://econpapers.repec.org/article/aeajelit/v_3a24_3ay_3a1986_3ai_3a3_3ap_3a1141-77.htm)>.

\_\_\_\_\_. Why standard measures of human capital are misleading. **Journal of Economic Policy**, v. 37, n. 2, p. 22-39, 2015. Disponível em: <[http://hanushek.stanford.edu/sites/default/files/publications/Hanushek%202015%20KDI%20J%20EconPol%2037\(2\).pdf](http://hanushek.stanford.edu/sites/default/files/publications/Hanushek%202015%20KDI%20J%20EconPol%2037(2).pdf)>.

HANUSHEK, E.; WOESSMANN, L. Schooling, educational achievement, Latin American growth puzzle. **Journal of Development Economics**, v. 99, p. 497-512, Nov. 2012. Disponível em: <<https://pseudoeasmus.files.wordpress.com/2017/02/hanushek-woessmann-2012.pdf>>.

\_\_\_\_\_. Knowledge capital, growth and the East Asian miracle. **Science**, v. 351, n. 6271, p. 344-345, Jan. 2016. Disponível em: <<http://hanushek.stanford.edu/sites/default/files/publications/Hanushek%20Woessmann%202016%20Science%20351%286271%29.pdf>>.

HERRERA, S.; PANG, G. **Efficiency of public spending in developing countries: an efficiency frontier approach.** Washington: World Bank, June 2005. (Working Paper, n. 3645).

JAYASURIYA, R.; WODON, Q. **Measuring and explaining country efficiency in improving health and education indicators.** Washington: World Bank, June 2003. (Working Paper, n. 11183). Disponível em: <<https://core.ac.uk/download/pdf/7304857.pdf>>.

MANDL, U.; DIERX, A.; ILZKOVITZ, F. **The effectiveness and efficiency of public spending.** Brussels: European Commission, Feb. 2008. (Economic Paper, n. 301).

MOTTA, R.; MOREIRA, A. Political factors and the efficiency of municipal expenditure in Brazil. **Economia Aplicada**, São Paulo, v. 13, n. 4, p. 353-370, 2009. Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_abstract&pid=S1413-80502009000400001&lng=en&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S1413-80502009000400001&lng=en&nrm=iso)>.

PEREIRA, M. C.; MOREIRA, S. **A stochastic frontier analysis of secondary education output in Portugal.** Lisboa: Banco de Portugal, Mar. 2007.

RIBEIRO, M. B. **Eficiência do gasto público na América Latina**: uma análise comparativa a partir do modelo semi-paramétrico com estimativa em dois estágios. Santiago: Cepal, abr. 2008. (Gestión Pública, n. 67). Disponível em: <[http://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/7329/1/S0800275\\_pt.pdf](http://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/7329/1/S0800275_pt.pdf)>.

ROCHA, F. *et al.* **É possível atingir as metas para a educação sem aumentar os gastos?** Uma análise para os municípios brasileiros. Brasília: Tesouro Nacional, 2013. (Texto para Discussão, n. 15). Disponível em: <[http://www.tesouro.fazenda.gov.br/documents/10180/200113/TD\\_Artigo\\_Educao.pdf](http://www.tesouro.fazenda.gov.br/documents/10180/200113/TD_Artigo_Educao.pdf)>.

RUGIERO, J. Efficiency of educational production: an analysis of New York school districts. **Review of Economics and Statistics**, v. 78, n. 3, p. 499-509, Aug. 1996.

SCHETTINI, B. **Eficiência técnica dos municípios brasileiros na educação pública**: escores robustos e fatores determinantes. Brasília: Ipea, ago. 2014. (Texto para Discussão, n. 2001). Disponível em: <[http://repositorio.ipea.gov.br/bitstream/11058/3158/1/Td\\_2001.pdf](http://repositorio.ipea.gov.br/bitstream/11058/3158/1/Td_2001.pdf)>.

SCHWARTZMAN, S. **Os desafios da educação no Brasil**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2005. Disponível em: <<http://www.schwartzman.org.br/simon/desafios/1desafios.pdf>>.

SOARES, S.; SÁTYRO, N. **O impacto de infraestrutura escolar na taxa de distorção idade-série das escolas brasileiras de Ensino Fundamental – 1998 a 2005**. Brasília: Ipea, 2008. (Texto para Discussão, n. 1338). Disponível em: <[http://www.ipea.gov.br/portal/images/stories/PDFs/TDs/td\\_1338.pdf](http://www.ipea.gov.br/portal/images/stories/PDFs/TDs/td_1338.pdf)>.

SOUSA, M.; STOŠIĆ, B. Technical efficiency of the Brazilian municipalities: correcting non-parametric frontier measurements for outliers. **Journal of Productivity Analysis**, v. 24, n. 2, p. 157-181. Oct. 2005. Disponível em: <[https://editorialexpress.com/cgi-bin/conference/download.cgi?db\\_name=lasm2003&paper\\_id=62](https://editorialexpress.com/cgi-bin/conference/download.cgi?db_name=lasm2003&paper_id=62)>.

ZOGHBI, A. *et al.* Mensurando o desempenho e a eficiência dos gastos estaduais em educação fundamental e média. **Estudos Econômicos**, São Paulo, v. 39, n. 4, out./dez. 2009. Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0101-41612009000400004](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-41612009000400004)>.

\_\_\_\_\_. Uma análise da eficiência nos gastos em educação fundamental para os municípios paulistas. **Planejamento e Políticas Públicas**, Brasília, n. 36, jan./jun. 2011. Disponível em: <<http://www.ipea.gov.br/ppp/index.php/PPP/article/viewFile/221/202>>.

## APÊNDICE

QUADRO A.1  
Descrição do perfil do aluno

		Indicador	Grupo			Indicador	Grupo
Sexo	V1	1	M	Pai lê	v25	1	P
Cor	V2	x1	M	Vai reuni	v26	1	I1
Idade	V4	x5	M	Inc-est	v27	1	I1
Tv	v5	3	F1	Inc-fazer dever	v28	1	I1
Rádio	v6	3	F1	Inc-ler	v29	1	I1
Dvd	v7	1	F1	Inc ir escola	v30	1	I1
Geladeira	v8	2	F1	Inv-conv	v31	1	I1
Freezer	v9	1	F1	Nlivros	v32	3	I2
Freezer2/asp	v10	1	F1	Temp-tv	v33	4	I2
m.lavarroupa	v11	3	F1	Temptrabdom	v34	4	S1
Carro	v12	3	F2	Trab-fora	v35	1	S1
Computad	v13	2	F2	Ent escola	v36	x3	E
Banheiro	v14	3	F1	Tipo esc	v37	1	E
Nquarto	v15	3	F1	Foi reprov	v38	1	S2
#pessoa	v16	5	F1	Já abando-escol	v39	1	S2
Tem-emp	v17	3	F1	Dev-lp	v40	1	E
Mora-mae	v18	1	M	Cor-lp	v41	1	E
Esc-mae	v19	x2	M	Dv-mat	v42	1	E
Mãe sabe ler	v20	1	M	Cor-mat	v43	1	E
Mãe lê	v21	1	M	Parabens-prof/le,ve)	v44	1	-
Morsa-pai	v22	1	P	Escolaridade	esc(1-5)	x2	M
Esc-pai	v23	x2	P	P-especial	v45(1-3)	x4	M
Pai sabe ler	v24	1	P				

Elaboração do autor.

Obs.: x1: 4 *dummies* para definir a cor da pele.

x2: 5 *dummies* escolaridade (e=0,e<4,4<=e<8,8<=e<11,e>11).

x3: entra na creche, primeiro ano etc.

x4: previsão de futuro (trabalhar, estudar, trabalhar e estudar).

TABELA A.1  
**Variáveis omissas no perfil da Prova Brasil**

	Existência por grupo de variáveis									Existência conjunta					
	M	P	F2	S1	S2	F1	I1	I2	E	C1	C2	C3	C4	C5	C6
F1:2007	0,74	0,77	0,89	0,89	0,84	0,56	0,79	0,89	0,76	0,74	0,70	0,66	0,60	0,57	0,37
F1:2009	0,72	0,68	0,79	0,75	0,77	0,71	0,74	0,78	0,75	0,72	0,71	0,67	0,64	0,57	0,52
F1:2011	0,78	0,76	0,84	0,80	0,82	0,76	0,71	0,82	0,79	0,78	0,77	0,72	0,68	0,62	0,51
F1:2013	0,65	0,71	0,75	0,73	0,73	0,60	0,63	0,73	0,67	0,65	0,63	0,58	0,53	0,50	0,37
F2:2007	0,90	0,92	0,97	0,95	0,95	0,88	0,89	0,95	0,91	0,89	0,87	0,84	0,80	0,78	0,69
F2:2009	0,61	0,64	0,68	0,64	0,66	0,6	0,63	0,66	0,60	0,52	0,52	0,49	0,46	0,45	0,41
F2:2011	0,74	0,69	0,79	0,77	0,78	0,75	0,73	0,78	0,76	0,73	0,73	0,71	0,69	0,61	0,55
F2:2013	0,65	0,71	0,75	0,73	0,73	0,6	0,63	0,73	0,67	0,65	0,63	0,58	0,53	0,50	0,37

Elaboração do autor.

Obs.: C1:M; C2:C1&F2; C3:C2&S1&S2; C4:C3&I2; C5:C4&P; C6:C5\*11\*F1.



## **EDITORIAL**

### **Coordenação**

Cláudio Passos de Oliveira

### **Supervisão**

Andrea Bossle de Abreu

### **Revisão**

Carlos Eduardo Gonçalves de Melo

Elaine Oliveira Couto

Luciana Nogueira Duarte

Mariana Silva de Lima

Vivian Barros Volotão Santos

Cynthia Neves Guilhon (estagiária)

Madjory de Almeida Pereira (estagiária)

### **Editoração**

Aeromilson Mesquita

Aline Cristine Torres da Silva Martins

Carlos Henrique Santos Vianna

Glauca Soares Nascimento (estagiária)

### **Capa**

Danielle de Oliveira Ayres

Flaviane Dias de Sant'ana

### **Projeto Gráfico**

Renato Rodrigues Bueno

*The manuscripts in languages other than Portuguese  
published herein have not been proofread.*

### **Livraria Ipea**

SBS – Quadra 1 - Bloco J - Ed. BNDES, Térreo.

70076-900 – Brasília – DF

Fone: (61) 2026-5336

Correio eletrônico: [livraria@ipea.gov.br](mailto:livraria@ipea.gov.br)









### Missão do Ipea

Aprimorar as políticas públicas essenciais ao desenvolvimento brasileiro por meio da produção e disseminação de conhecimentos e da assessoria ao Estado nas suas decisões estratégicas.

**ipea** Instituto de Pesquisa  
Econômica Aplicada

MINISTÉRIO DO  
**PLANEJAMENTO,  
DESENVOLVIMENTO E GESTÃO**



ISSN 1415-4765

