

1676

TEXTO PARA DISCUSSÃO

UM MODELO ECONOMÉTRICO PARA A PREVISÃO DE IMPOSTOS NO BRASIL

Mário Jorge Mendonça
Luis Alberto Medrano

UM MODELO ECONOMÉTRICO PARA A PREVISÃO DE IMPOSTOS NO BRASIL

Mário Jorge Mendonça*
Luis Alberto Medrano**

* Técnico de Planejamento e Pesquisa da Diretoria de Estudos e Políticas Macroeconômicas (Dimac) do Ipea. Correio eletrônico: mario.mendonca@ipea.gov.br.

** Pesquisador do Programa de Pesquisa para o Desenvolvimento Nacional (PNPD) na Dimac do Ipea. Correio eletrônico: luis.medrano@ipea.gov.br.

Governo Federal

**Secretaria de Assuntos Estratégicos da
Presidência da República**

Ministro Wellington Moreira Franco

ipea Instituto de Pesquisa
Econômica Aplicada

Fundação pública vinculada à Secretaria de Assuntos Estratégicos da Presidência da República, o Ipea fornece suporte técnico e institucional às ações governamentais – possibilitando a formulação de inúmeras políticas públicas e programas de desenvolvimento brasileiro – e disponibiliza, para a sociedade, pesquisas e estudos realizados por seus técnicos.

Presidente

Marcio Pochmann

Diretor de Desenvolvimento Institucional

Geová Parente Farias

Diretor de Estudos e Relações Econômicas e Políticas Internacionais, Substituto

Marcos Antonio Macedo Cintra

Diretor de Estudos e Políticas do Estado, das Instituições e da Democracia

Alexandre de Ávila Gomide

Diretora de Estudos e Políticas Macroeconômicas

Vanessa Petrelli Corrêa

Diretor de Estudos e Políticas Regionais, Urbanas e Ambientais

Francisco de Assis Costa

Diretor de Estudos e Políticas Setoriais de Inovação, Regulação e Infraestrutura, Substituto

Carlos Eduardo Fernandez da Silveira

Diretor de Estudos e Políticas Sociais

Jorge Abrahão de Castro

Chefe de Gabinete

Fabio de Sá e Silva

Assessor-chefe de Imprensa e Comunicação

Daniel Castro

Texto para Discussão

Publicação cujo objetivo é divulgar resultados de estudos direta ou indiretamente desenvolvidos pelo Ipea, os quais, por sua relevância, levam informações para profissionais especializados e estabelecem um espaço para sugestões.

As opiniões emitidas nesta publicação são de exclusiva e de inteira responsabilidade do(s) autor(es), não exprimindo, necessariamente, o ponto de vista do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada ou da Secretaria de Assuntos Estratégicos da Presidência da República.

É permitida a reprodução deste texto e dos dados nele contidos, desde que citada a fonte. Reproduções para fins comerciais são proibidas.

SUMÁRIO

SINOPSE

ABSTRACT

1 INTRODUÇÃO.....	7
2 JUSTIFICATIVA.....	9
3 BASE DE DADOS, ASPECTOS GERAIS E METODOLOGIA.....	12
4 RESULTADOS.....	16
5 CONCLUSÕES.....	18
REFERÊNCIAS.....	19
ANEXO A.....	22
ANEXO B.....	27
ANEXO C.....	36
ANEXO C.....	39
ANEXO E.....	44

SINOPSE

O objetivo deste estudo é modelar as séries individuais para uma amostra de tributos no período de 1995 a 2010, os quais respondem por cerca de 80% da carga tributária bruta brasileira (CTBB), visando à previsão para um horizonte de 12 meses fora da amostra. Para isso usou-se um modelo linear dinâmico com parâmetros variáveis (WEST e HARRISON, 1997). A aplicação deste modelo é justificada pela conjectura de que as sucessivas mudanças no sistema tributário nacional estão associadas a mudanças recorrentes também nas elasticidades relevantes, de modo a tornar contraindicado o uso de especificações com parâmetros fixos. Os resultados obtidos corroboraram a expectativa dos autores quanto à adequação desta metodologia. No que se refere à previsão, os resultados foram razoavelmente satisfatórios, mesmo se considerando o horizonte projetado. De um modo geral, pode-se verificar que os valores observados ficaram dentro do intervalo de confiança da projeção, e o erro de previsão foi de até 10% nos primeiros seis meses. A partir daí, a qualidade da projeção se deteriora. As previsões para o Imposto sobre Operações Financeiras (IOF), Previdência, Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Prestação de Serviços (ICMS), Imposto de Renda de Pessoa Física (IRPF) e Imposto de Renda Total (IRT) mostraram excelentes resultados. Para o Imposto sobre Produtos Industrializados (IPI) e o Programa de Integração Social/Programa de Formação do Patrimônio do Servidor Público (PIS/PASEP), demandam-se esforços posteriores. Apresentam-se ainda os valores encontrados para as elasticidades, que de um modo geral se mostraram abaixo da unidade.

ABSTRACTⁱ

The goal of this article is to model the disaggregated series of taxes in Brazil. We use monthly data of a sample of taxes in charge for 80% of the Brazilian gross tax burden in the 1995-2010 years. For estimate the model we employ a Dynamic Linear Model (DLM) with variable parameter (WEST e HARRISON, 1997). The choice of this particular model was motivated by the constant changes made in the Brazilian tax system during these years. The forecast is performed a year ahead out of the sample. The main conclusions of the

i. *The versions in English of this series have not been edited by Ipea's editorial department.*

As versões em língua inglesa das sinopses (*abstracts*) desta coleção não são objeto de revisão pelo Editorial do Ipea.

paper are the following. In general the results seem strongly satisfactory. The forecasts fall inside the error bands and the predicted error is below of 10% until six steps ahead. Above this horizon the forecast lose efficiency. Although for some taxes the model performed quite well, further efforts are required for others. Finally, for the majority of taxes the elasticity appears to have fluctuated below the unity.

1 INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é modelar econometricamente o comportamento da carga tributária bruta brasileira (CTBB), com base no comportamento individual de um conjunto de tributos existentes na economia brasileira que formam uma amostra fortemente representativa da CTBB no período de 1995 a 2010. Esta amostra pode ser entendida como uma *proxy* da CTBB, uma vez que responde por cerca de 80% da arrecadação tributária no Brasil. A análise econométrica da CTBB, tendo em vista a avaliação de cada imposto tomado separadamente, vem dar continuidade a uma sequência de trabalhos já implementados no Brasil que têm como objetivo a análise e projeção da CTBB.

Os estudos implementados anteriormente seguiram dois caminhos distintos. Inicialmente, optou-se pela análise da CTBB segundo um ponto de vista agregado. Para tal, Mendonça, Sachsida e Medrano (2010) fizeram uso do modelo linear dinâmico (MLD) com coeficientes variáveis para uma série trimestral agregada da CTBB no período 1995-2009.¹ As principais conclusões deste estudo foram que: *i*) o produto interno bruto (PIB) é certamente a principal variável explicativa da dinâmica da CTBB no período em questão; *ii*) a elasticidade-PIB da CTBB parece estar próxima da unidade ou um pouco abaixo disto para duas medidas do PIB real utilizadas; e, finalmente, *iii*) a parcela da CTBB autônoma em relação ao PIB teve crescimento relevante durante todo este último período, possivelmente indicando contínuas melhorias nos procedimentos de fiscalização adotados pelas autoridades tributárias e/ou aumentos na formalização da economia.

O outro tipo de abordagem, que aparece em Mendonça, Sachsida e Medrano (2010), se deu a partir da aplicação do modelo fatorial dinâmico (MFD) usando dados mensais para o período de 1995 a 2007. Uma razão fundamental para o uso do MFD é que este permite obter *insights* importantes por meio da redução de dimensionalidade (isto é, de aumento no grau de agregação) do modelo. Se, de algum modo, a informação contida nas inter-relações entre os vários tributos puder ser “passada para um conjunto menor de variáveis”, a habilidade de identificar a “verdadeira” estrutura dos dados será melhor.

1. A metodologia de construção da série da CTBB trimestral é apresentada em Santos e Costa (2008).

Neste estudo, utiliza-se novamente o MLD para modelar as séries de alguns dos principais impostos individualmente. A utilização de um modelo com coeficientes variáveis (discutido, entre outros, por West e Harrison, 1997) é justificada pela conjectura – que parece muito plausível *a priori* – de que as sucessivas mudanças no sistema tributário nacional estão associadas a mudanças recorrentes também nas elasticidades relevantes, de modo a tornar contraindicado o uso de especificações com parâmetros fixos. A utilização de modelos com coeficientes variáveis para a modelagem de séries tributárias não é inédita na literatura brasileira (ver, por exemplo, Hernández, 1998, e Portugal e Portugal, 2001). Contudo, este estudo adiciona algumas contribuições à literatura sobre previsão de impostos no Brasil.

Primeiro, uma inovação do estudo é a opção por modelar o componente sazonal da série da CTBB endogenamente. Apesar de pouco usual na literatura, tal procedimento permitiu obterem-se estimativas significativamente mais ajustadas aos dados, assim como projeções mais confiáveis. Decidiu-se, ainda, estimar o modelo a partir de procedimentos bayesianos (GAMMERMAN e LOPES, 1997; KIM e NELSON, 1999; WEST e HARRISON, 1997), que, entre outras vantagens, permitem a obtenção de estimativas, em pequenas amostras, mais confiáveis que os métodos frequentistas. Por fim, como já foi ressaltado, as séries de impostos foram modeladas separadamente, procedimento muito mais eficaz em termos práticos para fins de análise macroeconômica.

Os resultados obtidos corroboraram a expectativa dos autores quanto à adequação desta metodologia no caso dos tributos. No que se refere à previsão, os resultados foram bastante satisfatórios, mesmo se considerando o horizonte projetado de 12 meses fora da amostra no período de abril de 2009 a março de 2010. Percebeu-se que o método usado para tratar a sazonalidade gerou um alto grau de ajustamento na série de cada variável. De um modo geral, verificou-se que os valores observados ficaram dentro do intervalo de confiança da projeção, e o erro de previsão foi de até 10% nos primeiros seis meses. A partir daí, a qualidade da projeção se deteriora. Os modelos para o Imposto sobre Operações Financeiras (IOF), Previdência, Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Prestação de Serviços (ICMS), Imposto de Renda de Pessoa Física (IRPF) e Imposto de Renda Total (IRT) mostraram excelentes resultados, enquanto demandam-se esforços posteriores para o Imposto sobre Produtos Industrializados (IPI) e o Programa de Integração Social/Programa de Formação do Patrimônio do Servidor Público (PIS/PASEP). Percebeu-se ainda que o método usado para tratar a sazonalidade gerou um alto grau de ajustamento no modelo. Apresentam-se os valores encontrados para as elasticidades, que de um modo geral se mostraram abaixo da unidade.

O texto é constituído da seguinte forma. Após esta introdução a seção 2 tem como finalidade justificar a aplicação do modelo proposto com base nas características das séries individuais de tributos no Brasil. Na terceira seção, apresenta-se uma especificação econométrica e as suas motivações teóricas, bem como a descrição dos dados utilizados. Detalhes sobre a metodologia econométrica utilizada foram acrescentados nos anexos. Os resultados obtidos por meio desta especificação são apresentados e analisados na quarta seção. Por fim, a seção 5 traz breves notas à guisa de conclusão.

2 JUSTIFICATIVA

A carga tributária bruta² de uma determinada economia é dada pela soma dos recursos que o governo recolhe compulsoriamente do setor privado. Tudo mais permanecendo constante, aumentos na carga tributária bruta brasileira (CTBB) reduzem a renda disponível do setor privado e, portanto, os recursos disponíveis para o financiamento das despesas de consumo e investimento de famílias e firmas. No entanto, incrementos na CTBB aumentam, via de regra,³ os recursos à disposição do governo e, por conseguinte, permitem diminuições no nível de endividamento público e aumentos na oferta de bens e serviços públicos à população. Assim, a dinâmica da CTBB é um determinante crucial das dinâmicas de diversas outras grandezas macroeconômicas relevantes.

Embora pareça razoável – como primeira aproximação, pelo menos – supor que as arrecadações dos diferentes tributos que compõem a CTBB acompanham o movimento geral da economia (ver, entre outros, Mendonça, Pires e Medrano, 2008; Santos, Ribeiro e Gobetti, 2008), é fácil perceber que as heterogeneidades existentes entre os mesmos fazem com que os resultados de modelos agregativos sejam usualmente pouco precisos. No entanto, as seguidas mudanças na legislação tributária⁴ fazem com que haja

2. Para uma análise da composição da carga tributária no Brasil, ver Santos, Ribeiro e Gobetti (2008).

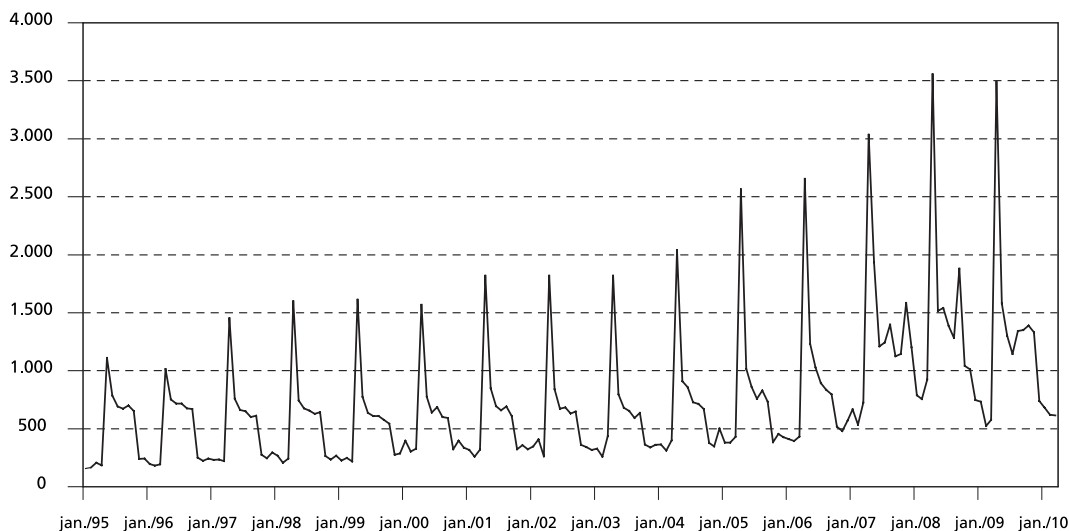
3. Note-se que nem todo recurso recolhido compulsoriamente da sociedade pelo governo é receita do governo. As contribuições para o FGTS, para citar um exemplo, são recolhidas compulsoriamente da sociedade – e por isso entram no cálculo da CTBB –, mas não são receitas públicas, visto que são de propriedade dos trabalhadores. Por sua vez, nem toda receita do governo é recolhida compulsoriamente da sociedade. Quando um cidadão paga a entrada em um museu público, está aumentando a receita do governo, mas não a carga tributária. Daí que aumentos na carga tributária não necessariamente implicam aumentos nas receitas públicas, e aumentos nestas últimas não necessariamente implicam aumentos na carga tributária. Sem embargo, a maior parte das receitas públicas brasileiras é de natureza tributária e a maior parte da carga tributária brasileira consiste em receitas públicas.

4. Rezende, Oliveira e Araújo (2007, cap. 2) fazem um excelente resumo das inúmeras mudanças na legislação tributária brasileira no período de 1998 a 2006.

bons motivos para se supor que as elasticidades e sazonalidades possam variar com o tempo. Tais mudanças têm caracterizado a administração tributária do país no período pós-Plano Real.⁵ Não surpreende, pois, que a literatura brasileira com especificações econométricas explícitas para a CTBB e seus principais elementos seja relativamente pequena,⁶ e que os resultados relatados sejam frequentemente apenas exploratórios.

Assim, um instrumento econométrico que objetive modelar os vários componentes da CTBB deve não apenas lidar com a alta dimensionalidade inerente aos variados tipos de impostos, mas também saber tratar as características sazonais específicas a cada um deles. Apenas de modo a mostrar a dificuldade intrínseca à modelagem econométrica da CTBB, ilustra-se nos gráficos 1, 2 e 3 a evolução de três importantes componentes seus, que são o IRPF, as receitas previdenciárias (RPs) e o PIS/PASEP. Observa-se que, embora o IRPF e as RPs apresentem padrões de sazonalidade regulares, eles não são iguais, dado que enquanto a sazonalidade que aparece nas RPs se evidencia na forma de picos com base estreita, no caso do IRPF os picos ocorrem de forma semelhante, mas a base não é estreitada. Em relação ao PIS/PASEP, existe naturalmente um padrão de sazonalidade, embora não tão regular como nos dois casos anteriores.

GRÁFICO 1
Evolução do IRPF (1995-2010)
(Em R\$ bilhões)

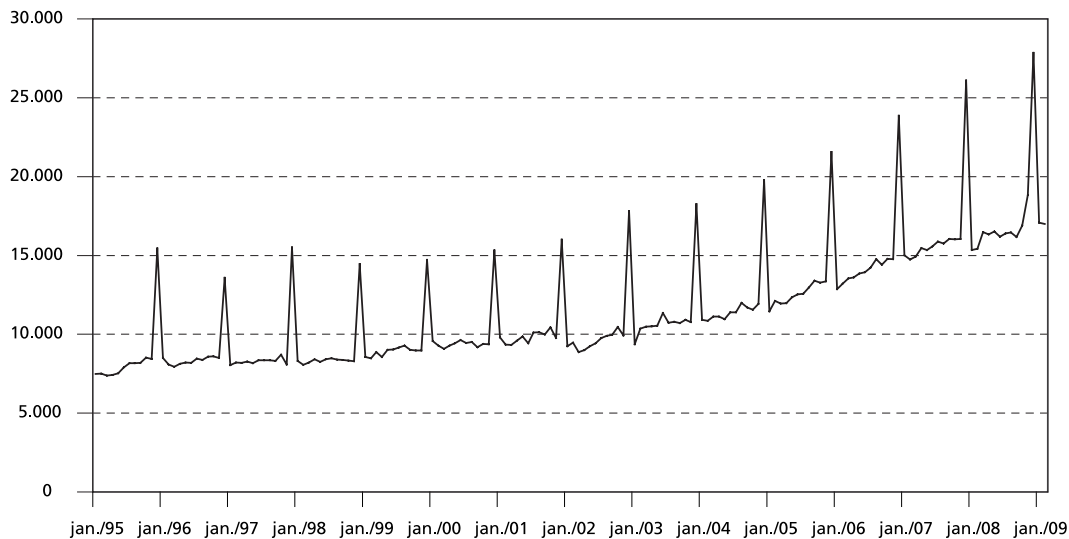


Elaboração dos autores.

5. E mesmo antes disso, como bem apontam Rezende, Oliveira e Araújo. (2007).

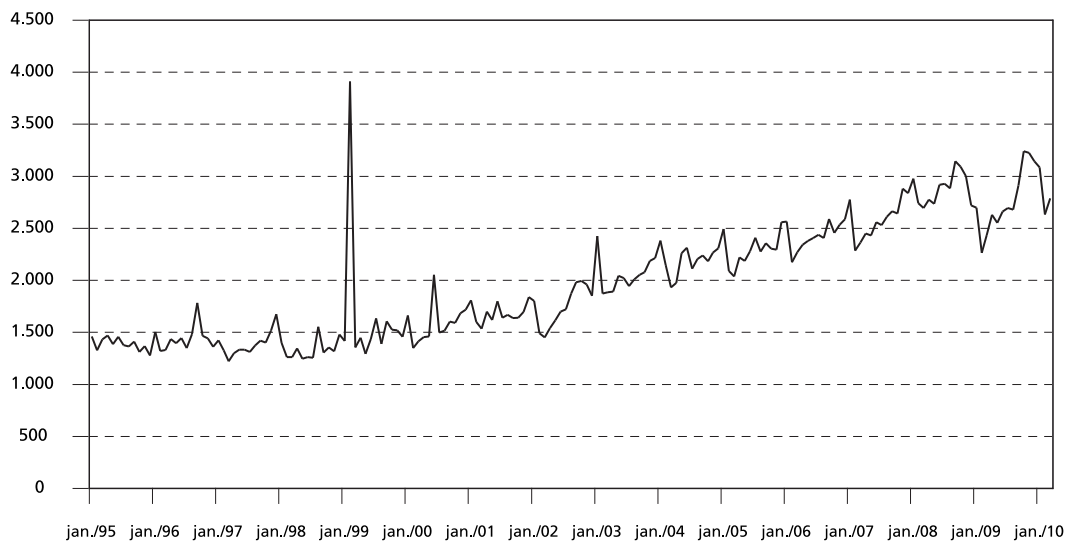
6. Santos, Ribeiro e Gobetti (2008) apresentam uma resenha da literatura relevante.

GRÁFICO 2
Evolução das RPs (1995-2009)
(Em R\$ bilhões)



Elaboração dos autores

GRÁFICO 3
Evolução do PIS/PASEP (1995-2010)
(Em R\$ bilhões)



Elaboração dos autores.

A utilização de modelos com coeficientes variáveis para a modelagem de séries tributárias não é inédita na literatura brasileira (HERNÁNDEZ, 1998; PORTUGAL e PORTUGAL, 2001). Mas, até onde se sabe, nenhum estudo feito no Brasil tentou modelar as séries de impostos a partir de procedimentos bayesianos (GAMMERMAN e LOPES, 1997; KIM e NELSON, 1999; WEST e HARRISON, 1997). Este método permite, entre outras vantagens, a obtenção de estimativas mais confiáveis em pequenas amostras que os métodos frequentistas (GELMAN *et al.*, 2003, p. 696). Outra inovação do estudo é a opção por modelar o componente sazonal característico de cada série de tributo endogenamente.⁷ Apesar de não muito comum nesta literatura, o uso de tais procedimentos permitiu obter estimativas significativamente mais ajustadas aos dados, assim como projeções mais confiáveis.

3 BASE DE DADOS, ASPECTOS GERAIS E METODOLOGIA

3.1 BASE DE DADOS

O objetivo aqui se refere ao tratamento individual de uma amostra formada por dez impostos fortemente representativos da CTBB. A tabela 1 apresenta a amostra dos tributos usada neste estudo, bem como a porcentagem que cada um deles representa em relação ao total. A amostra é composta de nove tributos individuais, dos quais três são impostos incidentes sobre a renda, o patrimônio e o capital, a saber, o IRPF, o Imposto de Renda sobre Pessoa Jurídica (IRPJ) e o Imposto de Renda Retido na Fonte (IRRF). Quatro incidem sobre produtos: o ICMS, a Contribuição para o Financiamento da Seguridade Social (Cofins), o IOF e o IPI. Integram ainda a amostra as seguintes contribuições previdenciárias: contribuição à Previdência Social e as contribuições para o PIS/PASEP. Em relação ao imposto de renda, há uma série agregada composta para os três impostos definidos.

A amostra se compõe basicamente de tributos federais, cuja base de dados é gerenciada pela Secretaria da Receita Federal (SRF), mas inclui também o ICMS, estadual – com

7. Em geral, a maneira como se modela a sazonalidade é artificial e puramente *ad hoc*. O que comumente se faz é previamente dessazonalizar a série por algum método convencional e estimar o modelo usando a série modificada. Quanto a isso, há um problema sério no que se refere à previsão. A sazonalidade é uma característica idiossincrática de cada série de tributos, o que faz com que a sua não consideração certamente contribua para diminuir a qualidade do ajustamento e da previsão. Pode-se, naturalmente, introduzir novamente a sazonalidade ao se efetuar tal exercício. Entretanto, este é um processo mais custoso, com pouca garantia quanto ao seu resultado efetivo. Neste caso, os parâmetros que modelam a sazonalidade foram obtidos fora do modelo, isto é, não se levando em consideração a informação relevante. O método adotado neste estudo permite ultrapassar todas estas dificuldades, pois a sazonalidade é vista como sendo um conjunto de parâmetros a mais dentro do modelo.

dados mensais disponibilizados pelo Conselho Nacional de Política Fazendária (Confaz). Estes nove impostos representam aproximadamente 80% do total de tributos arrecadados pelas administrações públicas brasileiras. Os dados são mensais e se referem ao período de janeiro de 1995 a dezembro de 2008.

TABELA 1
Participação dos tributos no total da amostra
(Em %)

Imposto		Imposto	
ICMS	26,52	IPI	5,39
Previdência Social	20,17	PIS/PASEP	3,58
Cofins	12,77	IOF	1,19
IRRF	10,66	IRPF	1,30
IRPJ	7,23	IRT (IRRF+IRPJ+IRPF)	19,19

Elaboração dos autores.

3.2 ASPECTOS GERAIS

Dado o elevado número de tributos existentes no Brasil, a estimação da CTBB tributo a tributo,⁸ tal como é o objetivo deste estudo, se torna muito trabalhosa. O que em geral se faz é estimar um modelo agregativo para a CTBB tomando o PIB como *proxy* para os fatos geradores de todos os tributos brasileiros (PORTUGAL e PORTUGAL, 2001; HERNÁNDEZ, 1998; SANTOS, RIBEIRO e GOBETTI, 2008). Naturalmente, espera-se que elevações e quedas no PIB real estejam associadas às elevações e quedas na arrecadação tributária real.

No caso da análise dos tributos tomados separadamente, claro está que a arrecadação de um determinado tributo depende positivamente tanto da alíquota quanto do montante do fato gerador. Dito de outro modo, é natural supor, por exemplo, que tudo mais permanecendo constante a arrecadação do IRPF deverá estar correlacionada, supostamente, com a massa salarial. Também a arrecadação do IOF deve estar correlacionada com o volume das operações de crédito. Seguindo este raciocínio, o IPI deverá ter como fato gerador a produção industrial. Na tabela 2, associa-se cada tributo que compõe a amostra com as variáveis escolhidas como possíveis fatos geradores do respectivo imposto. A descrição das variáveis usadas como *proxy* para os fatos geradores dos impostos é feita a seguir.

8. Mendonça, Santos e Martins (2009) empregam o modelo fatorial dinâmico para modelar a arrecadação de impostos conjuntamente.

1. *PIB*: produto interno bruto deflacionado pelo Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA). Fonte: Banco Central do Brasil (BCB).
2. *PIND*: índice do produto industrial. Fonte: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).
3. *Inflação*: taxa de inflação calculada a partir da variação da média do IPCA no trimestre.
4. *IPCA*: índice fornecido pelo IBGE.
5. *Crédito*: operações de crédito feitas pelo setor privado. Fonte: BCB.
6. *Ibovespa*: índice da Bolsa de Valores de São Paulo.
7. *Massa salarial real*: massa de rendimentos nominal,⁹ divulgada pela pesquisa Pesquisa Mensal de Emprego (PME), deflacionada pelo IPCA. Fonte: IBGE.

A estratégia é partir de um modelo inicial e verificar se a ideia inicial dos autores deste estudo se ajusta aos dados. Apenas para antecipar, pode-se dizer que não necessariamente acontecerá que em todos os casos o projeto inicial dos autores será o que mais bem define o comportamento do dado.

TABELA 2
Fatos geradores dos impostos

Imposto	Possíveis fatos geradores
IRT	Massa de salários, PIB, juros e Ibovespa.
IRPF	Massa de salários, PIB e Ibovespa.
IRPJ	PIB, juros e crédito.
IRRF	Massa de salários, PIB, juros e Ibovespa.
IPI	Produção industrial.
IOF	PIB e crédito.
ICMS	PIB.
RPs	Massa de salários e PIB.
PIS/PASEP	PIB.
Cofins	PIB.

Elaboração dos autores.

9. A massa de rendimentos nominal, divulgada pela PME do IBGE e restrita a seis regiões metropolitanas, corresponde ao produto do rendimento médio efetivo do trabalho e da população ocupada remunerada, divulgado, igualmente, na PME. O cálculo da massa de rendimentos nominal, com abrangência nacional, consiste no produto da massa de rendimentos nominal divulgada na PME por um fator fixo, definido como a razão entre a massa de rendimentos divulgada pela Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD, do IBGE) e a massa de rendimentos divulgada pela PME, em ambos os casos consideradas as médias dos meses de setembro (mesmo mês de referência da PNAD) de 2002 a 2008.

3.2 ESPECIFICAÇÃO ECONOMÉTRICA

Tendo em vista as considerações apresentadas, optou-se por iniciar a investigação econométrica com a especificação do modelo linear dinâmico que aparece na equação (1). A introdução da “constante” nesta especificação não é ingênua, porque, como visto na seção 2, pode-se supor que uma parcela da arrecadação do tributo pode ser autônoma – como aquela devida à tributação sobre o patrimônio, por exemplo –, e não relacionada a nenhum dos fatores descritos.¹⁰

$$\begin{aligned} IMP_t &= \sum_0^n b_i(t)FG_t + S_t + v_t \\ b_i(t) &= \varphi_i b_i(t-1) + w_i(t), \\ i &= 0, \Lambda, 3 \end{aligned} \tag{1}$$

onde IMP é o imposto, FG o fato gerador ou variável que gera a arrecadação do imposto, e n o número de fatos geradores. Ainda tem-se $w_i(t) \sim N(0, W_i)$, para $i = 0, \Lambda, 3$, enquanto φ_i é o componente autorregressivo da equação de estado para cada b_i . S_t é o componente sazonal, modelado de acordo com a representação de Fourier (WEST e HARRISON, 1997), tal como mostrada a seguir:

$$S_t = \sum_{j=1}^2 \left[a_j \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi jt}{4}\right) + b_j \cos\left(\frac{2\pi jt}{4}\right) \right] = Z_t \gamma$$

Onde:

$$Z_t = \left(\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi t}{4}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi 2t}{4}\right) \cos\left(\frac{2\pi t}{4}\right) \cos\left(\frac{2\pi 2t}{4}\right) \right)^T \text{ e } \gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4)$$

De modo a fazer com que as estimativas obtidas expressem os valores das elasticidades, empregou-se a transformação logarítmica. Deve-se observar que a previsão dos impostos foi feita tendo em vista o conhecimento prévio das variáveis exógenas no horizonte de previsão, o que não ocorre numa situação real em que se deseja fazer a previsão para o futuro. Neste caso, teriam de ser previstas as variáveis exógenas antes de serem incorporadas ao modelo da CTBB, o que geraria mais uma fonte de erro.

10. É interessante notar, entretanto, que o modelo supõe que o termo “constante” varia com o passar do tempo, por isso as aspas.

Deve-se ressaltar que o procedimento bayesiano adotado para a estimação do modelo DLM elimina o problema da ordem de integração das séries, bem como diminui a relevância do tamanho da amostra. Diversos autores (DEJONG e WHITEMAN, 1991; KOOP, 1992; SIMS e UHLIG, 1991) advogam vigorosamente em favor da alternativa bayesiana sobre a abordagem clássica mais tradicional usada no que se refere à questão da raiz unitária. Por exemplo, sabe-se que os testes do tipo Dick-Fuller aumentado (ADF) são de baixa potência frente a alternativas plausíveis, especialmente em relação à hipótese alternativa de tendência estacionária. A abordagem bayesiana, por sua vez, revelaria que as hipóteses de raiz unitária e de tendência estacionária apresentariam probabilidades bastante similares quanto às suas funções *a posteriori*. Assim, a abordagem bayesiana fornece um sumário mais razoável da informação amostral que a abordagem clássica.

Outro problema com os testes clássicos de raiz unitária é a descontinuidade gerada na teoria assintótica (SIMS, 1988). A abordagem bayesiana, por ser baseada na função de distribuição *a posteriori*, não apresenta o problema da descontinuidade. Koop (1992) assinala que na abordagem clássica os valores críticos gerados a partir de pequenas amostras podem diferir substancialmente dos valores críticos assintóticos. A abordagem bayesiana, visto que é condicional à amostra observada, fornece resultados para pequenas amostras mais exatos. Em resumo, o problema da raiz unitária não é um ponto crítico na estatística bayesiana.

Por fim, diferentemente da abordagem clássica, a prática bayesiana não é dependente do teorema central do limite, o que elimina o uso de propriedades assintóticas (GELMAN *et al.*, 2003, p. 696). Isto traz uma importante vantagem em termos da habilidade de obter estimativas mais confiáveis num contexto de pequenas amostras e alta dimensionalidade paramétrica. Este ponto é fundamental no caso brasileiro, no qual séries de variáveis macroeconômicas realmente confiáveis somente estão disponíveis a partir do aparecimento do Plano Real em 1994.

4 RESULTADOS

Nesta seção são apresentados os resultados da estimação do modelo definido pela equação com base na prática bayesiana. O procedimento bayesiano utilizado para estimar o modelo econométrico é relativamente complexo. É interessante ressaltar que, até onde se sabe, nos casos em que o procedimento frequentista foi aplicado (PORTUGAL

e PORTUGAL, 2001; HERNÁNDEZ, 1998; SANTOS, RIBEIRO e GOBETTI, 2008), os parâmetros do modelo eram regidos forçosamente por um passeio aleatório. Neste Texto para Discussão, há um processo autoregressivo para cada parâmetro do modelo, tal como pode ser visto na equação (1), o que torna a forma de abordagem menos restrita. Uma descrição sucinta acerca da implementação do modelo é feita no anexo B. Cada imposto foi inicialmente modelado contendo como variáveis explicativas aquelas apresentadas na tabela 2, o que não significa que o melhor modelo encontrado tenha este mesmo conjunto de regressores. A seleção do melhor modelo foi feita com base, sobretudo, nos critérios EQM e DAM,¹¹ que avaliam a projeção fora da amostra (neste caso, implementada 12 passos à frente).

De início, pode-se dizer que nem sempre a intuição dos autores *a priori* quanto à variável representativa do fato gerador se mostrou correta. Por exemplo, de acordo com a tabela 1, quatro variáveis foram usadas inicialmente para modelar o IRT. Entretanto, observou-se que o modelo tendo apenas o PIB como regressor foi o mais eficiente. Nos dois casos em que foi utilizada, a massa salarial real não atendeu às expectativas quanto a sua capacidade como fato gerador para os respectivos impostos. Isto aconteceu quanto ao IRPF e ao IRRF. Não obstante, deve-se levar em consideração que os dados para esta variável somente estão disponíveis a partir de 2004, o que fez com que os resultados da estimação nos casos em que esta variável era usada como regressor ficassem fortemente prejudicados. Para os demais tributos, as variáveis propostas satisfizeram as expectativas tendo em vista o desempenho do modelo quanto aos critérios utilizados. Em todos os modelos, a sazonalidade foi modelada endogenamente a partir da aplicação da representação de Fourier, conforme definida na seção 3.

Devido ao elevado número de tributos tratados neste estudo, e de modo a facilitar o entendimento, todos os resultados foram remetidos aos anexos no final do texto. Os modelos foram estimados com dados para o período de janeiro de 1995 a março de 2009, enquanto as projeções foram feitas 11 passos à frente para o período de abril de 2009 a março de 2010. Os resultados estão postos da seguinte forma. No anexo B, apresentam-se os gráficos das elasticidades. Por economia, não se apresentaram os gráficos referentes aos interceptos.¹² O anexo C contém os gráficos com as previsões. As tabelas contendo os valores projetados, bem como erros de previsão, aparecem no anexo D. Por fim, os gráficos

11. Erro quadrado médio (EQM) = $N^{-1} \sum_{i=1}^N \frac{e_i^2}{\%}$; desvio absoluto médio (DAM) = $N^{-1} \sum_{i=1}^N |e_i|_{\%}$.

12. Estes podem ser obtidos diretamente com os autores.

para ajustamento do modelo são apresentados no anexo E.

Observando-se os resultados do anexo E, percebe-se inicialmente que as variáveis em questão têm uma forte estrutura sazonal que não pode ser ignorada na análise. Com efeito, nota-se que o método usado para tratar a sazonalidade gerou um alto grau de ajustamento na série de cada variável. Em relação aos resultados propriamente ditos, alguns merecem destaque. De forma geral, no que tange à previsão, os resultados apresentaram um bom desempenho. Dado que o horizonte em que esta foi implementada se deu para um grande número de passos à frente, espera-se naturalmente que nos períodos finais a qualidade da previsão decaia.

De um modo geral, pode-se verificar que os valores observados ficaram dentro do intervalo de confiança da projeção, e o erro de previsão foi de até 10% nos primeiros seis meses. A partir daí, a qualidade da projeção se deteriora. Os modelos para IOE, Previdência, ICMS, IRPF e IRT mostraram excelentes resultados, ao passo que para outros, como o IPI e o PIS/PASEP, demandam-se esforços posteriores. Percebeu-se ainda que o método usado para tratar a sazonalidade gerou um alto grau de ajustamento no modelo. Apresentam-se ainda os valores encontrados para as elasticidades, que de modo geral se mostraram abaixo da unidade.

Por fim, serão feitos alguns comentários pontuais sobre as elasticidades obtidas. Tendo em vista o comportamento das trajetórias observadas para as elasticidades, nas quais se observam mudanças contínuas em quase todos os casos, verifica-se que foi acertada a opção de se modelarem as séries individuais dos impostos a partir da aplicação do modelo linear com parâmetros variáveis. Como foi colocado na introdução deste estudo, a ideia de usar esta metodologia tem por base o fato de que o sistema tributário brasileiro sofreu sucessivas mudanças que poderiam ter reflexo nas elasticidades, o que faria ser não aconselhável o emprego de uma especificação com parâmetros fixos.

5 CONCLUSÕES

Neste estudo, utiliza-se o modelo linear dinâmico com parâmetros variáveis a fim de se modelarem as séries individuais para uma amostra representativa de tributos que integram a carga tributária bruta brasileira (CTBB). Os resultados obtidos corroboraram a expectativa dos autores quanto à aplicação desta metodologia, tendo em vista

que as sucessivas mudanças no sistema tributário nacional estão associadas a mudanças recorrentes também nas elasticidades relevantes, de modo a tornar contraindicado o uso de especificações com parâmetros fixos.

Também se considerando que as séries dos tributos possuem forte sazonalidade, específica para cada um deles, percebeu-se que o método usado para tratar a sazonalidade gerou um alto grau de ajustamento na série de cada variável. De uma forma geral, no que concerne à previsão, os resultados apresentaram um bom desempenho, devendo-se levar em conta ainda o horizonte projetado de 12 meses. Observou-se, entretanto, que a qualidade da previsão mostra uma deterioração acentuada quando o horizonte se situa acima de seis meses. Assim, mais esforços são necessários para aprimorar a eficiência da previsão, caso se tenha necessidade de conhecer o comportamento futuro das séries da maioria dos impostos para um horizonte mais distante que cinco ou seis meses.

REFERÊNCIAS

- BCB – BANCO CENTRAL DO BRASIL. Disponível em: <<http://www.bcb.gov.br/>>.
- BM&FBOVESPA. **Índice Bovespa**: Ibovespa. Disponível em: <<http://www.bmfbovespa.com.br/indices/ResumoIndice.aspx?Indice=IBOVESPA&idioma=pt-br>>.
- BRASIL. Ministério da Fazenda. Secretaria da Receita Federal. **Carga tributária no Brasil 2008**. Brasília, 2009.
- _____. _____. Conselho Nacional de Política Fazendária. **Boletim do ICMS**. Disponível em: <<http://www.fazenda.gov.br/confaz/boletim/>>.
- CARTER, C. K.; KOHN, R. On gibbs sampling for state space models. **Biometrika**, v. 81, n. 3, p. 541-553, 1994.
- DEJONG, N.; WHITEMAN, C. H. The case for trend-stationarity is stronger than we thought. **Journal of Applied Econometrics**, n. 6, p. 413-421, 1991.
- FRÜHWIRTH-SCHNATTER, S. Data augmentation and dynamic linear models. **Journal of Time Series Analysis**, n. 15, p. 183-202, 1994.
- GAMERMAN, D.; LOPES, H. **Markov chain Monte Carlo**. Chapman & Hall, 1997.
- GELMAN, A. *et al.* **Bayesian data analysis**. Chapman & Hall/CRC, 2003.
- HÉRNANDEZ, B. **Um modelo econométrico da conta corrente do governo no Brasil**. Ipea, 1998. p. 543. (Texto de Discussão, n. 1951/95).
- IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Sistema de**

- Contas Nacionais:** Brasil. Rio de Janeiro, 2004. (Série relatórios metodológicos, v. 24).
- _____. **Sistema de Contas Nacionais:** Brasil 2002-2006. Rio de Janeiro: Coordenação de contas nacionais, 2008a.
- _____. **Sistema de Contas Nacionais:** Brasil. 2. ed. Rio de Janeiro: 2008b. (Série relatórios metodológicos, v. 24).
- _____. **Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA).** Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/indicadores/precos/inpc_ipca/defaultinpc.shtm>.
- _____. **Pesquisa Mensal de Emprego (PME).** Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/indicadores/trabalhoerendimento/pme_nova/default.shtm>.
- KIM, C. J.; NELSON, C. R. **State-space models with regime switching.** Massachusetts: MIT Press, 1999.
- KOOP, G. Objective Bayesian unit root tests. **Journal of Applied Econometrics**, n. 7, p. 65-82, 1992.
- MENDONÇA, M. J.; PIRES, M. C.; MEDRANO, L. A. T. **Administração e Sustentabilidade da Dívida Pública no Brasil:** uma análise com mudança de regime, Pesquisa e Planejamento Econômico, v. 38, n. 3, p. 389-411, 2008.
- MENDONÇA, M. J.; SANTOS, C. H.; MARTINS, T. G. **Aplicação de um modelo fatorial dinâmico para previsão da arrecadação tributária no Brasil.** Ipea, 2009. (Texto para Discussão, n. 1453).
- MENDONÇA, M. J.; SACHSIDA; MEDRANO, L. A. T. **Um modelo econométrico com parâmetros variáveis para carga tributária bruta trimestral.** Pesquisa e Planejamento Econômico, v. 40, n. 3, 2010 .
- PORTUGAL, C.; PORTUGAL, M. Os efeitos da inflação sobre o orçamento do governo: uma análise empírica. **Estudos Econômicos**, v. 31, n. 2, p. 239-283, 2001.
- REZENDE, F. R.; OLIVEIRA, F.; ARAÚJO, E. **O dilema fiscal:** remendar ou reformar? Rio de Janeiro: Confederação Nacional da Indústria e Fundação Getúlio Vargas, 2007.
- SANTOS, C. H. M.; COSTA, F. R. Uma metodologia de estimação da carga tributária bruta brasileira em níveis trimestrais. **Economia Aplicada**, v. 12, n. 4, p. 581-606, 2008.
- SANTOS, C. H. M.; RIBEIRO, M. B.; GOBETTI, S. W. **A evolução da carga tributária bruta brasileira no período 1995-2007:** tamanho, composição e especificações econométricas agregadas. Ipea, 2008. (Texto para Discussão, n. 1350).
- SIMS, C.; UHILG, H. Understanding unit rooters: a helicopter tour. **Econometrica**, v. 59, n. 6, p. 1591-1599, 1991.
- WEST, M.; HARRISON, J. **Bayesian forecasting and dynamic models.** Springer 1997.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

AFONSO, J. R.; MEIRELLES, B. B.; CASTRO, K. P. Carga tributária: a escalada continua. **Boletim de desenvolvimento fiscal**, Brasília, n. 4, p. 25-32, mar. 2007.

GELMAN, A.; RUBIN, D. R. Inference from iterative simulation using multiple sequences. **Statistical Science**, n. 7, p. 457-511, 1992.

TANZI, V. Inflation, lags in collection, and the real value of tax revenue. **International Monetary Fund Staff Papers**, Washington, v. 24, n. 1, 1977.

ANEXO A

A metodologia de estimação utilizada neste trabalho

A.1 MODELO DE REGRESSÃO LINEAR DINÂMICO

A forma geral do DLM (*dynamic linear model*) pode ser definida como a seguir:

$$y_t = X_t \theta_t + S_t + v_t' \quad (\text{A.1})$$

$$\theta_t = \Gamma_1 \theta_{t-1} + \Lambda + \Gamma_p \theta_{t-p} + \omega_t' \quad (\text{A.2})$$

onde y_t é a variável endógena e X_t é um vetor $k \times 1$ de variáveis exógenas. Este modelo permite ainda a presença de um componente sazonal, S_t , que pode ser modelado segundo a representação do tipo de Fourier (WEST e HARRISON, 1997), de modo

que $S_t = \sum_{j=1}^2 \left[a_j \text{sen} \left(\frac{2\pi jt}{4} \right) + b_j \text{cos} \left(\frac{2\pi jt}{4} \right) \right] = Z_t \varphi$, onde

$$Z_t = \left(\text{sen} \left(\frac{2\pi t}{4} \right) \text{sen} \left(\frac{2\pi 2t}{4} \right) \text{cos} \left(\frac{2\pi t}{4} \right) \text{cos} \left(\frac{2\pi 2t}{4} \right) \right)^T \text{ e } \varphi = (a_1 \ a_2 \ b_1 \ b_2), \text{ sendo } \theta_t \text{ o}$$

vetor $k \times 1$ de parâmetros que segue um processo autorregressivo de ordem p , em que os coeficientes estão contidos na matriz diagonal Γ_i , $k \times k$, para $i=1, K, p$. Supõe-se que $\omega_t' \sim N(0_{k \times 1}, W_{k \times k})$ e $v_t' \sim N(0, V)$, admitindo-se ainda que ω_t' e v_t' não são correlacionados. Por simplicidade, admite-se também que $W = \text{diag}(w_1, K, w_k)$.

A ideia da aplicação da forma de Fourier para tratar a sazonalidade está ligada ao fato de que qualquer padrão cíclico pode ser representado em termos da combinação linear de funções periódicas.¹ Outra motivação para o uso desta abordagem, além da flexibilidade, é a facilidade de se obter uma interpretação, uma vez que as trajetórias em forma de ondas podem ser associadas aos variados padrões observados na prática. Mais uma forma de tratar a sazonalidade seria introduzi-la diretamente na equação de estado. Neste caso, a equação A.2 assumiria a seguinte forma:

$$\theta_t = \Gamma_1 \theta_{t-1} + \Lambda + \Gamma_p \theta_{t-p} + S_t + \omega_t' \quad (\text{A.2}')$$

Por fim, a sazonalidade pode tomar uma forma dinâmica. Neste caso, seria

1. Uma função $g(t)$ é dita periódica se, para algum inteiro $p > 1$, e todo $n, t > 0$, tem-se que $g(t + np) = g(t)$.

possível ter-se um modelo no qual a equação da medida é dada da seguinte forma: $y_t = F_t \theta_t^* + v_t'$, onde $F = [X_t, Z_t]$ e $\theta_t^* = [\theta_t, \varphi_t]$.

Será feito uso da seguinte notação para encaixar as equações numa forma mais compacta, que reduz o sistema expresso pelas equações (A.1-A.2) numa forma de espaço-estado de ordem 1:

$$\underline{\theta}_t = \begin{bmatrix} \theta_t \\ \theta_{t-1} \\ M \\ \theta_{t-p+1} \end{bmatrix}_{kp \times 1}, \quad G = \begin{bmatrix} \Gamma_1 & \Gamma_2 & \Lambda & \Gamma_{p-1} & \Gamma_p \\ I_k & 0 & \Lambda & 0 & 0 \\ M & M & \Lambda & M & M \\ 0 & 0 & \Lambda & I_k & 0 \end{bmatrix}_{kp \times kp}, \quad \underline{\omega}_t = \begin{bmatrix} \omega_t' \\ 0 \\ M \\ 0 \end{bmatrix}_{kp \times 1} \text{ e } F_t' = \begin{bmatrix} X_t' \\ 0 \\ M \\ 0 \end{bmatrix}_{kp \times 1}$$

Visto isso, tem-se que:

$$y_t = F_t \underline{\theta}_t + z_t \varphi + v_t' \quad (\text{A.3})$$

$$\underline{\theta}_t = G \underline{\theta}_{t-1} + \underline{\omega}_t \quad (\text{A.4})$$

onde (A.3) representa a equação da medida ou do movimento, enquanto (A.4) define a equação de estado.

A função de verossimilhança de (θ, G, φ, V) é dada por

$$p(y | \theta, G, \varphi, V) = (2\pi)^{-T/2} V^{T/2} \exp\left(-\frac{1}{2V} \sum_{t=1}^T (y_t - F_t \underline{\theta}_t - z_t \varphi)^2\right), \text{ onde}$$

$$y = (y_1 \ K \ y_T), \theta = (\underline{\theta}_1 \ K \ \underline{\theta}_T) \text{ e } \Gamma = (\Gamma_1 \ K \ \Gamma_p).$$

A.2 PROCEDIMENTO DE INFERÊNCIA

Nesta seção, é realizado um procedimento de inferência baseado no paradigma bayesiano. Inicialmente, apresentam-se distribuições *a priori* para todos os parâmetros. Em seguida, o algoritmo MCMC é utilizado para obter amostras *a posteriori* de todos os parâmetros do modelo.

A.2.1 Distribuição *a priori*

Por simplicidade, distribuições *a priori* conjugadas são utilizadas para todos os parâmetros. A distribuição *a priori* para θ_t é especificada na equação (A.4) e completada pela informação inicial θ_0 tal que $\theta_0 \sim N(m_0, C_0)$, onde m_0 e C_0 são hiperparâmetros conhecidos. As distribuições *a priori* para os parâmetros V , W , Γ e φ são as seguintes: *i)* $V \sim GI(n_V/2, n_V S_V/2)$; *ii)* $w_j \sim GI(n_W/2, n_W S_W/2)$, $j=1, K, k$; *iii)* $\Gamma_j \sim N(m_\Gamma, S_\Gamma)$, $j=1, K, p$; e *iv)* $\varphi \sim N(m_\varphi, S_\varphi)$, onde $n_V, S_V, n_W, S_W, m_\Gamma, S_\Gamma, m_\varphi$ e S_φ são hiperparâmetros conhecidos. Os valores dos hiperparâmetros utilizados foram os seguintes:

$$m_0 = 0, C_0 = 100, n_V = 2, n_V S_V = 0.1, n_W = 2, n_W S_W = 0.1, m_\Gamma = 0, S_\Gamma = 100,$$

$$m_\varphi = 0, S_\varphi = 100$$

A.2.2 Inferência *a posteriori*

A distribuição *a posteriori* conjunta de $(\theta, \Gamma, \varphi, V, W)$ é dada por:

$$p(\theta, G, \varphi, V, W | y) \propto \prod_{t=1}^T p(y_t | \underline{\theta}_t, \varphi, V) \prod_{t=1}^T p(\underline{\theta}_t | \underline{\theta}_{t-1}, W, G) p(\underline{\theta}_0 | m_0, C_0) P(\varphi) p(V) p(W) p(\Gamma),$$

a qual é analiticamente intratável e, por conseguinte, a inferência *a posteriori* exata é feita utilizando-se o esquema MCMC. Neste caso, o vetor da variável de estado é amostrado conjuntamente, utilizando-se o algoritmo FFBS (*forward filtering backward sampling*) de Carter e Kohn (1994) e Frühwirth-Schnatter (1994). Para o resto de parâmetros G , Γ , V e W , todas as distribuições condicionais completas são distribuições normais ou distribuições gama inversa. Todas as distribuições condicionais completas estão listadas a seguir.

a. A distribuição condicional de V é

$$(V | \theta, W, \varphi, \Gamma) \sim LG(n_V^*/2, n_V^* S_V^*/2), \text{ onde } n_V^* = n_V + T \text{ e}$$

$$n_V^* S_V^* = n_V S_V + \sum_{t=1}^T (y_t - F_t \underline{\theta}_t - z_t \varphi).$$

b. A distribuição condicional de $W = \text{diag}(w_1, K, w_k)$ é

$$(w_j | \theta, V, \varphi, \Gamma) \sim GI(n_W^*/2, n_W^* S_W^*/2) \text{ para } j=1, K, k, \text{ onde } n_W^* = n_W + T - 1 \text{ e}$$

$$n_W^* S_W^* = n_W S_W + \sum_{t=2}^T (\underline{\theta}_t - G \underline{\theta}_{t-1})^T (\underline{\theta}_t - G \underline{\theta}_{t-1}).$$

- c. A distribuição condicional de $\Gamma = (\Gamma_1 K \Gamma_p)$ é $(\Gamma_j | \theta, V, W, \varphi) \sim N(m_\Gamma^*, S_\Gamma^*)$ para $j=1, K, k$, onde $S_\Gamma^* = (S_\Gamma^{-1} I_{pxp} + w_j^{-1} H_j^T H_j)^{-1}$

$m_\Gamma^* = S_\Gamma^{-1} (S_\Gamma^{-1} I_{pxp} 1_p + w_j^{-1} B_j^T H_j)$ para

$$H_j = \begin{pmatrix} \theta_{p,j} & \theta_{p-1,j} & \Lambda & \theta_{1,j} \\ \theta_{p+1,j} & \theta_{p,j} & \Lambda & \theta_{2,j} \\ M & M & M & M \\ \theta_{T-1,j} & \theta_{T-2,j} & \Lambda & \theta_{T-p,j} \end{pmatrix} \text{ e } B_j = \begin{pmatrix} \theta_{p+1,j} \\ \theta_{p+2,j} \\ M \\ \theta_{T,j} \end{pmatrix}.$$

- d. A distribuição condicional de φ é $(\varphi | \theta, V, W, \Gamma) \sim N(m_\varphi^*, S_\varphi^*)$, onde

$$S_\varphi^* = (S_\varphi^{-1} I_{4x4} + V^{-1} Z^T Z)^{-1} \text{ e } m_\varphi^* = S_\varphi^{-1} (S_\varphi^{-1} I_{4x4} 1_4 + V^{-1} Z^T (y - F\theta)).$$

Os estados θ_1, K, θ_T são amostrados conjuntamente, utilizando-se o algoritmo FFBS, condicional sobre G, φ, V e W . A distribuição condicional completa conjunta segue a decomposição retrospectiva $p(\theta | y) = p(\theta_T | D_T) \prod_{t=1}^{T-1} p(\theta_t | \theta_{t+1}, D_t)$, onde $D_T = \{y_1, y_2, K, y_t\}$, $t=1, K, T$ e D_0 representam a informação inicial. Iniciando com

$\theta_0 \sim N(m_0, C_0)$, por meio do filtro de Kalman, pode ser mostrado que

$\theta_t | D_t \sim N(m_t, C_t)$, onde $m_t = a_{t-1} + A (y_t - f_t - z_t \varphi)$, $C_t = R_t - A_t Q_t A_t'$, $a_t = G m_{t-1}$, $R_t = G'_{t-1} G' + W$, $f_t = F_t' a_t + z_t \varphi$, $Q_t = F_t' R_t F_t + V$ e $A_t = R_t F_t Q_t^{-1}$, para

$t=1, K, T$; θ_T é amostrado de $p(\theta_T | D_T)$ (passo denominado *forward filtering*).

Para $t = T-1, T-2, \dots, 2, 1$, θ_t é amostrado de $p(\theta_t | \theta_{t+1}, D_t) = N(\tilde{a}_t, \tilde{C}_t)$, onde $\tilde{a}_t = m_t + B_t (f_{t+1} - a_{t+1})$, $\tilde{C}_t = C_t - B_t R_{t+1} B_t'$ e $B_t = C_t G' R_{t+1}^{-1}$ (passo denominado *backward sampling*).

A.2.3 Previsão modelo de regressão linear dinâmico

Fazer previsão nesta classe de modelos é teoricamente direto. Frequentemente, surge o interesse de saber a densidade preditiva h passos à frente, $p(y_{T+h} | y)$, ou seja:

$$p(y_{T+h} | y) = \int p(y_{T+h} | \underline{\theta}_{T+h}, \varphi, V) p(\underline{\theta}_{T+h} | \underline{\theta}_T, W, \Gamma) p(\underline{\theta}_T, W, \Gamma, V | y) d\underline{\theta}_{T+h} d\underline{\theta}_T d\varphi dV dW d\Gamma$$

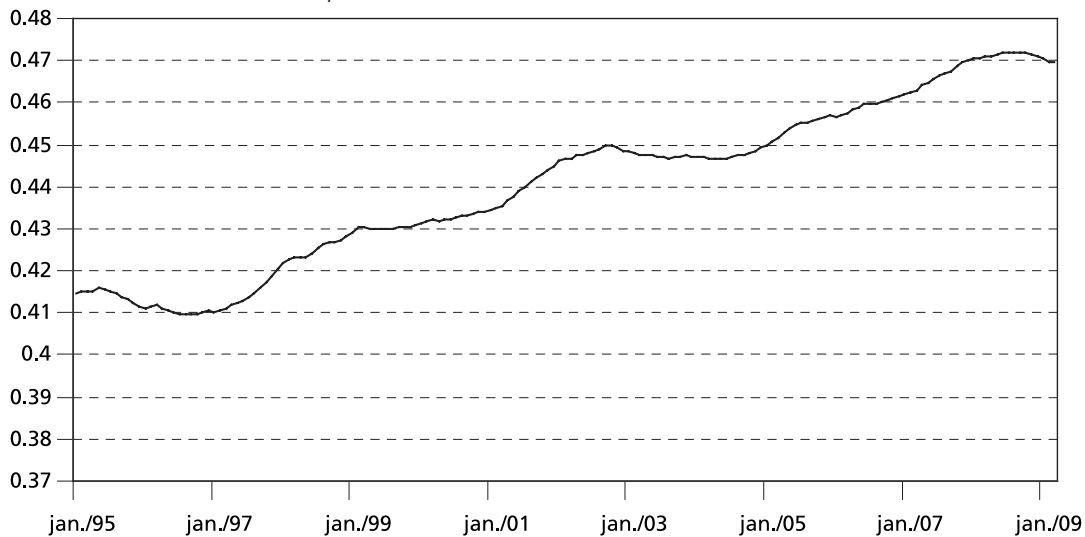
onde $(y_{T+h} | \underline{\theta}_{T+h}, \varphi, V) \sim N(F_{T+h}, V)$, $(\underline{\theta}_{T+h} | \underline{\theta}_T, W, \Gamma) \sim N(\mu_h, V_h)$,

$\mu_h = G^h \underline{\theta}_t$ e $V_h = \sum_{j=1}^h G^{j-1} W (G^{j-1})'$, para $h > 0$. Portanto, se $\{(\underline{\theta}_T^{(1)}, \varphi^{(1)}, V^{(1)}, W^{(1)}, \Gamma^{(1)}), K, (\underline{\theta}_T^{(L)}, \varphi^{(L)}, V^{(L)}, W^{(L)}, \Gamma^{(L)})\}$ é uma amostra de $p(\underline{\theta}_t, W, \Gamma, V | y)$, é fácil amostrar $\underline{\theta}_{T+h}^{(j)}$ de $p(\underline{\theta}_{T+h}^{(j)} | \underline{\theta}_T^{(j)}, W^{(j)}, \Gamma^{(j)})$, para todo $j = 1, K, L$, tal que $p(y_{T+h} | y) = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L p(y_{T+h} | \underline{\theta}_{T+h}^{(j)}, \varphi^{(j)}, V^{(j)})$ é a aproximação via Monte Carlo de $p(y_{T+h} | y)$. Analogamente, se $y_{T+h}^{(j)}$ é amostrado de $p(y_{T+h} | \underline{\theta}_{T+h}^{(j)}, \varphi^{(j)}, V^{(j)})$, para $j = 1, K, L$, então $\{y_{T+h}^{(1)}, K, y_{T+h}^{(L)}\}$ representa uma amostra de $p(y_{T+h} | y)$.

ANEXO B

GRÁFICO B.1

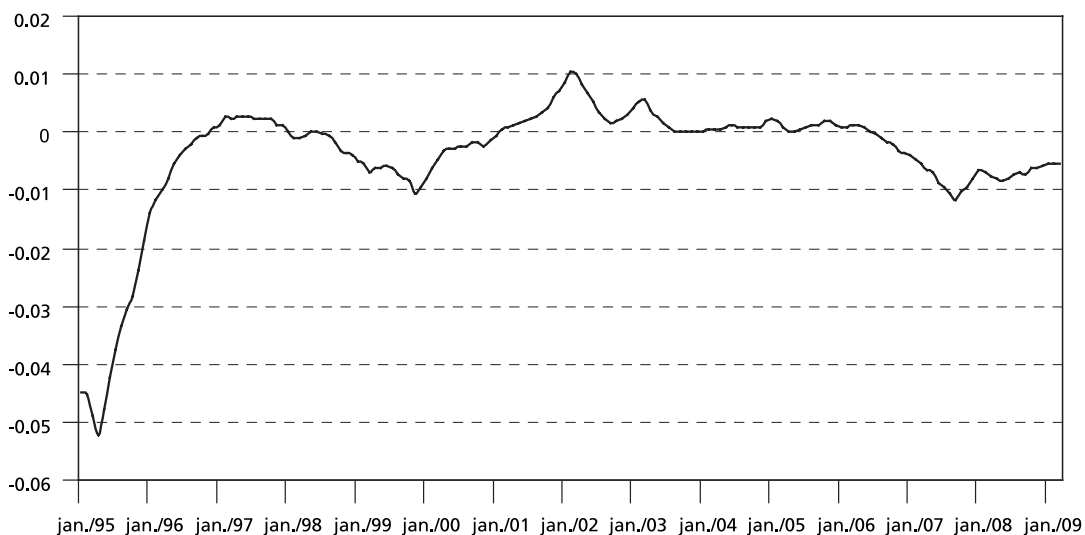
Média *a posteriori* de β_1 (*In PIB*) para IRT



Elaboração dos autores.

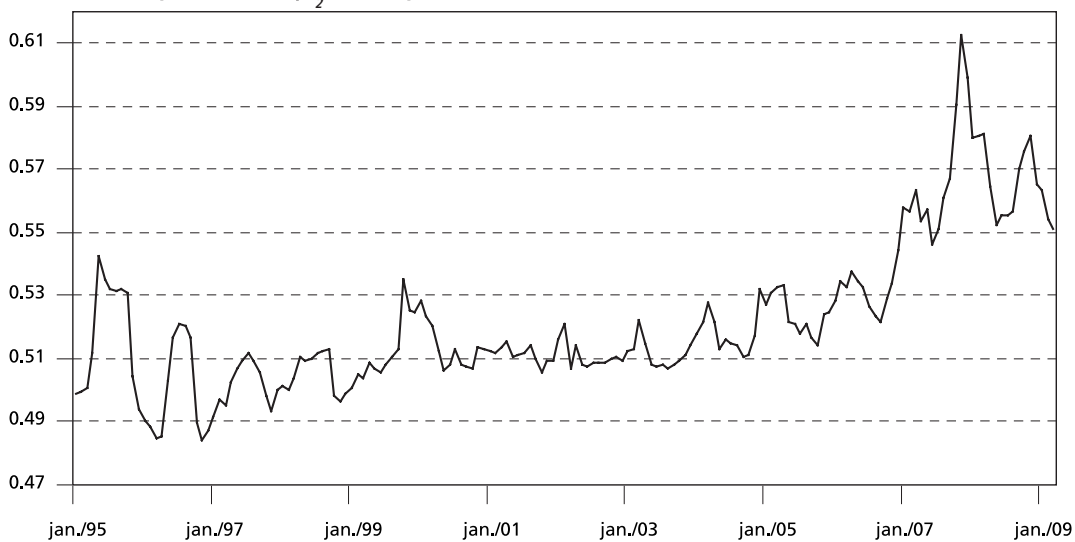
GRÁFICO B.2

Média *a posteriori* de β_1 (*In Ibovespa*) para IRPF



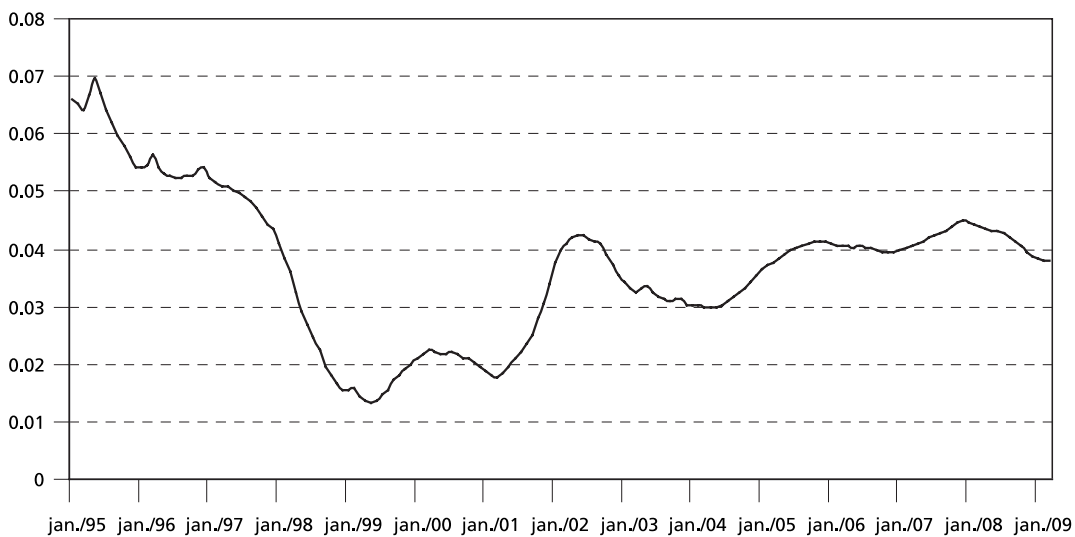
Elaboração dos autores.

GRÁFICO B.3
Média a posteriori de β_2 (In PIB) para IRPF



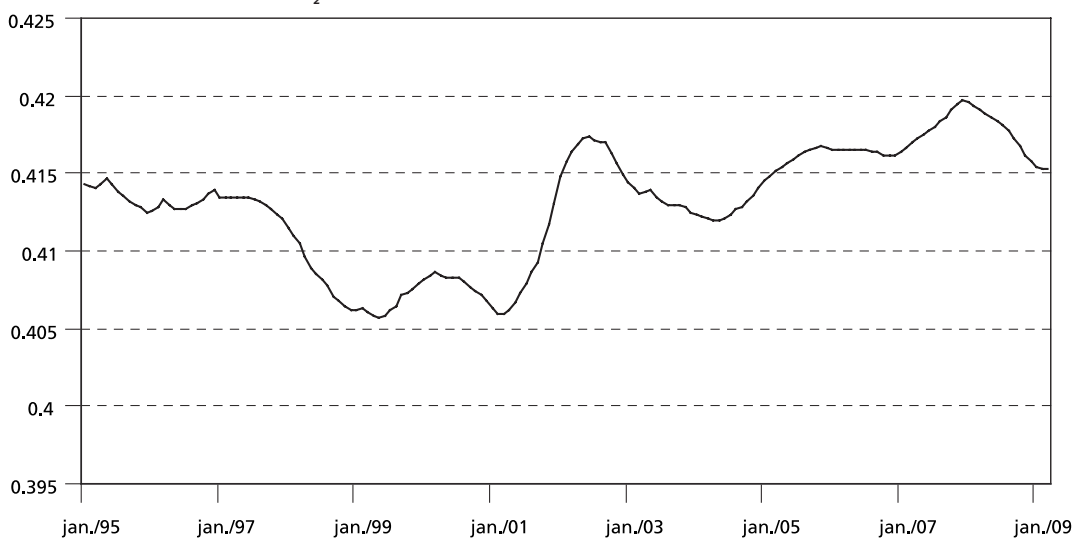
Elaboração dos autores.

GRÁFICO B.4
Média a posteriori de β_1 (juros) para IRPJ



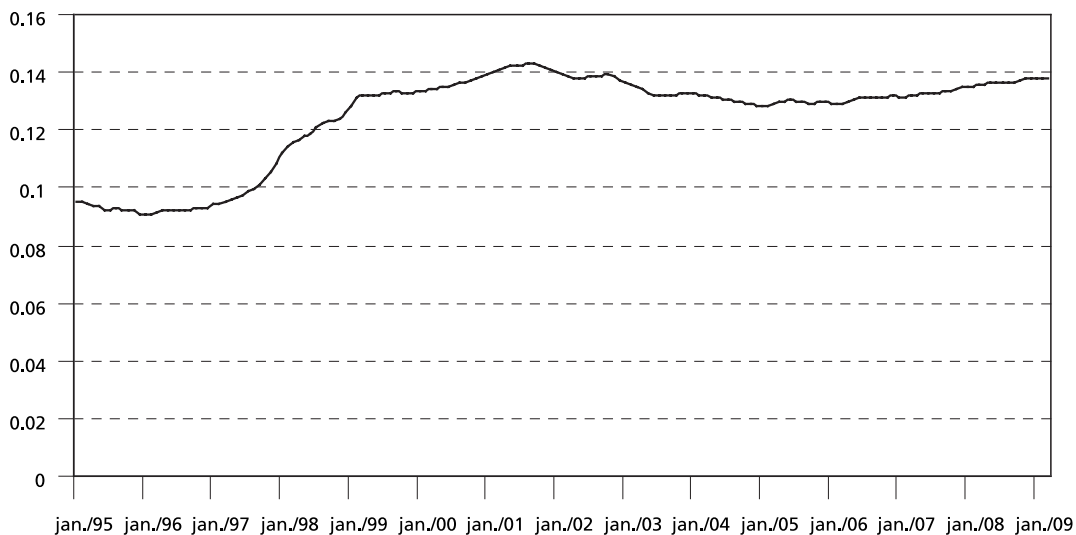
Elaboração dos autores.

GRÁFICO B.5
Média a posteriori de β_2 (In PIB) para IRPJ



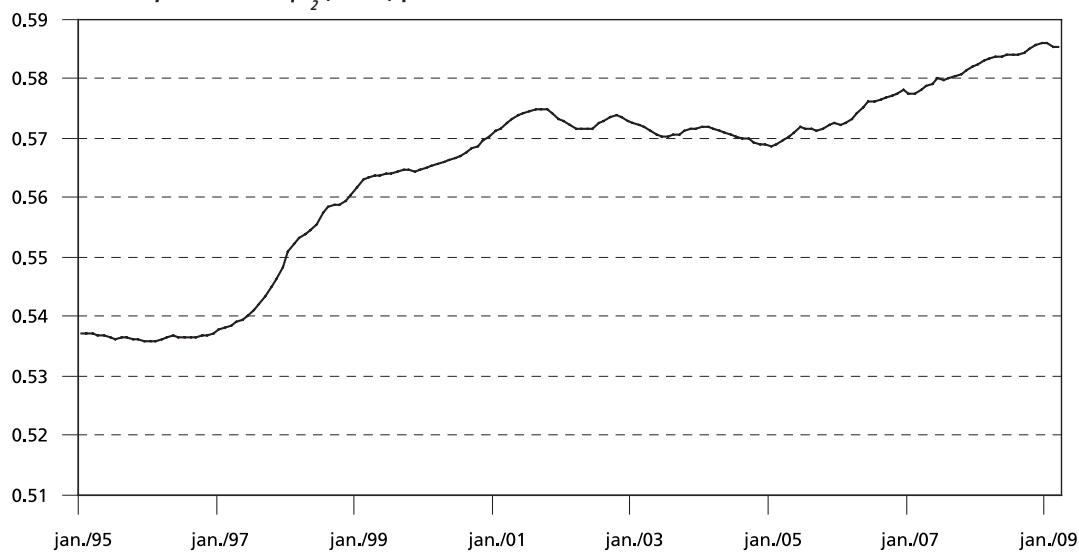
Elaboração dos autores.

GRÁFICO B.6
Média a posteriori de β_1 (juros) para IRRF



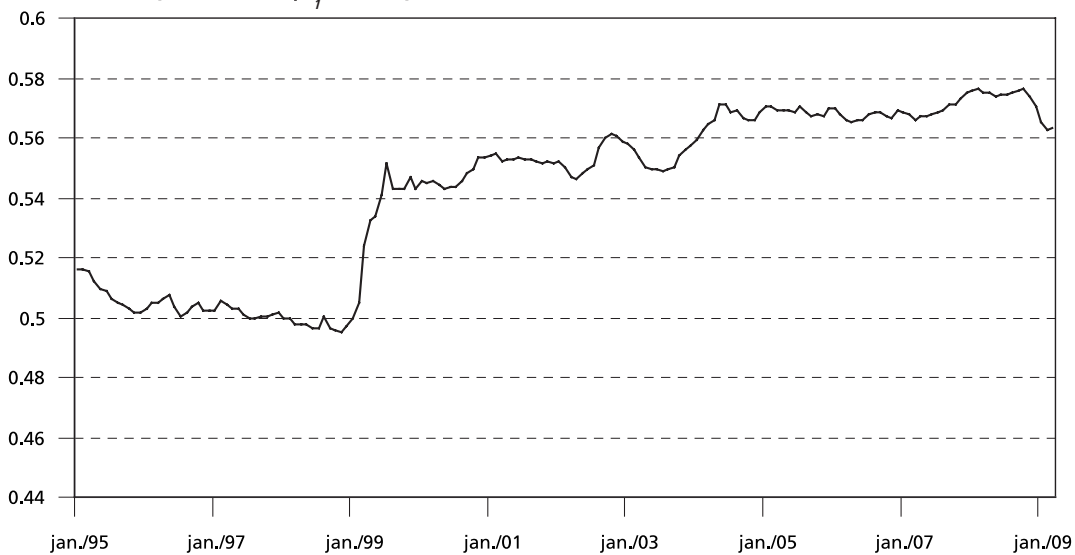
Elaboração dos autores.

GRÁFICO B.7
Média a posteriori de β_2 (In PIB) para IRRF



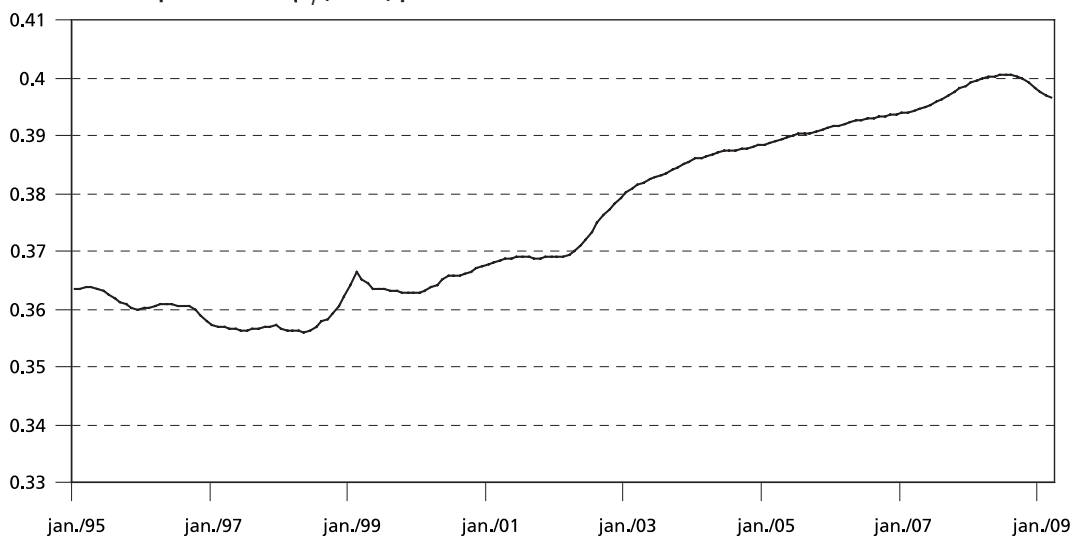
Elaboração dos autores.

GRÁFICO B.8
Média a posteriori de β_1 (In PIB) para Cofins



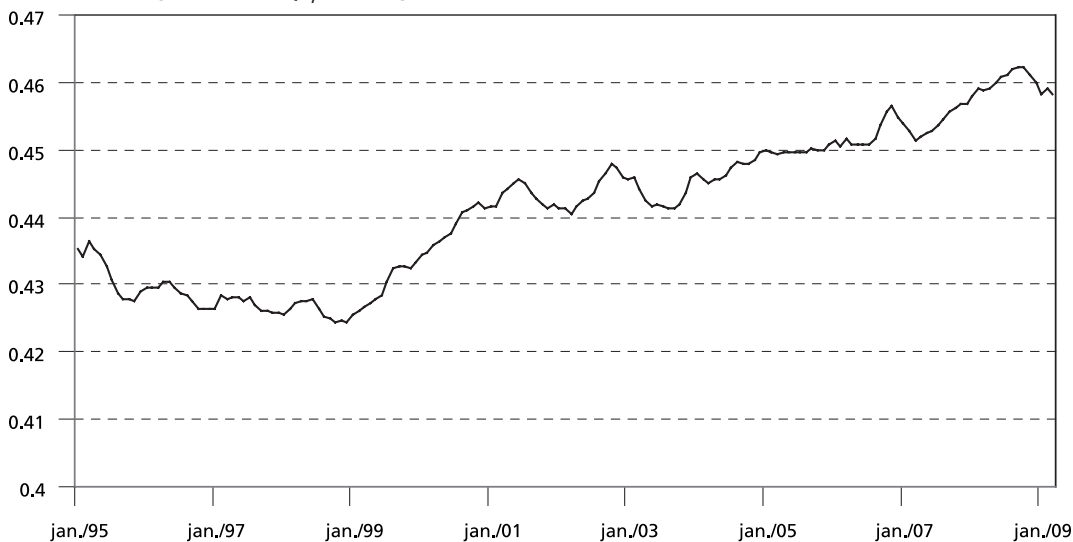
Elaboração dos autores.

GRÁFICO B.9
Média a posteriori de β , (ln PIB) para PIS/PASEP



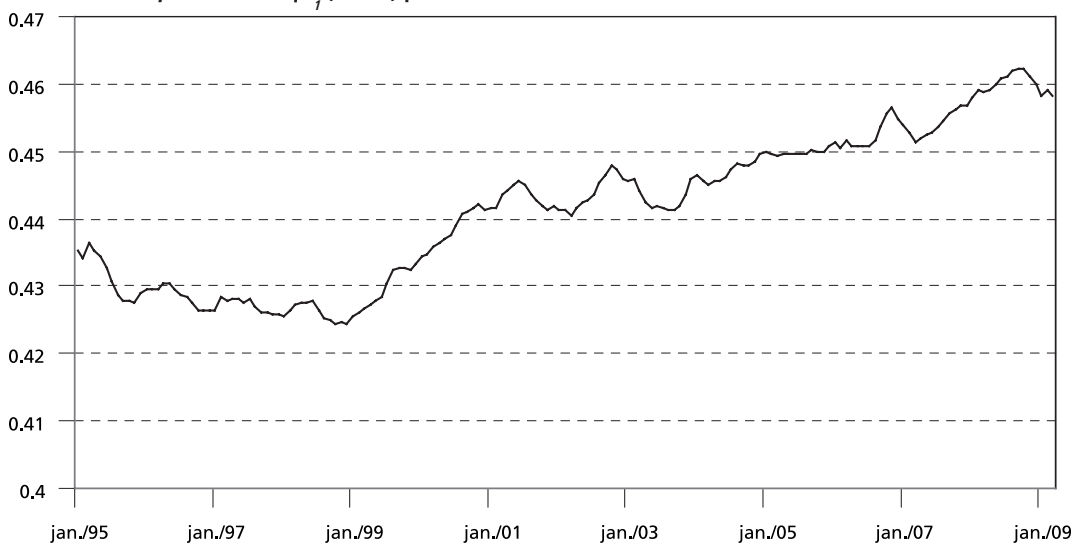
Elaboração dos autores.

GRÁFICO B.10
Média a posteriori de β , (ln PIB) para ICMS



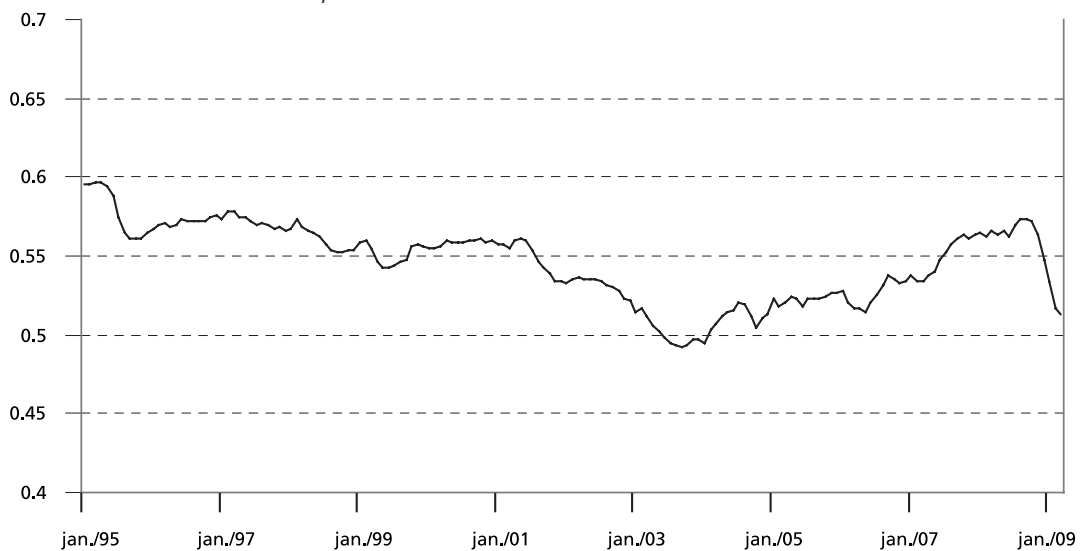
Elaboração dos autores.

GRÁFICO B.11
Média a posteriori de β_1 (In PIB) para Previdência



Elaboração dos autores.

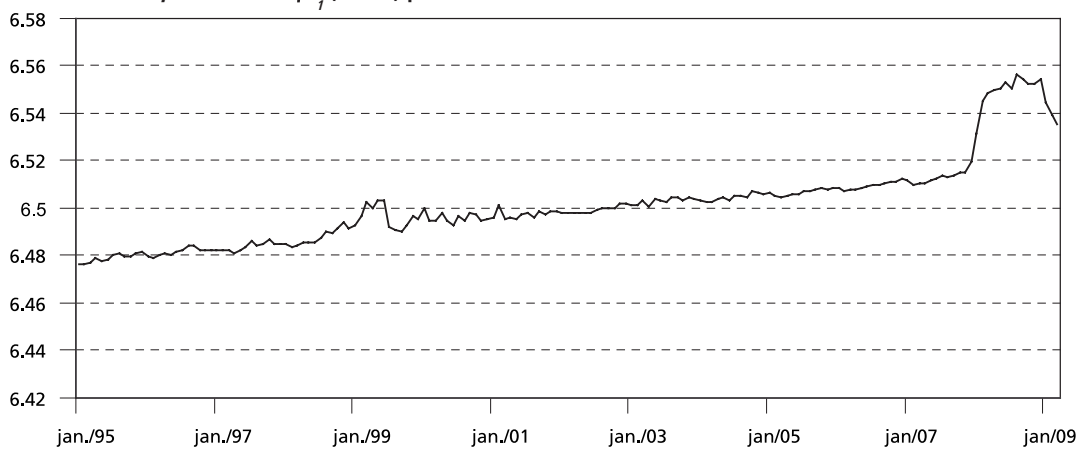
GRÁFICO B.12
Média a posteriori de β_1 (In produção industrial) para IPI



Elaboração dos autores.

GRÁFICO B.13

Média *a posteriori* de β_1 (*In PIB*) para IOF



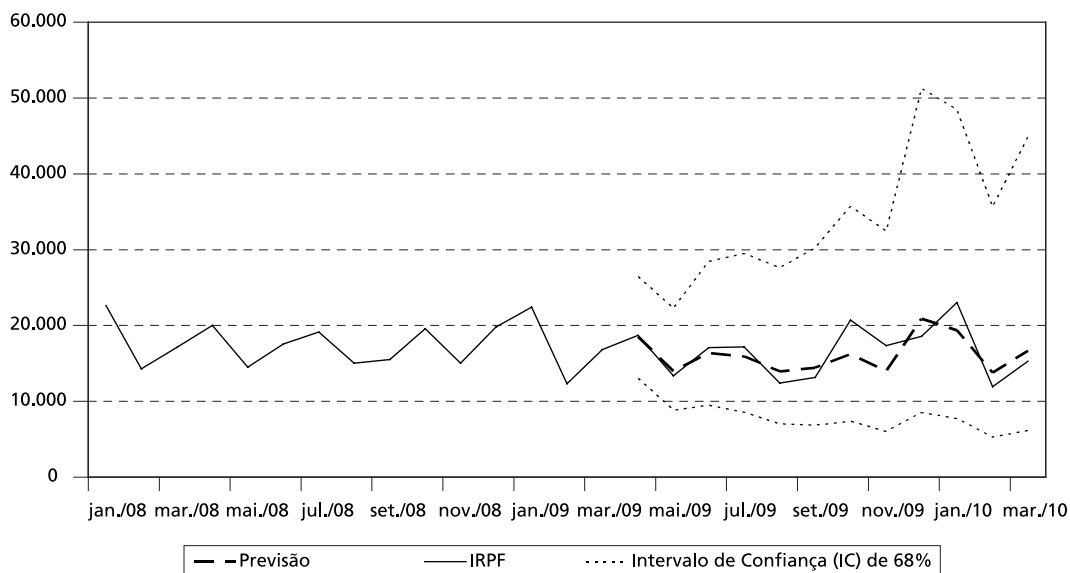
Elaboração dos autores.

ANEXO C

Previsões para o período de abril de 2009 a março de 2010 (Em R\$ bilhões)

GRÁFICO C.1

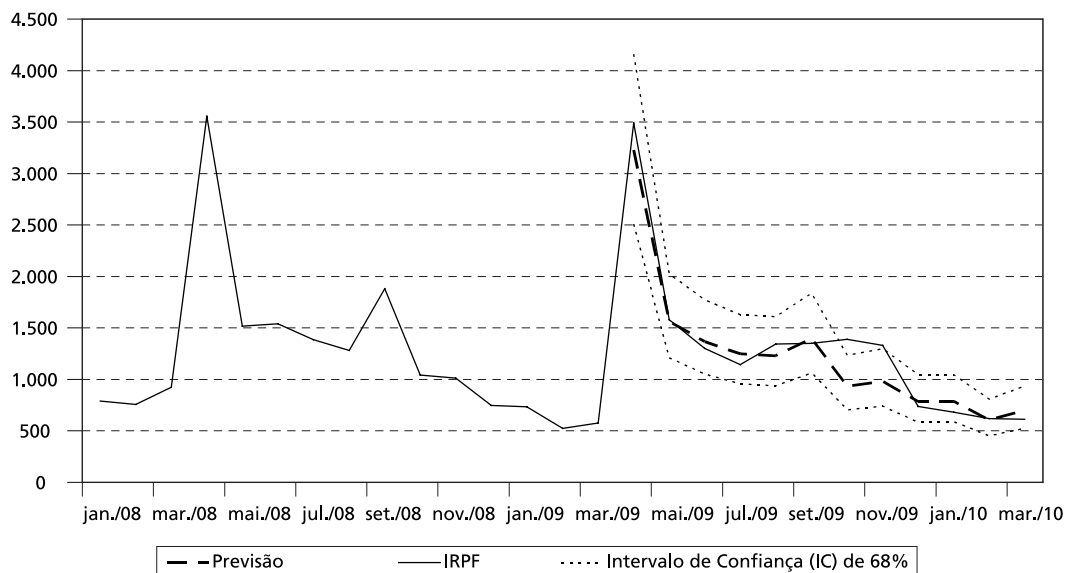
IRT



Elaboração dos autores.

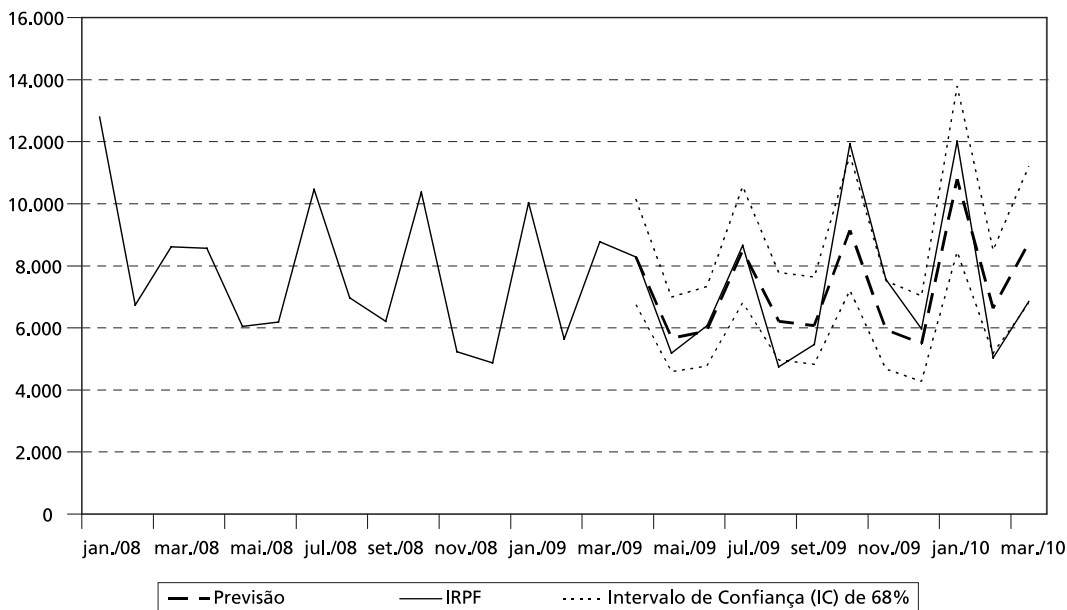
GRÁFICO C.2

IRPF



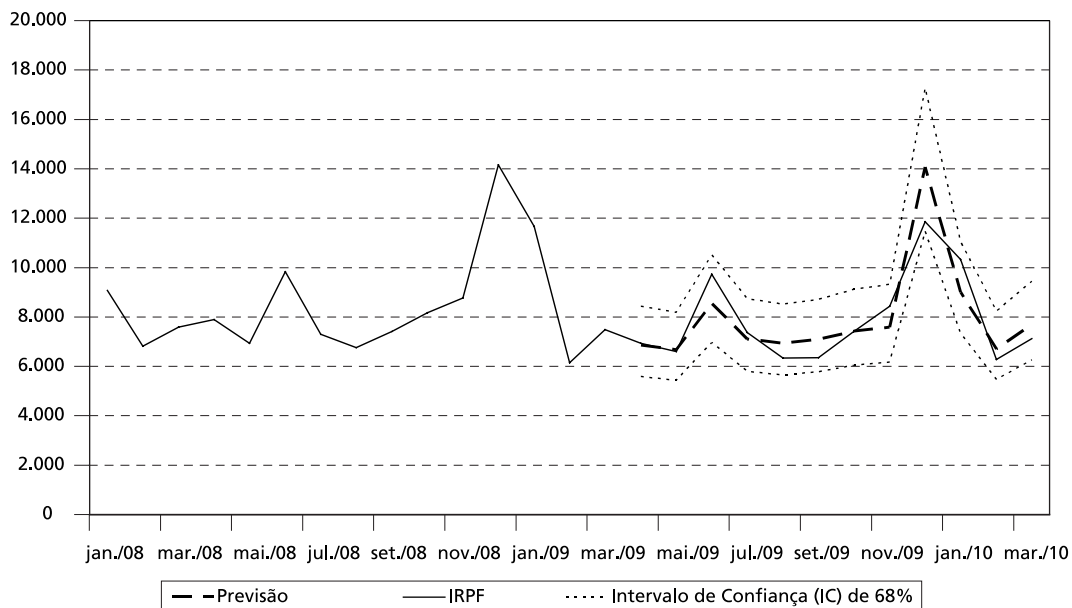
Elaboração dos autores.

GRÁFICO C.3
IRPJ – total



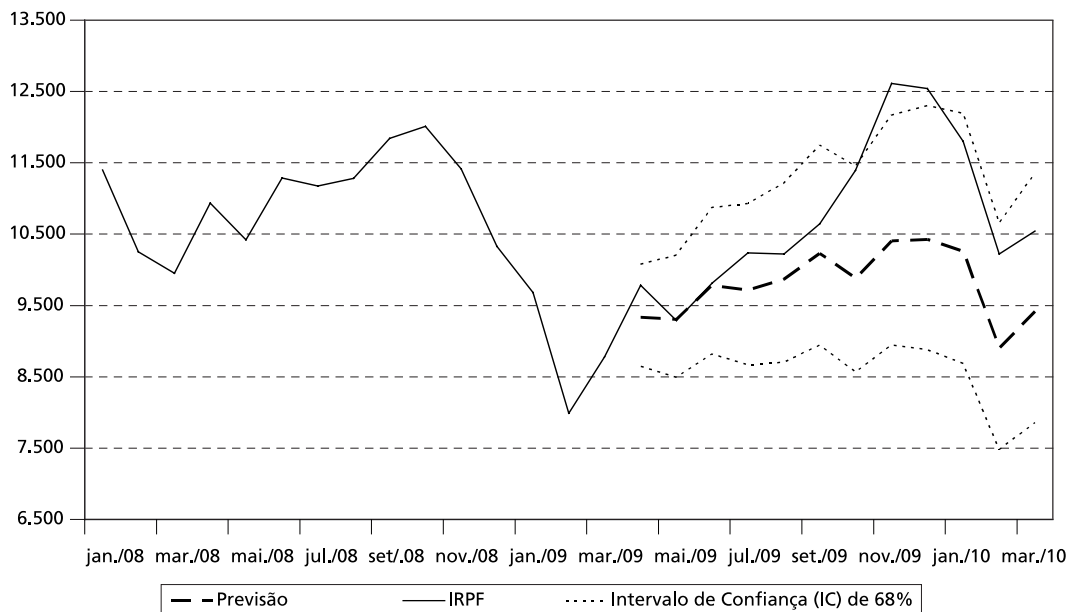
Elaboração dos autores.

GRÁFICO C.4
IRRF – total



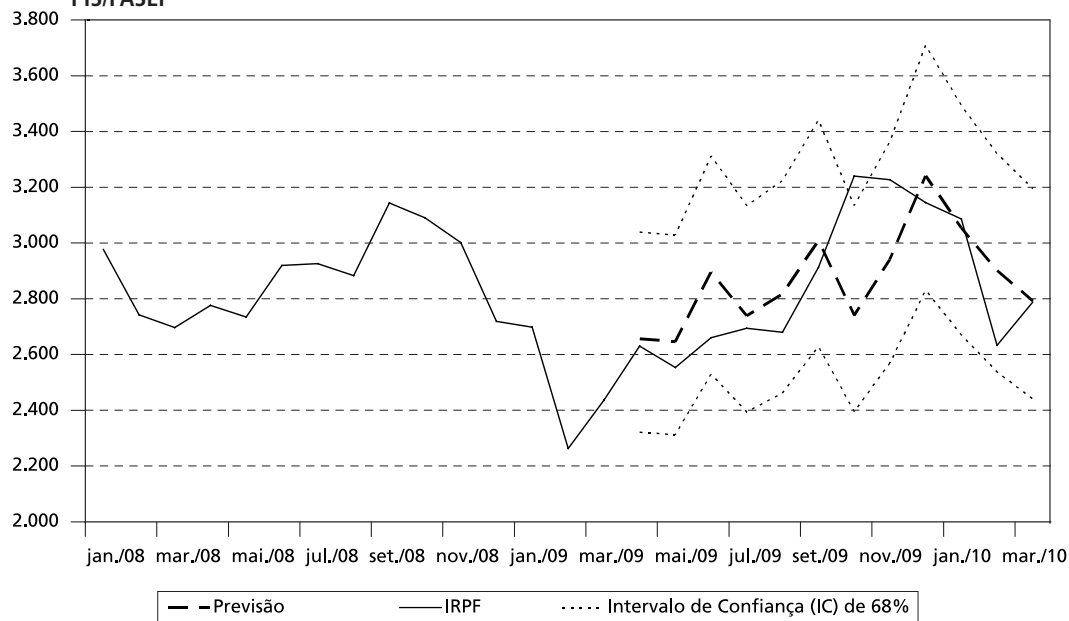
Elaboração dos autores.

GRÁFICO C.5
Cofins



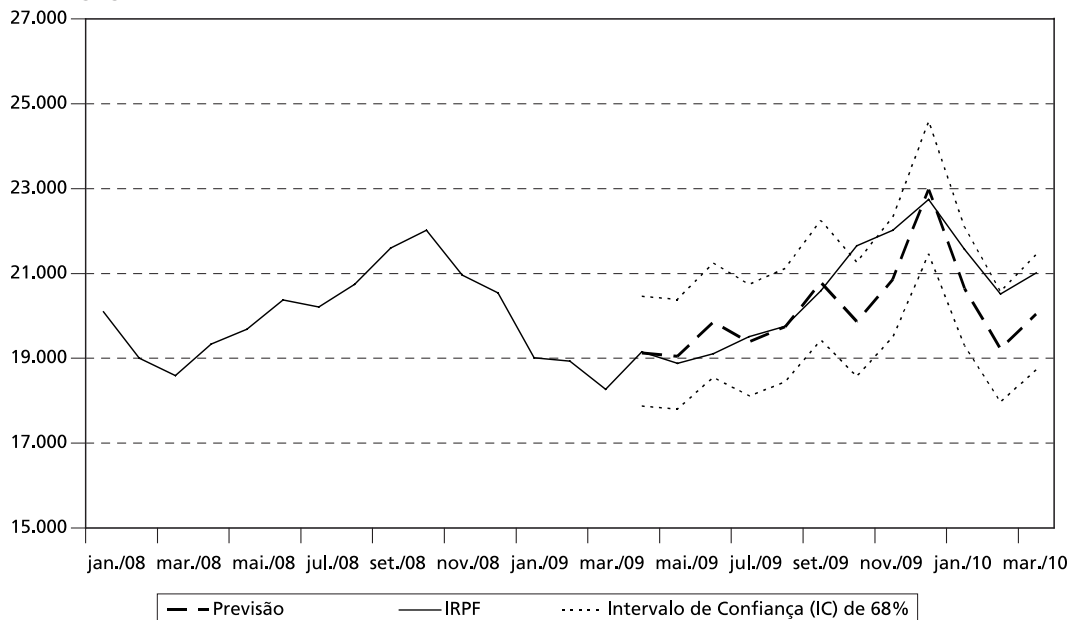
Elaboração dos autores.

GRÁFICO C.6
PIS/PASEP



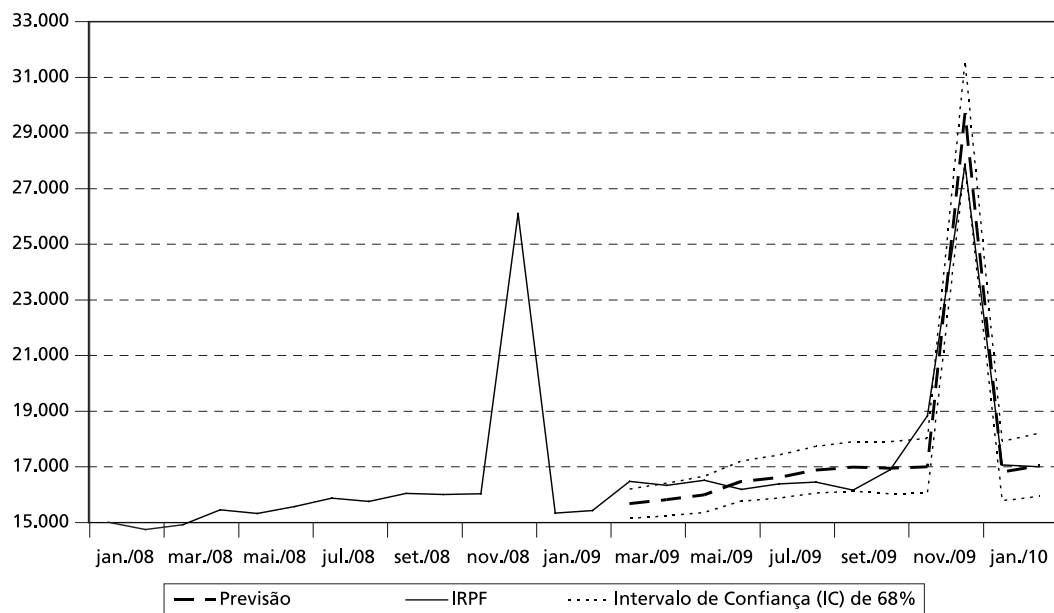
Elaboração dos autores.

GRÁFICO C.7
ICMS

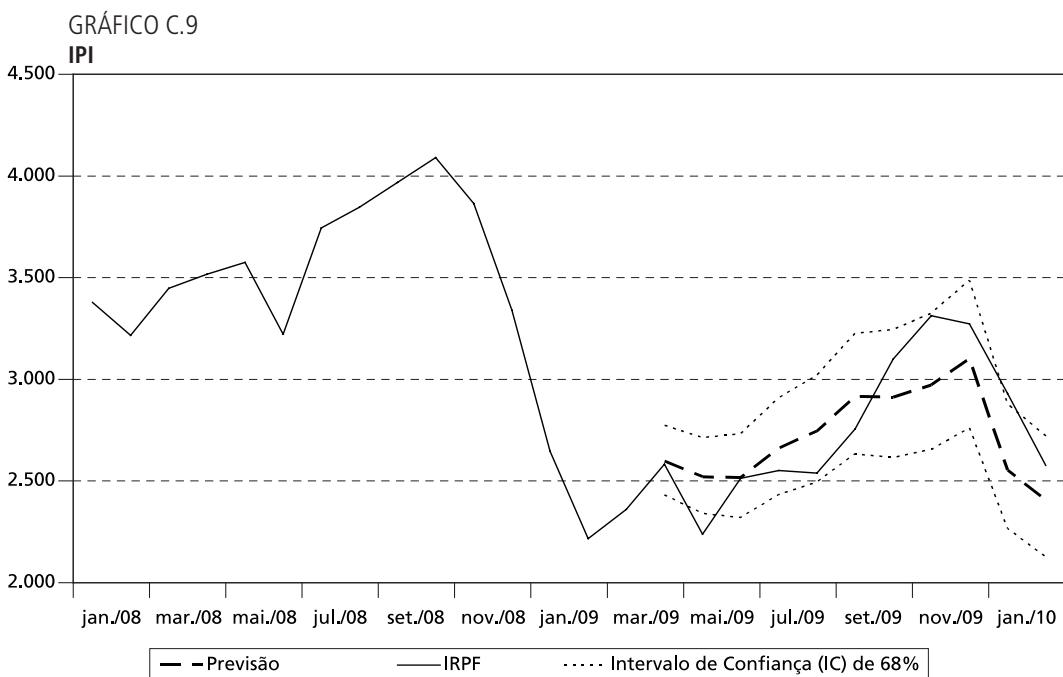


Elaboração dos autores.

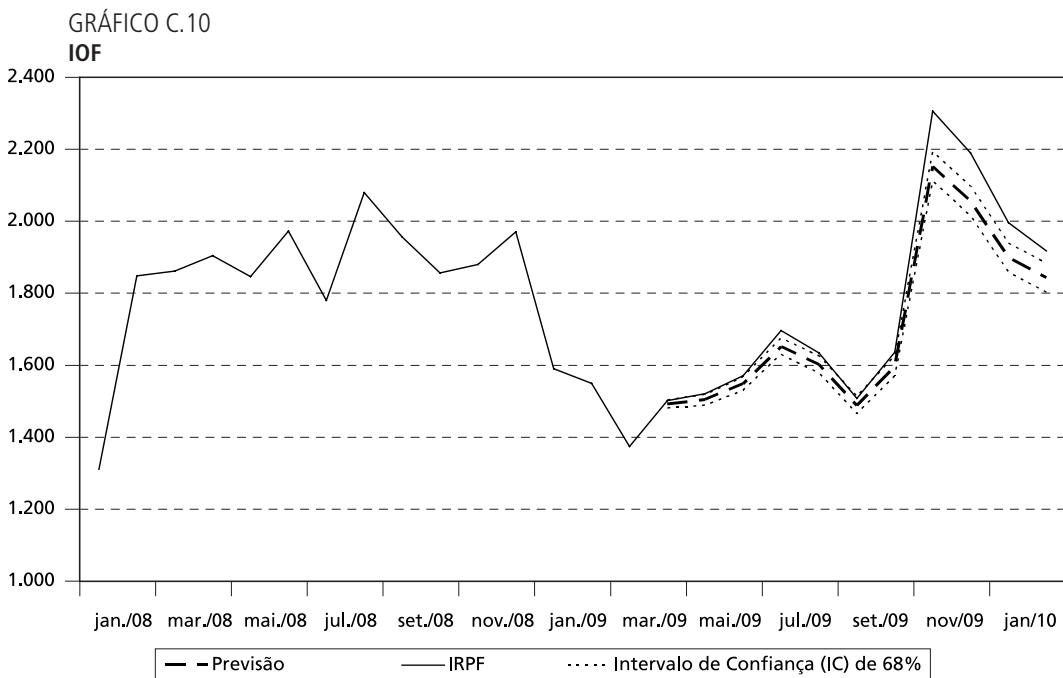
GRÁFICO C.8
Previdência



Elaboração dos autores.



Elaboração dos autores.



Elaboração dos autores.

ANEXO D

Erro de previsão (Em R\$ milhões)

TABELA D.1

IRT

	IRT	Previsão	Intervalo de confiança (IC) de 68%		Erro	Erro (%)
Abr./09	18.717	18.550	13.012	26.444	168	0,90
Mai./09	13.363	13.997	8.817	22.222	-634	-4,75
Jun./09	17.105	16.404	9.464	28.435	700	4,09
Jul./09	17.176	15.885	8.552	29.507	1.290	7,51
Ago./09	12.418	13.943	7.039	27.619	-1.525	-12,28
Set./09	13.173	14.417	6.882	30.204	-1.244	-9,44
Out./09	20.733	16.216	7.365	35.704	4.517	21,79
Nov./09	17.331	13.993	6.036	32.439	3.338	19,26
Dez./09	18.566	20.908	8.525	51.278	-2.343	-12,62
Jan./10	23.024	19.368	7.743	48.444	3.656	15,88
Fev./10	11.931	13.744	5.296	35.667	-1.813	-15,20
Mar./10	15.291	16.650	6.178	44.867	-1.358	-8,88

Elaboração dos autores.

TABELA D.2

IRPF

	IRPF	Previsão	IC 68 %		Erro	Erro (%)
Abr./09	3.489	3.230	2.509	4.158	260	7,45
Mai./09	1.579	1.565	1.211	2.023	14	0,88
Jun./09	1.301	1.365	1.051	1.774	-64	-4,96
Jul./09	1.143	1.247	956	1.628	-104	-9,09
Ago./09	1.343	1.228	936	1.610	115	8,58
Set./09	1.350	1.395	1.061	1.835	-45	-3,35
Out./09	1.389	933	704	1.235	456	32,84
Nov./09	1.331	981	741	1.299	350	26,29
Dez./09	738	782	585	1.046	-44	-5,98
Jan./10	680	786	590	1.046	-105	-15,50
Fev./10	619	605	454	807	14	2,23
Mar./10	613	702	525	938	-88	-14,41

Elaboração dos autores.

TABELA D.3
IRPJ – total

	IRPJ	Previsão	IC 68%		Erro	Erro (%)
Abr./09	8.289	8.273	6.744	10.149	16	0,19
Mai./09	5.186	5.666	4.594	6.987	-480	-9,25
Jun./09	6.074	5.910	4.765	7.329	164	2,70
Jul./09	8.660	8.474	6.800	10.559	186	2,15
Ago./09	4.741	6.213	4.959	7.784	-1.472	-31,05
Set./09	5.468	6.069	4.826	7.633	-602	-11,00
Out./09	11.931	9.132	7.215	11.558	2.799	23,46
Nov./09	7.567	5.932	4.677	7.522	1.636	21,62
Dez./09	5.970	5.483	4.282	7.022	487	8,16
Jan./10	12.018	10.790	8.445	13.787	1.228	10,22
Fev./10	5.035	6.629	5.173	8.496	-1.594	-31,66
Mar./10	6.855	8.726	6.791	11.211	-1.871	-27,29

Elaboração dos autores.

TABELA D.4
IRRF – total

	IRRF	Previsão	IC 68%		Erro	Erro (%)
Abr./09	6.939	6.866	5.593	8.428	73	1,05
Mai./09	6.598	6.669	5.432	8.188	-71	-1,08
Jun./09	9.730	8.555	6.968	10.503	1.175	12,08
Jul./09	7.372	7.113	5.794	8.733	259	3,51
Ago./09	6.335	6.937	5.649	8.518	-602	-9,50
Set./09	6.355	7.098	5.781	8.715	-743	-11,69
Out./09	7.413	7.425	6.047	9.117	-12	-0,16
Nov./09	8.433	7.592	6.183	9.321	841	9,97
Dez./09	11.857	14.075	11.464	17.282	-2.218	-18,71
Jan./10	10.325	9.004	7.333	11.056	1.321	12,79%
Fev./10	6.277	6.704	5.461	8.230	-427	-6,81
Mar./10	7.120	7.686	6.260	9.436	-566	-7,95

Elaboração dos autores.

**TABELA D.5
Cofins**

	Confins	Previsão	IC 68%		Erro	Erro (%)
Abr./09	9.784	9.332	8.648	10.077	452	4,62
Mai./09	9.291	9.304	8.496	10.205	-13	-0,14
Jun./09	9.812	9.784	8.819	10.874	28	0,29
Jul./09	10.239	9.719	8.664	10.929	519	5,07
Ago./09	10.224	9.864	8.706	11.215	360	3,52
Set./09	10.644	10.229	8.941	11.746	415	3,89
Out./09	11.397	9.881	8.566	11.456	1.516	13,30
Nov./09	12.611	10.408	8.946	12.169	2.203	17,47
Dez./09	12.542	10.428	8.880	12.300	2.114	16,85
Jan./10	11.803	10.261	8.686	12.193	1.542	13,06
Fev./10	10.223	8.901	7.479	10.654	1.322	12,94
Mar./10	10.545	9.418	7.857	11.352	1.128	10,70

Elaboração dos autores.

**TABELA D.6
PIS/PASEP**

	PIS/PASEP	Previsão	IC 68%		Erro	Erro (%)
Abr./09	2.630	2.656	2.321	3.039	-26	-0,97
Mai./09	2.553	2.647	2.313	3.028	-93	-3,66
Jun./09	2.661	2.894	2.529	3.312	-233	-8,77
Jul./09	2.694	2.738	2.393	3.133	-45	-1,66
Ago./09	2.680	2.817	2.462	3.223	-137	-5,11
Set./09	2.913	3.007	2.627	3.441	-94	-3,23
Out./09	3.240	2.740	2.395	3.134	500	15,43
Nov./09	3.227	2.940	2.569	3.364	287	8,89
Dez./09	3.145	3.240	2.829	3.709	-94	-3,00
Jan./10	3.087	3.054	2.669	3.493	33	1,07
Fev./10	2.634	2.902	2.536	3.320	-268	-10,18
Mar./10	2.788	2.792	2.440	3.195	-3	-0,12

Elaboração dos autores.

TABELA D.7
ICMS

	ICMS	Previsão	IC 68%		Erro	Erro (%)
Abr./09	19.155	19.126	17.873	20.466	30	0,16
Mai./09	18.884	19.047	17.799	20.382	-163	-0,86
Jun./09	19.109	19.846	18.545	21.239	-738	-3,86
Jul./09	19.510	19.382	18.112	20.741	128	0,65
Ago./09	19.758	19.737	18.443	21.121	21	0,11
Set./09	20.597	20.784	19.420	22.243	-187	-0,91
Out./09	21.651	19.865	18.565	21.256	1.785	8,25
Nov./09	22.022	20.858	19.490	22.321	1.165	5,29
Dez./09	22.741	22.972	21.460	24.590	-231	-1,01
Jan./10	21.574	20.648	19.297	22.093	927	4,30
Fev./10						
Mar./10						

Elaboração dos autores.

TABELA D.8
Previdência

	Receitas previdenciárias	Previsão	IC 68%		Erro	Erro (%)
Abr./09	16.481	15.676	15.157	16.212	790	4,79
Mai./09	16.333	15.820	15.242	16.420	527	3,22
Jun./09	16.527	16.002	15.366	16.663	563	3,40
Jul./09	16.189	16.480	15.777	17.216	-256	-1,58
Ago./09	16.389	16.630	15.873	17.423	-174	-1,06
Set./09	16.450	16.883	16.068	17.739	-355	-2,16
Out./09	16.167	16.994	16.127	17.907	-753	-4,66
Nov./09	16.896	16.949	16.039	17.911	87	0,51
Dez./09	18.839	17.009	16.051	18.024	1.942	10,31
Jan./10	27.858	29.710	27.939	31.593	-1.768	-6,34
Fev./10	17.070	16.824	15.789	17.926	404	2,36
Mar./10	17.000	17.043	15.949	18.211	111	0,65

Elaboração dos autores.

**TABELA D.9
IPI**

	IPI total	Previsão	IC 68%		Erro	Erro (%)
Abr./09	2.582	2.597	2.432	2.773	19	0,73
Mai./09	2.238	2.520	2.340	2.714	-241	-10,76
Jun./09	2.513	2.518	2.320	2.732	57	2,25
Jul./09	2.551	2.660	2.434	2.908	-20	-0,77
Ago./09	2.539	2.745	2.495	3.020	-127	-5,01
Set./09	2.755	2.915	2.634	3.226	-41	-1,48
Out./09	3.100	2.913	2.615	3.245	297	9,56
Nov./09	3.312	2.972	2.656	3.325	530	16,00
Dez./09	3.274	3.102	2.760	3.485	208	6,35
Jan./10	2.931	2.554	2.267	2.877	408	13,92
Fev./10	2.577	2.405	2.126	2.721	223	8,65
Mar./10	2.767	2.563	2.249	2.920	300	10,83

Elaboração dos autores.

**TABELA D.10
IOF**

	IOF	Previsão	IC 68%		Erro	Erro (%)
Abr./09	1.502	1.492	1.481	1.504	10	1
Mai./09	1.521	1.504	1.489	1.519	17	1
Jun./09	1.571	1.549	1.531	1.568	22	1
Jul./09	1.696	1.652	1.630	1.675	44	3
Ago./09	1.635	1.602	1.578	1.626	33	2
Set./09	1.508	1.489	1.464	1.513	19	1
Out./09	1.636	1.598	1.570	1.626	38	2
Nov./09	2.306	2.152	2.111	2.193	154	7
Dez./09	2.190	2.055	2.014	2.097	134	6
Jan./10	1.996	1.898	1.859	1.939	98	5
Fev./10	1.918	1.843	1.803	1.884	75	4
Mar./10	1.929	1.847	1.805	1.890	81	4

Elaboração dos autores.

ANEXO E

Ajustamento do modelo

GRÁFICO E.1

IRT

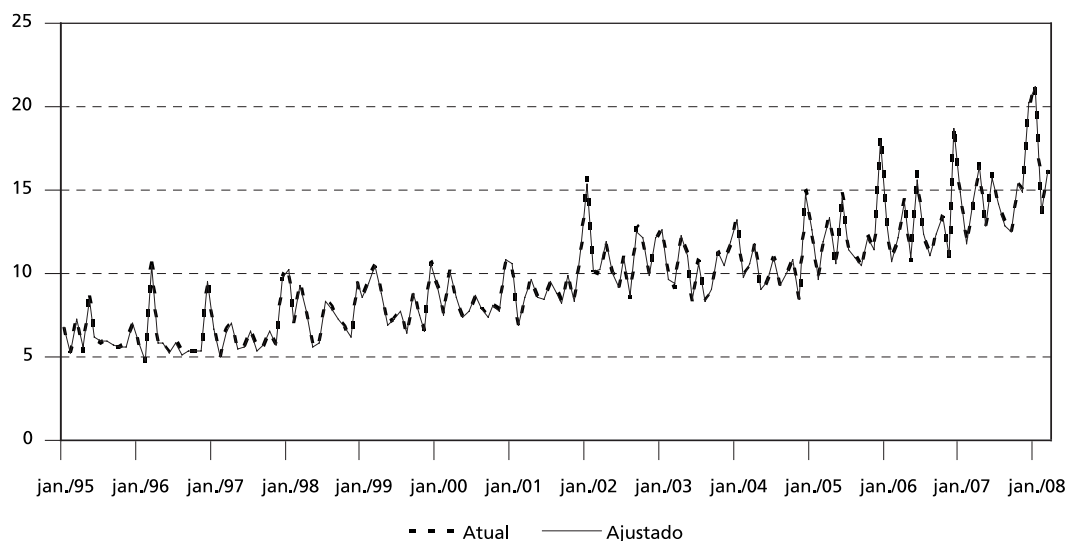
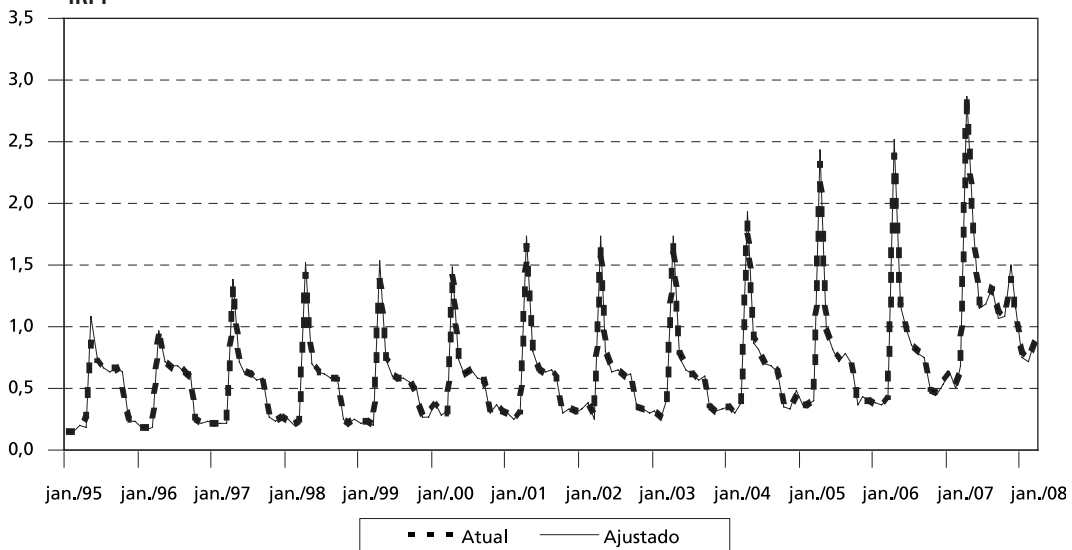
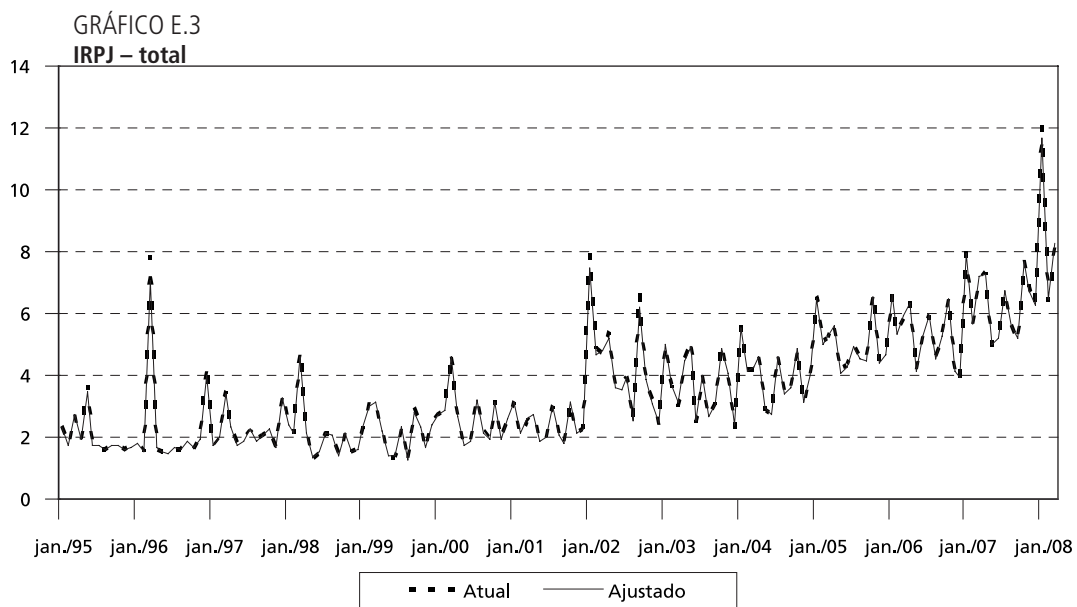


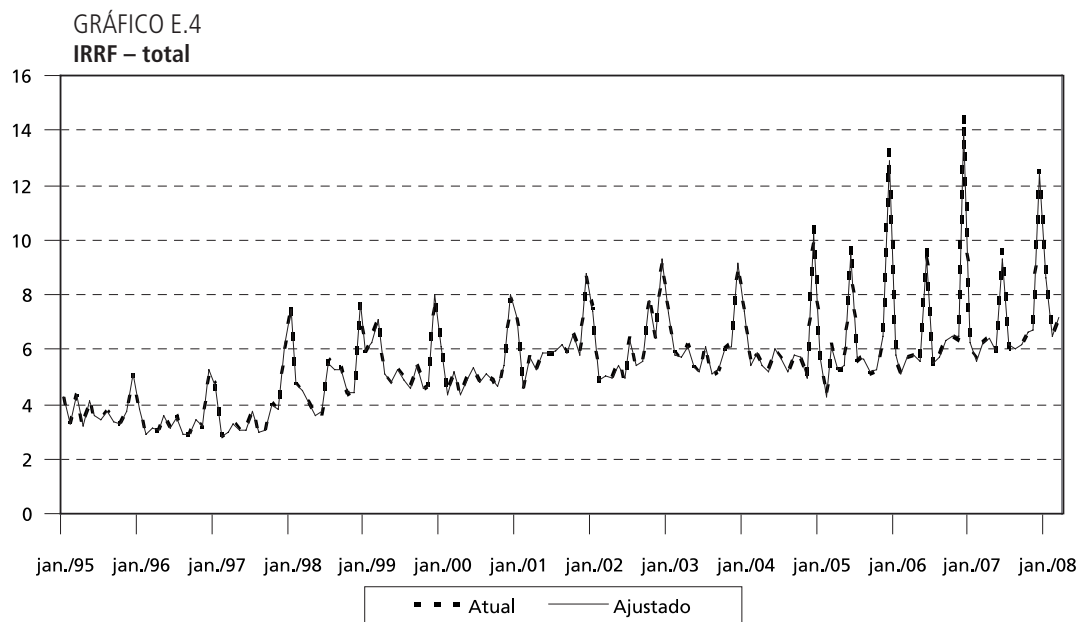
GRÁFICO E.2

IRPF





Elaboração dos autores.



Elaboração dos autores.

GRÁFICO E.5
IOF

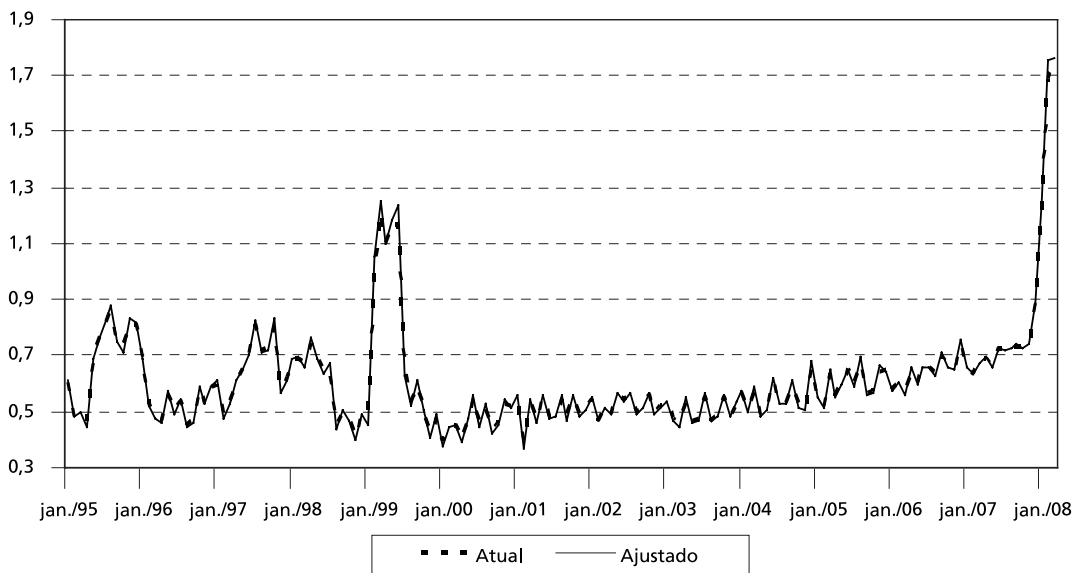


GRÁFICO E.6
Cofins

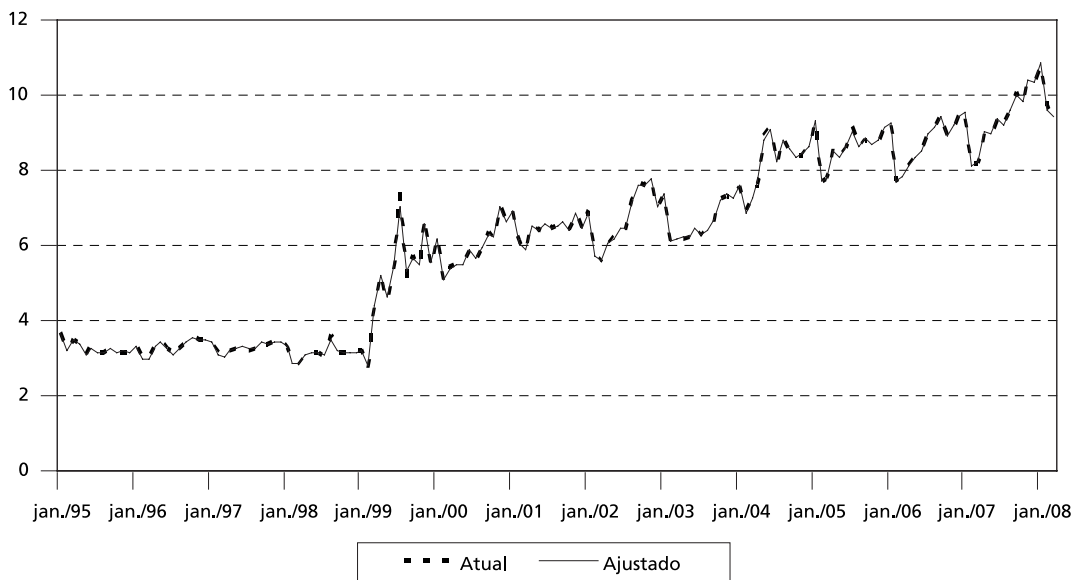
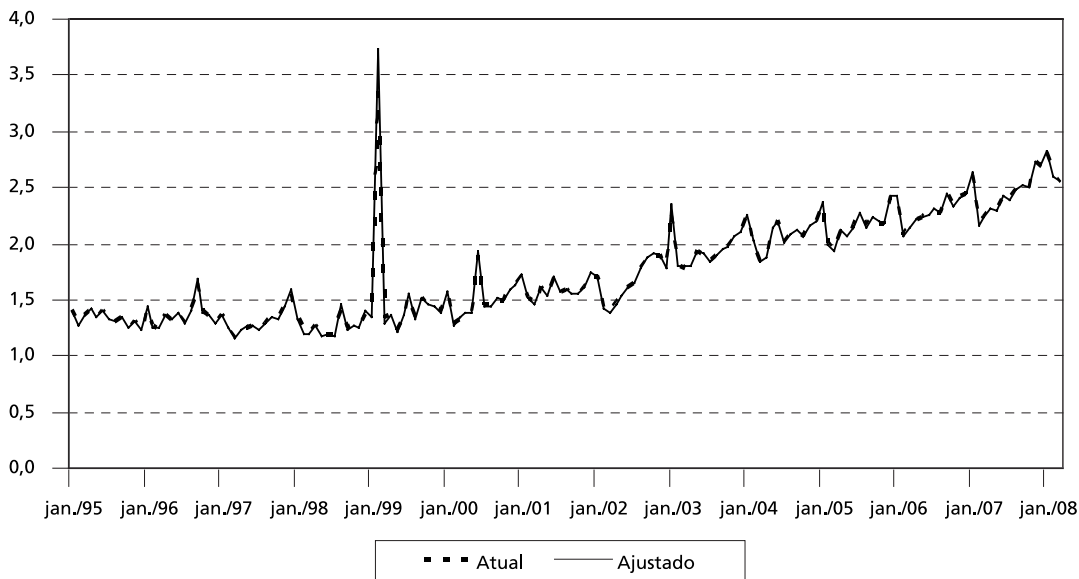
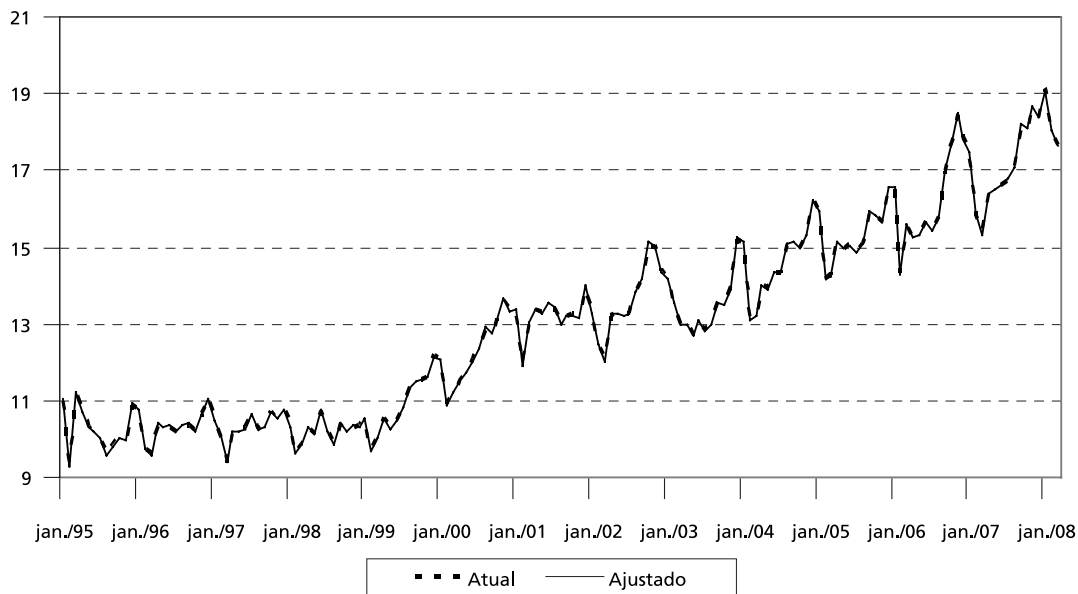


GRÁFICO E.7
PIS/PASEP



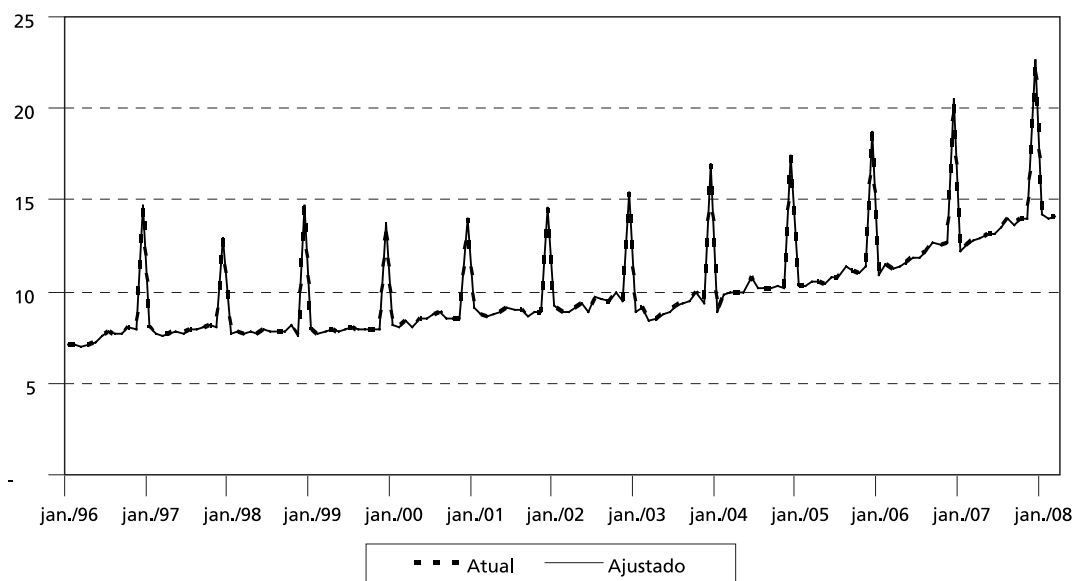
Elaboração dos autores.

GRÁFICO E.8
ICMS



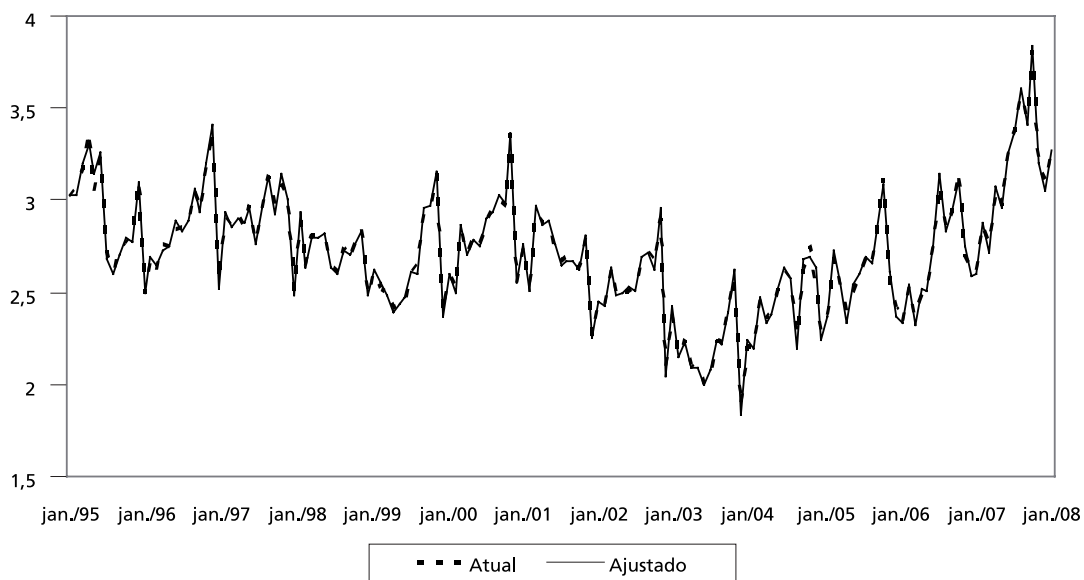
Elaboração dos autores.

GRÁFICO E.9
Previdência



Elaboração dos autores.

GRÁFICO E.10
IPI



Elaboração dos autores.

EDITORIAL

Coordenação

Cláudio Passos de Oliveira

Supervisão

Marco Aurélio Dias Pires

Everson da Silva Moura

Revisão

Laeticia Jensen Eble

Luciana Dias Jabbour

Mariana Carvalho

Olavo Mesquita de Carvalho

Reginaldo da Silva Domingos

Andressa Vieira Bueno (estagiária)

Celma Tavares de Oliveira (estagiária)

Patrícia Firmina de Oliveira Figueiredo (estagiária)

Editoração

Bernar José Vieira

Cláudia Mattosinhos Cordeiro

Jeovah Herculano Szervinsk Junior

Aline Rodrigues Lima (estagiária)

Daniella Silva Nogueira (estagiária)

Leonardo Hideki Higa (estagiário)

Capa

Luís Cláudio Cardoso da Silva

Projeto Gráfico

Renato Rodrigues Bueno

Livraria do Ipea

SBS – Quadra 1 - Bloco J - Ed. BNDES, Térreo.

70076-900 – Brasília – DF

Fone: (61) 3315-5336

Correio eletrônico: livraria@ipea.gov.br

Tiragem: 500 exemplares

Missão do Ipea

Produzir, articular e disseminar conhecimento para aperfeiçoar as políticas públicas e contribuir para o planejamento do desenvolvimento brasileiro.



ipea Instituto de Pesquisa
Econômica Aplicada

SAE

SECRETARIA DE
ASSUNTOS ESTRATÉGICOS
DA PRESIDÊNCIA DA REPÚBLICA

Ministério da
Integração Nacional

