

**SÉRIE SEMINÁRIOS Nº 20/99**

**DIRETORIA DE ESTUDOS SOCIAIS**

SEMINÁRIOS SOBRE ESTUDOS DO TRABALHO

**CUSTOS DE AJUSTAMENTO E DEMANDA  
INTERRELACIONADA POR FATORES:  
TEORIA E EVIDÊNCIA EMPÍRICA**

**Antônio Marcos Ambrozio  
(PUC/RJ)**

OUTUBRO DE 1999

**ipea**  
*INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA*

# SÉRIE SEMINÁRIOS Nº 20/99

DIRETORIA DE ESTUDOS SOCIAIS

SEMINÁRIOS SOBRE ESTUDOS DO TRABALHO

## CUSTOS DE AJUSTAMENTO E DEMANDA INTERRELACIONADA POR FATORES: TEORIA E EVIDÊNCIA EMPÍRICA

**Antônio Marcos Ambrozio**  
(PUC/RJ)

OUTUBRO DE 1999

### Instituições Participantes:

Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA/DIPES)  
Instituto de Economia Industrial (IEI-UFRJ)  
Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE-DEREM/DEISO/DEIND)  
Instituto Universitário de Pesquisas do Rio de Janeiro (IUPERJ)  
Universidade Federal Fluminense (UFF)  
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-RJ)  
Universidade Santa Úrsula (USU)  
Escola de Pós-Graduação em Economia (EPGE)  
Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social (BNDES)

# INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA

O Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada – IPEA  
é uma fundação pública vinculada ao Ministério do Planejamento  
e Orçamento da Presidência da República.

## **PRESIDENTE**

Roberto Borges Martins

## **DIRETORIA**

Eustáquio José Reis

Gustavo Maia Gomes

Hubimaier Cantuária Santiago

Luis Fernando Tironi

Murilo Lôbo

Ricardo Paes de Barros

A SÉRIE SEMINÁRIOS tem por objetivo divulgar trabalhos  
apresentados em seminários promovidos pelo IPEA. Os textos  
são reproduzidos a partir de originais do(s) autor(es),  
não sofrendo nenhuma revisão pelo Serviço Editorial.

Tiragem: 30 exemplares

IPEA/DIPES  
Av. Presidente Antônio Carlos, 51, 10º andar. Centro,  
20020-010, Rio de Janeiro, RJ.  
Tel: (21) 804-8121

## 1. Introdução

A teoria sobre custos de ajustamento desenvolveu-se a partir do início da década de sessenta, como uma teoria que explicasse a natureza parcial do processo de ajuste da firma a partir de um modelo de otimização. Assim, a firma não ajusta instantaneamente porque não é ótimo agir assim, ou seja, porque existem custos associados a mudanças na demanda por fatores. Nesse sentido, a escolha ótima é derivada a partir de um modelo onde a firma maximiza o valor presente esperado de seus lucros : dado que existem custos em se ajustar, a escolha hoje depende do que se espera que seja a escolha amanhã.

A demanda por fatores decorrente do problema de otimização intertemporal depende essencialmente de dois elementos : a especificação da tecnologia e a estrutura das expectativas. Combinações distintas desses dois elementos tendem a gerar regras de decisão distintas. A literatura tem distinguido em particular entre expectativas estáticas, racionais e previsão perfeita, do ponto de vista de formação de expectativas, e em particular entre estruturas de custos que geram processos de ajuste parcial contínuo (custos estritamente convexos) e estruturas de custos que geram processos de ajuste descontínuos no tempo (custos não continuamente diferenciáveis- fixos e lineares).

Em um modelo de ajuste parcial contínuo, a regra de decisão da firma é dada a partir de uma equação de Euler, que representa a demanda por fatores no curto prazo. Logo, do ponto de vista empírico, a estimação da demanda de curto prazo consiste na estimação de uma equação de Euler. Assim, a literatura empírica tem sido caracterizada por modelos onde assumindo-se a estrutura dos custos de ajustamento (de fato, da tecnologia em geral) conhecida a menos de alguns parâmetros estima-se esses parâmetros a partir da equação de Euler ou a partir da equação de Euler e da condição de transversalidade associada ao problema de otimização intertemporal.

A partir dessa breve descrição, dois pontos parecem ser de particular importância : do ponto de vista teórico caracterizar de uma forma mais precisa a relação entre estruturas de custo / expectativas e a natureza da regra de decisão (demanda por fatores) resultante do problema de otimização. Além disso, parece importante analisar em que medida a solução do problema dinâmico da firma apresenta características distintas daquela implicada a partir da solução de um problema estático.

Em relação ao contexto empírico, um ponto relevante seria aplicar a estratégia de estimação descrita acima a fim de estimar uma função de demanda dinâmica por fatores que se considere relevante para a economia brasileira

O objetivo da tese consiste então na abordagem desses dois pontos. A idéia é estimar uma demanda dinâmica por fatores com dados brasileiros, a partir da especificação de um dado modelo, procurando discutir as implicações teóricas deste. No caso, o objetivo consiste na estimação da demanda dinâmica por trabalho qualificado e não-qualificado no Brasil, a partir de um modelo de custo de ajustamento linear-quadrático, discutindo os principais resultados teóricos do modelo de ajuste parcial contínuo da firma.

## **2. Custos de Ajustamento e o Mecanismo do Acelerador Flexível : Resumo dos Principais Resultados Teóricos.**

### **2.1 A natureza do problema.**

Considere uma firma competitiva cujo objetivo seja o de maximizar seus lucros. Se esta firma não está sujeita a custos em modificar a quantidade de fatores de produção que emprega (além, obviamente, da taxa de aluguel paga por estes, em mercados perfeitamente competitivos), seu problema se resume a escolher uma combinação de insumos que maximize seus lucros a cada instante. Formalmente, o problema da firma pode ser escrito como :

$$\max p_t y_t : y_t \in Y_t \quad (1)$$

Onde a variável de escolha do problema  $y_t$  se refere a um plano de produção factível para a firma,  $p_t$  se refere ao vetor de preços correspondente (dado para a firma),  $Y_t$  corresponde ao conjunto de planos de produção factíveis para a firma (tecnologia disponível) e  $t$  representa o momento em que o problema da firma é solucionado. Nesse sentido, a demanda da firma pode ser descrita como uma função (ou mais geralmente uma correspondência) que associa a cada combinação de preços/disponibilidades tecnológicas um conjunto de fatores de produção, ou seja, dado alguma mudança nos parâmetros da economia, a firma ajusta instantaneamente suas escolhas. Particularmente no caso em que a firma combina insumos para produzir um único produto através de uma função de produção, em muitos casos de tecnologia “bem comportadas” a escolha ótima pode ser

caracterizada pela condição usual de que o valor da produtividade marginal do fator iguale o seu custo marginal.

Este modelo estático da firma está porém longe de se adequar à realidade. As firmas não se ajustam instantaneamente a mudanças nos fundamentos da economia, nem escolhem os níveis de fatores em um determinado momento independente das escolhas realizadas em outros momentos. Estes fatos básicos que se verificam empiricamente podem ser explicados pelo fato de que as firmas enfrentam custos em modificar as quantidades de fatores que empregam. No caso específico do fator trabalho, nota-se que existem custos em se contratar e admitir trabalhadores (ajuste na margem extensiva), assim como em se variar o número de horas trabalhadas (ajuste na margem intensiva).

Os custos em se variar o número de trabalhadores são tanto de natureza implícita, associados à quebra do padrão de produção, ou seja, perda de produto potencial ao se ajustar o ritmo de produção a um maior ou menor número de trabalhadores, como de natureza explícita, associados a itens como custos de treinamento, propaganda, seleção (do lado dos custos de admissão), e itens como aviso prévio e outras penalidades institucionais, do lado dos custos de demissão. Dado a presença destes custos de ajustamento acima mencionados (além de outros custos associados ao fator trabalho e provavelmente custos associados ao ajustamento de outros fatores), a decisão da firma depende não só de fatores exógenos relacionados aos fundamentos da economia, mas também das escolhas realizadas previamente assim como de expectativas sobre o comportamento futuro dos parâmetros da economia. Por exemplo, se a firma observa hoje uma redução do salário real de determinado grupo de trabalhadores mas acredita que esta redução será temporária, deve ser ótimo para a firma contratar menos trabalhadores do que contrataria caso não houvesse custos de ajustamento, dado a possibilidade de realizar demissões posteriormente, o que é custoso.

Mais genericamente, observa-se que há uma ligação entre as decisões correntes, futuras e passadas, ou seja, o problema da firma é essencialmente um problema de otimização intertemporal : o objetivo da firma é escolher uma função  $x(t)$  - onde  $x$  se refere a um vetor de fatores de produção – a fim de maximizar o valor presente esperado do fluxo futuro de lucros, dado a informação disponível. Podemos escrever a função objetivo da firma como :

$$E\left(\int_t^{\infty} \exp(-R_s) \Pi_s ds \mid t\right) \quad (2)$$

Onde  $E(- \mid t)$  se refere à expectativa em relação às variáveis futuras com base na informação disponível até o momento  $t$ ,  $R(s)$  é a taxa de juros acumulada do momento  $t$  ao momento  $s$  e  $\Pi_t$  representa o fluxo de lucros em  $t$ , onde se inclui nas despesas o custo de ajustamento dos fatores.

Nesse sentido, observa-se que a resposta da firma competitiva a choques exógenos depende essencialmente de dois elementos, a saber, a estrutura dos custos de ajustamento e a previsão sobre o padrão dos choques, ou seja, de como são formadas as expectativas. Em relação a esta última, a literatura nessa área tem distinguido entre expectativas estáticas (onde os agentes acreditam que o valor das variáveis exógenas a ser observados amanhã são os mesmos observados hoje), previsão perfeita e expectativas racionais. Já do lado dos custos de ajustamento, atenção particular tem sido dada à especificação convexa dos custos de ajustamento, além da análise de custos fixos e lineares. Ainda em relação a estes custos, a literatura tem distinguido entre custos brutos, associados ao acréscimo ou decréscimo de unidades de algum fator na firma, mesmo que não haja mudança do nível empregado do fator- por exemplo, o custo de treinamento quando se substitui um trabalhador por outro- e custos líquidos, relacionados a variação final da quantidade empregada do fator- por exemplo, em uma situação onde dois trabalhadores deixam a firma e um entra, considera-se o custo de se adaptar a produção a um trabalhador a menos (no caso de trabalhadores homogêneos).

A combinação de diferentes formações de expectativas com estruturas de custos de ajustamento distintas resultam em padrões de demanda por fatores alternativos. No que se segue, o objetivo é apresentar os principais resultados da literatura em relação à demanda dinâmica por fatores produtivos dentro do contexto do modelo de ajustamento parcial contínuo da firma.

## 2.2 O modelo do Acelerador Flexível

É interessante nesse ponto notar que a evidência empírica em relação à natureza do ajustamento lento da firma foi abordado inicialmente na literatura sem referência à

teoria do custo de ajustamento. De fato, há citações de diversos artigos que assumiam um modelo de acelerador flexível :

$$\dot{x} = M(x - x^*) \quad (3)$$

Onde  $x$  é um insumo (ou um vetor de insumos),  $x^*$  representa uma meta de longo prazo estacionária na escolha desse(s) insumo(s) e  $M$  se refere a um coeficiente (ou a uma matriz de coeficientes) de ajustamento constante (e onde um ponto sobre uma variável representa sua taxa de variação). A característica básica desses artigos era a de derivar a meta de longo prazo  $x^*$  a partir da teoria de maximização estática da firma e depois imputar o mecanismo de ajustamento parcial em (3) de uma forma *ad hoc*.

Dentro dessa perspectiva, a teoria do custo de ajustamento pode ser vista como uma tentativa de racionalização do modelo do acelerador flexível. Com efeito, boa parte da bibliografia aqui citada tem como um de seus temas centrais a análise das condições sob as quais a solução do problema intertemporal da firma pode ser descrito pelo modelo dado em (3).

Outro tema comumente abordado refere-se ao comportamento da demanda por fatores de equilíbrio  $x^*$ , e a conclusão relevante que se chega no caso é que este comportamento pode diferir daquele que é predito para as demandas de longo prazo resultantes do problema de maximização de lucros da firma em um contexto estático. Mais geralmente, mostra-se que sem certas restrições sobre a tecnologia da firma, todos os resultados obtidos dentro da teoria tradicional estática da firma podem não ser verdadeiros quando se passa para um contexto dinâmico. Assim, mostra-se que existe a possibilidade de haver uma firma competitiva com uma curva de oferta negativamente inclinada, uma curva de demanda por fatores positivamente inclinada ou efeitos preço cruzados assimétricos. Um outro exemplo refere-se ao princípio de “ Le Chatelier ”, e a argumentação é bastante intuitiva : assuma que existam fatores variáveis- no sentido de não estarem sujeitos a custos de ajustamento - e fatores quase fixos - sujeitos a custos de ajustamento. Suponha ainda a existência de um fator variável cuja expansão reduza os custos de ajustamento de um determinado fator quase fixo. Nesse caso, pode ser possível que dado uma redução no preço do fator variável, sua demanda de curto prazo tenha um aumento maior do que no longo prazo.

A abordagem dessas questões envolve em boa parte da literatura a hipótese de que as expectativas são estáticas. Se do lado da derivação do acelerador flexível como em (3) mostra-se que essa hipótese é essencial, e portanto restritiva, do lado da discussão das propriedades da demanda de longo prazo esta hipótese é interessante no sentido que coloca em evidência que as diferenças nos resultados em relação à teoria estática não decorrem de complicações em relação à formulação de expectativas.

Os principais resultados no que se refere ao fato de (3) descrever a solução do problema de otimização da firma são de que (3) é em geral válido como uma aproximação do comportamento da firma em uma vizinhança do equilíbrio  $x^*$  (assumindo que este exista), muito embora a matriz de coeficientes de ajuste não seja constante, enquanto que globalmente o que se mostra é que sob certas hipóteses (3) - associado a uma matriz  $M$  não constante - é válido se o vetor de demanda por investimento (taxa de variação de fatores) não depender da taxa de juros. Ainda, obtém-se resultado similar com  $M$  constante supondo-se hipóteses adicionais ainda mais restritivas sobre a tecnologia.

A fim de apresentar mais detalhadamente esses resultados, vamos considerar o seguinte modelo proposto por Treadway(1974) : existem  $N$  fatores produtivos- vetor  $x_t$  - quase fixos (ou seja, sujeitos a custos de ajustamento), utilizados para produzir um único produto  $Q_t$ . A firma opera em mercados perfeitamente competitivos e espera que os preços (que se assumem positivos) permaneçam constantes no futuro (ou seja, a firma opera sob expectativas estáticas). A função de produção da firma é dada por :

$$Q_t = f(x_t, \dot{x}_t), f \in C^3. \quad (4)$$

Esta restrição implica que os fatores disponíveis para a firma podem ser usados tanto para aumentar vendas correntes quanto para aumentar a capacidade produtiva da firma, uma forma mais geral de se introduzir a questão de custo de ajustamento (onde custo de ajustamento na margem é dado por  $-f_2$ ) sem assumir a priori separabilidade entre  $x_t$  e  $\dot{x}_t$ . De fato, como será mostrado adiante, a hipótese de separabilidade é condição suficiente para que as demandas de equilíbrio  $x^*$  tenham as propriedades implicadas dentro do contexto de otimização estática, e conseqüentemente este problema tem sido ignorado por toda a literatura que assume a priori a hipótese de separabilidade.

Convém nesse ponto deixar mais claro o conceito de separabilidade entre  $x_t$  e  $\dot{x}_t$ . Esta hipótese de separabilidade significa que a perda de produto potencial na margem associada a um determinado nível de investimento independe da quantidade de fatores disponível. Por exemplo, o custo marginal de uma firma empregar mais dez trabalhadores é o mesmo se esta firma tem dez ou mil trabalhadores. A plausibilidade desta hipótese está intimamente associada à natureza do custo de ajustamento : se o custo de ajustar deriva de custos implícitos associados a uma mudança no padrão de produção, a hipótese de separabilidade parece pouco razoável; entretanto, se o custo de ajustamento deriva de imperfeições no mercado de fatores (custos externos), assumir separabilidade tende a ser razoável uma vez que em geral espera-se que o mercado discrimine pelo volume de transações e não pelo agente que realiza a transação.

Retornando à apresentação do modelo, o problema da firma pode ser escrito como :

$$\max \int_0^{\infty} \exp(-rt) [P \cdot f(x_t, \dot{x}_t) - W' x_t - G' \dot{x}_t] dt \quad (5)$$

$$\text{Sujeito a : } x(0) = x_0 > 0.$$

Onde  $r$  é a taxa de de desconto intertemporal, que será assumida como constante,  $P$  é o preço por unidade de produto,  $W$  é vetor de preços sobre os serviços de  $x_t$  e  $G$  vetor de preços por unidade de investimento. Supondo a existência de uma única solução regular para (4), dentro da classe de funções contínuas com derivadas contínuas por partes e  $x_t > 0$ , as seguintes condições necessárias são implicadas (a fim de simplificar a notação a partir de agora escreveremos  $x$  ao invés de  $x_t$ ) :

$$B \ddot{x} + C \dot{x} = f_1 + r \cdot f_2 - (w + r g) \quad (6)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \exp(-rt) \cdot (f_2 - g) = 0 \quad (7)$$

$$B \text{ é matriz negativa definida} \quad (8)$$

Onde  $A = f_{11}$ ,  $B = f_{22}$ ,  $C = f_{12}$  são matrizes  $N \times N$  de derivadas de segunda ordem,  $f_1$  e  $f_2$  vetores de derivadas de primeira ordem (onde tanto as matrizes quanto os vetores

de derivadas são avaliados ao longo da solução ótima  $(x, \dot{x})$ . Ainda, define-se  $w = W/P$  e  $g = G/P$ . A equação (6) é a Equação de Euler do problema, (7) se refere à condição de transversalidade e (8) é uma condição de Lagrange associado ao fato de B ser uma matriz inversível, o que por sua vez decorre do fato de se assumir a ausência de fatores perfeitamente variáveis<sup>1</sup>. Assume-se ainda que para preços positivos existe pelo menos um equilíbrio estacionário  $(\dot{x} = \ddot{x} = 0)$  estável,  $x^* > 0$ . Nesse caso,  $x^*$  deve satisfazer :

$$f_1(x^*, 0) + r.f_2(x^*, 0) = w + rg \quad (9)$$

De (9) segue que em equilíbrio o produto marginal de cada fator deve igualar seu custo marginal, onde o custo marginal incorpora tanto o preço do fator como o valor descontado do preço do investimento e do custo de ajustar na margem. Note que dessa expressão é imediato perceber que encontrar o equilíbrio de longo prazo não é em geral equivalente a resolver o problema da firma sem assumir custo de ajustamento. O custo marginal de ajustamento não desaparece no longo prazo, e a intuição para esse resultado é que se o movimento da firma em direção ao equilíbrio é custoso, a meta de longo prazo a ser perseguida pela firma tende a ser distinta da escolha quando não há custo de ajustamento.

Diferenciando (9), obtém-se :

$$(A^* + r.C^*)dx^* = d(w + rg) \quad (10)$$

Onde um asterisco sobre a matriz indica que as derivadas estão sendo avaliadas em  $(x^*, 0)$ . Se  $(A^* + r.C^*)$  é inversível (ou seja,  $x^*$  é localmente único), vem :

$$\left(\frac{\partial x^*}{\partial(w + rg)}\right)' = (A^* + rC^*)^{-1} \quad (11)$$

É conveniente comparar este resultado com o problema estático da firma<sup>2</sup>, onde um resultado central é que a matriz de substituição é negativa definida e simétrica no ponto de ótimo. Mortensen(1973) mostra que uma condição necessária e suficiente para que  $x^*$  tenha as propriedades de longo prazo das correspondências de demanda por fatores derivadas de um problema de maximização estático é que  $C^*$  seja uma matriz simétrica (supondo estabilidade do plano ótimo), o que significa dizer que o efeito da

<sup>1</sup> A condição de Lagrange implica em B semi-negativa definida. Negatividade segue se B for inversível.

expansão de um fator  $i$  sobre o custo marginal de ajustamento do fator  $j$  seja igual ao efeito da expansão de  $j$  sobre o custo marginal de ajustamento de  $i$ . Esta condição não é a princípio intuitiva e, mais importante, não é implicada pelo problema de maximização. Entretanto, a maior parte dos artigos não leva em conta essa questão, uma vez que assumem a hipótese de separabilidade entre  $x$  e  $\dot{x}$  em  $f$ , o que implicitamente implica em  $C \equiv 0$  (ou seja, grande parte da literatura assume uma função de produção dependente apenas dos fatores de produção, enquanto o custo de ajustamento é modelado a partir de uma função  $c(\dot{x})$ ).

Retornando à equação de Euler, podemos aproximá-la linearmente em torno de  $(x^*, 0)$ , obtendo (escreva  $\ddot{x} = g(x, \dot{x})$  e linearize  $g$ ):

$$B^* \ddot{x} + (C^* - C^{*'} - rB^*) \dot{x} - (A^* + rC^*)(x - x^*) = 0 \quad (12)$$

Em relação à condição de transversalidade, obtem-se :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \exp(-rt) \cdot (B^* \dot{x} + C^* x) = 0 \quad (13)$$

Se definirmos  $y = \dot{x}$  em (12), obtem-se um sistema de  $2N$  equações diferenciais lineares de primeira ordem. Em Treadway(1971) prova-se que as raízes desse sistema são simétricas em torno de  $r/2$  no plano complexo. Se a função de produção é globalmente quadrática, a equação em (12) é exata e a hipótese de que existe uma única solução para o problema de maximização da firma permite que se derive da condição de transversalidade a existência de  $N$  raízes com parte real negativa e  $N$  raízes com parte real positiva (onde as constantes que não são determinadas pelas condições iniciais do problema são escolhidas para eliminar as raízes instáveis), garantindo-se dessa forma a estabilidade da solução. Em geral, no entanto, (12) vale apenas como uma aproximação local. Nesse caso, a solução adotada é impor a condição de estabilidade da trajetória ótima como hipótese do problema, e a justificativa para isso parte da idéia de que se não há convergência para o

---

<sup>2</sup> De fato, pode-se comparar este resultado com o problema intertemporal da firma onde não há custo de ajustamento. Nesse caso, perde-se a ligação entre presente e futuro, e a solução ótima equivale a maximizar lucros independentemente a cada período.

equilíbrio estacionário a análise do comportamento do plano ótimo em uma vizinhança deste equilíbrio deixaria de ser relevante.

Dessa forma, supõe-se como hipótese a seguinte condição de estabilidade (que pode ser vista como condição de consistência para a análise local) :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_t = x^* \quad (14)$$

Segue dessa condição que (11) deve ter metade das raízes com parte real negativa (estáveis) e metade com parte real positivas (instáveis), resultando daí que localmente a trajetória ótima satisfaz a forma do acelerador flexível (assuma raízes distintas):

$$\dot{x} = M^*(x^*, r) \cdot (x - x^*) \quad (15)$$

Onde  $M^*$  é uma matriz  $N \times N$  contendo as  $N$  raízes estáveis de (12).

A título de ilustração, considere o caso onde  $N=1$ . A solução geral para (12) é dada por :

$$x_t = x^* + k \cdot \exp(\alpha \cdot t) + z \cdot \exp(\beta \cdot t) \quad (16)$$

Nesse caso,  $\alpha$  corresponde à raiz estável e  $\beta$  corresponde à raiz instável ( $x^*$  corresponde à solução particular da equação). O fato de haver uma raiz positiva e outra negativa vem do fato de que se ambas forem positivas a condição de estabilidade não pode ser atendida se  $x_0 \neq x^*$ , enquanto que simetria em torno de  $r/2$  exclui possibilidade de ambas as raízes serem estáveis (note que se as raízes form complexas então serão conjugados com parte real  $r/2 > 0$ ). Estabilidade da solução implica ainda que a segunda constante de integração ( $z$ ) seja nula. Usando a condição inicial  $x(0) = x_0$  e diferenciando (16) sujeito a  $z = 0$ , vem :

$$\dot{x} = \alpha \cdot (x - x^*) \quad (17)$$

$$\alpha = \frac{r - \sqrt{r^2 + \frac{4 \cdot (a^* + r \cdot c^*)}{b^*}}}{2} \quad (18)$$

Note que da expressão acima quanto menor for a taxa de juros mais rapidamente deve ser feito o ajuste. Ou seja, quanto menor a taxa de juros, mais peso os agentes dão para o presente em relação ao futuro e logo aumenta o incentivo para se aproximar mais rapidamente da meta de longo prazo. Outro ponto interessante é perceber que o ajuste é mais lento quanto menor for  $(a^* + r.c^*) / b^*$  (supondo que este termo seja não negativo a fim de satisfazer a condição de estabilidade). Em particular, se  $(a^* + r.c^*)$  se aproximar de zero, a firma tem pouco incentivo a ajustar. A intuição deste resultado segue da equação (9), uma vez que nesse caso qualquer mudança de preço faz a meta de longo prazo variar sem limite. Logo, dado que uma variação finita na demanda atual faz com que a distância entre  $x_t$  e  $x^*$  seja da mesma ordem de grandeza do que no caso em que a firma não ajusta e dado que o ajuste é custoso, é vantajoso para a firma não ajustar.

É interessante perceber da discussão acima que concavidade estrita da tecnologia não é condição necessária para o acelerador. De fato, Treadway(1969) exhibe um caso onde há um fator quase fixo - capital - e um fator variável - trabalho - em que a firma opera sujeita a retornos de escala crescentes para estoques do fator capital abaixo de um certo nível crítico e retornos decrescentes acima, e existe um equilíbrio estacionário estável cujo comportamento da solução ótima numa vizinhança deste pode ser descrita pelo mecanismo do acelerador. Por outro lado, Lucas(1967), a partir de um modelo que especifica uma função de produção estritamente côncava e uma estrutura de custo de ajustamento estritamente convexa (separabilidade), ambas as funções continuamente diferenciáveis, mostra que existe uma solução única e que a trajetória ótima em uma vizinhança de  $x^*$  é estável e pode ser aproximada pelo mecanismo do acelerador. Note que nesse caso estabilidade e unicidade da solução são consequência das hipóteses feitas sobre a tecnologia da firma. Em particular no caso de um fator, vale (18) com  $a^*=F''(x^*)$ ,  $b^*=-c''(0)$  e  $c^*=0$ , de onde conclui-se que  $\alpha$  é real e negativo.

Nesse caso, pode-se concluir que concavidade estrita da tecnologia é condição suficiente porém não necessária para o acelerador. Esta conclusão, entretanto, deve ser qualificada. Com efeito, considere este caso onde há um fator e supõe-se separabilidade. Da equação (18), conclui-se que a hipótese de que o equilíbrio estacionário é estável requer que a tecnologia seja localmente côncava próxima de  $x^*$ . Na referência citada acima (Treadway,69), o autor mostra a existência de uma única solução ótima com

múltiplos equilíbrios estacionários, onde no entanto os equilíbrios estáveis estão associados à região de retornos de escala decrescentes. Mais ainda, note que nesse caso de separabilidade a condição de Legendre implica  $c'' > 0$  ao longo da trajetória ótima, isto é, convexidade da função custo de ajustamento é uma condição necessária.

Ainda no que diz respeito à generalidade da equação (15) como aproximação da solução do problema de otimização intertemporal da firma, é importante notar que por hipótese restringiu-se a solução do problema à classe de funções contínuas e diferenciáveis. Em particular, a hipótese de que a função de produção é de classe  $C^3$  exclui a priori casos (associados a custos de ajustamento descontínuos ou não diferenciáveis) que são suficientes para gerar regras de decisão que envolvem mudanças discretas na variável de controle.

O mecanismo do acelerador como obtido acima, porém, se aplica apenas a uma vizinhança do ponto de equilíbrio. No que se refere a aplicações empíricas, há dois problemas básicos: primeiro, a natureza local do resultado implica que este é de pouco uso para o economista se ele não sabe se a firma está próxima ou não do ponto de equilíbrio, e em segundo lugar, a matriz de coeficientes de ajustamento não é em geral constante, e a teoria não consegue a princípio estabelecer a forma funcional de  $M^*$ .

O próximo passo é então derivar condições sob as quais o acelerador flexível seja válido globalmente. Dado as hipóteses feitas sobre a solução do problema da firma e o caráter de estabilidade local de  $x^*$ , a solução ótima pode ser escrita como :

$$\dot{x} = h(x, x^*, r), h(-) \in C^3 \quad (19)$$

onde  $h(x^*, x^*, r) \equiv 0$  e  $h_1(x^*, x^*, r) \equiv M^*$

O resultado geral proposto por Treadway(1974) é que sob as hipóteses do modelo,  $h_3(x, x^*, r) \equiv 0$  é uma condição necessária e suficiente para se ter (15) com a matriz de ajuste  $M^*$  dependendo apenas de  $x^*$ , e não diretamente da taxa de juros. Ou seja, o acelerador flexível é derivado a partir da hipótese de que a trajetória ótima é invariante à taxa de juros.

A demonstração desse resultado envolve a observação de que se  $h(x, x^*)$  é a solução do problema, então satisfaz à equação de Euler (6). Diferenciando (6) em relação

à  $r$  e considerando uma variação compensatória em  $w$  ou  $g$  a fim de manter  $x^*$  constante, segue que para todo  $x$  e  $x^*$  positivos :

$$f_1(x, h(x, x^*)) = f_1(x^*, 0) \quad (20)$$

$$f_2(x, h(x, x^*)) = f_2(x^*, 0) \quad (21)$$

A partir dessas equações e das demais hipóteses do modelo chega-se ao resultado desejado de que o mecanismo do acelerador vale globalmente. Note que as condições (18) e (19) significam que o produto marginal e o custo de ajustamento na margem de cada fator ao longo da trajetória ótima  $(x, h(x, x^*))$ , é igual a aquele que se observa em uma vizinhança de  $x^*$ . Assim, é intuitivo que sob essas condições o mecanismo que descreveria a trajetória ótima em uma vizinhança de  $x^*$  seja agora válido globalmente.

Treadway(1974) também deriva restrições à forma funcional da função de produção  $f$  necessárias e suficientes para se obter um mecanismo de acelerador flexível global. E estas restrições são particularmente fortes no caso em que se deve obter uma matriz de coeficientes de ajuste constantes. Em particular, se  $M$  é constante segue que  $f$  deve ser função de um único argumento, que é dado por uma combinação linear entre  $x$  e  $\dot{x}$ .

Formalmente, o resultado obtido por Treadway(1974) é que o mecanismo do acelerador é racionalizável globalmente sob uma matriz de ajustamento com coeficientes constantes se e somente se a função de produção é da forma :

$$f(x, \dot{x}) = g(x - M^{-1} \dot{x}) + d' \dot{x} \quad (22)$$

Onde  $g$  é de classe  $C^3$ , estritamente côncava e  $d$  é um vetor de constantes. Decorre dessa proposição que ao aplicar uma forma funcional como (3) a fim de estimar a resposta ótima da firma o econometrista estará implicitamente assumindo uma especificação extremamente restritiva da tecnologia.

Uma questão relevante que emerge da relação entre a função de produção e a validade global do acelerador diz respeito à separabilidade. Treadway(1974) mostra que uma condição necessária para a validade global do mecanismo do acelerador sem sensibilidade direta dos coeficientes de ajuste à taxa de juros é que  $f_{12}$  seja não singular. Assim, o caso em que  $C$  é identicamente nula (o que equivale a separabilidade entre  $x$  e  $\dot{x}$ ) é excluído, e modelos que assumem a priori separabilidade não podem racionalizar

globalmente o acelerador. Mais especificamente, se um modelo parte de uma função de produção restrita dependente apenas de  $x$  e uma função de custo de ajustamento  $c$ , este modelo pode vir a racionalizar globalmente o mecanismo do acelerador apenas se  $c$  se refere a custo de ajustamento bruto, isto é, se existe uma taxa de depreciação do fator positiva  $\delta$  e  $c$  é função de  $(x + \delta x)$ . Em particular, uma tecnologia quadrática separável onde se considera custo de ajustamento líquidos não pode racionalizar globalmente o mecanismo do acelerador.

Um exemplo que pode ser incluído dentro dessa categoria é o modelo proposto por Gould(1968). Embora este modelo seja proposto em termos de custos de ajustamento externos e inclua a presença de um fator variável, Treadway(1974) observa que este é matematicamente equivalente à sua formulação, com  $g$  quadrática e onde o coeficiente de ajuste é dado pelo inverso do negativo da taxa de depreciação do fator capital. Note, no entanto, que uma vez que Gould assume uma função de produção (dependente dos fatores apenas - separabilidade) linearmente homogênea, a hipótese de uma taxa de depreciação natural positiva - associado à hipótese de que o custo de ajustamento é crescente na margem - é fundamental para derivar o mecanismo do acelerador flexível, uma vez que sem estas hipóteses o equilíbrio estacionário  $x^*$  não estaria definido. De fato, estas hipóteses introduzem deseconomias de escala, limitando então o tamanho da firma mesmo dado a presença de uma função de produção de primeiro grau, ou seja, o tamanho da firma é limitado pelo fato de que o custo de substituir o capital que se deprecia é crescente na margem a medida que se aumenta a acumulação de capital.

Em resumo, se os agentes otimizam sob expectativas estáticas e dado as hipóteses sob a natureza do problema de otimização postas acima, o mecanismo de acelerador flexível descreve o comportamento da firma apenas em uma vizinhança de  $x^*$ , quando este existe<sup>3</sup>. A solução ótima é globalmente descrita pelo acelerador flexível apenas sob fortes restrições adicionais sobre  $f$ . Ou seja, a forma funcional (2), que descreve um processo de ajuste parcial e contínuo por parte da firma e tem sido usado como base para diversos trabalhos empíricos sobre a demanda de fatores dentro de um contexto dinâmico é

---

<sup>3</sup> Treadway(1969) mostra um caso de retornos constantes de escala onde a solução ótima é dada por :

$\dot{x} = \dot{x}^*$ , uma constante positiva

globalmente racionalizável a partir de um problema de otimização apenas dentro de um contexto de possibilidades tecnológicas bastante limitado.

O próximo passo é naturalmente analisar como se pode descrever a solução ótima da firma sob especificações alternativas das expectativas dos agentes. Em particular, deve-se questionar a robustez dos resultados anteriormente obtidos se as expectativas não são estáticas. A resposta a essa pergunta é negativa: se as expectativas não forem estáticas, o mecanismo do acelerador descrevendo um ajuste parcial e contínuo em direção a um equilíbrio estacionário não é em geral implicado. Um exemplo é dado por Gould(1968), que mostra que sob previsão perfeita o investimento no fator capital em qualquer momento depende não só dos preços naquele momento mas de toda a trajetória futura de preços. De fato, Gould mostra que dadas duas trajetórias alternativas de preços que levem ao mesmo equilíbrio de longo prazo, o ajuste da firma para este nível de longo prazo vai ser afetado por diferenças que ocorram em qualquer ponto ao longo da trajetória de preços.

Apesar disso, ao se considerar expectativas não estáticas ainda é possível descrever o processo de ajustamento da firma a partir de um mecanismo de acelerador flexível, desde que ao invés de se considerar uma meta de longo prazo estacionária considere-se um equilíbrio móvel.

A fim de derivar este resultado, considere o modelo estudado anteriormente sob as hipóteses adicionais de que a função de produção é globalmente quadrática e separável e que existe apenas um fator produtivo. Suponha também a hipótese de previsão perfeita, isto é, o preço do fator e o preço por unidade de investimento são funções determinísticas do tempo conhecidas pela firma, que serão denotados  $w_t$  e  $g_t$ .

Sob essas condições, a Equação de Euler pode ser escrita como :

$$b \cdot \ddot{x} = f_1(x, \dot{x}) + r \cdot f_2(x, \dot{x}) - (w_t + r \cdot g_t - \dot{g}_t) \quad (21)$$

Defina  $x^*_t$  como um alvo “míope” da firma, isto é,  $x^*_t$  satisfaz, para cada  $t$  :

$$f_1(x^*_t, 0) + r \cdot f_2(x^*_t, 0) = (w_t + r \cdot g_t - \dot{g}_t) \equiv q(t) \quad (22)$$

Nesse caso, escrevendo :  $\ddot{x} + b^{-1}.q(t) = g(x, \dot{x})$  e expandindo  $g$  em torno de  $(x^*, 0)$ , obtenho :

$$\ddot{x} - cx - r.\dot{x} + p(t) = 0 \quad (23)$$

Onde  $c = b^{-1}.a$  e  $p(t) = b^{-1}.x^*$ . Uma vez que se assumiu  $f$  quadrática, (23) é exato e  $a = f_{11}$ ,  $b = f_{22}$  são constantes. Nesse caso, Tinsley(1971) mostra que a solução de uma equação como (23) satisfazendo uma condição inicial  $x_0$  e a condição de transversalidade do problema pode ser aproximada, para  $t$  suficientemente grande, por :

$$x_t = \int_0^t -\lambda.\exp(-\lambda(t-\tau)).x_{\tau}^{**}d\tau \quad (24)$$

Onde :

$$x_{\tau}^{**} = \int_{\tau}^{\infty} -\lambda^{-1}.\exp(\mu(\tau-s)).x^*(s)ds \quad (25)$$

Ainda, em (24) e (25)  $\lambda$  e  $\mu$  se referem respectivamente à raiz característica estável e instável associadas a (23). Diferenciando (24) com relação a  $t$ , pode-se escrever :

$$\dot{x}_t = \lambda.(x_t^{**} - x_t) \quad (26)$$

Nesse caso, obtém-se novamente um mecanismo de acelerador flexível, onde a meta de longo prazo para a qual a firma ajusta no momento  $t$  é dada por uma média ponderada dos alvos míopes do momento  $t$  em diante. Mais geralmente, Tinsley mostra que a solução descrita acima é válida como uma aproximação linear a partir de uma tecnologia côncava.

Dessa forma, mostra-se que o mecanismo do acelerador flexível descreve localmente o comportamento ótimo da variável de controle quando se tem previsão perfeita.

Dessa forma, caracteriza-se uma série de circunstâncias onde o mecanismo do acelerador flexível descreve a solução do problema de maximização da firma, seja localmente ou globalmente sob um conjunto de restrições adicionais. No que segue, o

objetivo consiste em estimar uma demanda dinâmica por fatores na economia brasileira. a partir de um modelo de ajuste parcial contínuo específico da firma.

### 2.3 Transição para o trabalho empírico

Dado o arcabouço teórico desenvolvido na seção anterior, uma idéia natural consiste em utilizar resultados obtidos acima com o objetivo de se estimar custos de ajustamento associados à demanda por fatores para a economia brasileira.

O primeiro ponto a se notar nesse sentido é que o modelo a ser considerado deve ser obviamente um modelo em tempo discreto. Ademais, uma vez que se pretende estimar parametricamente o modelo, deve-se estabelecer formas funcionais para a tecnologia (ou a função lucro da firma). No caso, o modelo a ser estimado corresponde a um modelo de ajustamento intertemporal quadrático, ou, dado os resultados discutidos anteriormente, um modelo de ajustamento parcial contínuo da firma.

Cumpra já nesse momento justificar essa escolha, haja visto o fato de que boa parte da literatura empírica sobre o assunto indica claramente que a natureza do ajuste da firma está sujeita a descontinuidades. Nesse sentido, dois argumentos são importantes. Em primeiro lugar, como será posteriormente mostrado as variáveis que compõe o modelo não são estacionárias ou tendência-estacionárias, mas sim séries integradas de ordem um. Tendo em vista a recente literatura que leva em conta a ordem de integração das variáveis e a possibilidade de cointegração entre estas a fim de estimar de uma forma mais eficiente os parâmetros do modelo quadrático (uma vez que este implica em regras de decisão lineares), uma justificativa se refere ao interesse de incorporar esta abordagem de estimação.

Em segundo lugar, embora a firma individualmente não possa ser caracterizada por custos de ajustamento convexos, pode-se argumentar que agregadamente o processo de ajuste dos fatores tende a ser um processo de ajustamento gradual contínuo. Esta conclusão decorre tanto de problemas referentes à agregação espacial quanto a problemas de agregação temporal. Assim, seguindo Hamermesh e Pfann(1996), suponha que haja um conjunto de firmas sujeitas a custos de ajustamento fixos. Mas se estas firmas são heterogêneas de forma que ajustem em períodos distintos e tal que o tamanho do ajuste seja distinto, pode-se encontrar mudanças contínuas quando se observa os dados

agregadamente. Do ponto de vista da agregação temporal, seja uma firma sujeita a custos fixos de tal forma que a probabilidade de não ajustar em um ponto do tempo seja dada por uma constante  $p$ . Se os dados são agregados por  $N$  períodos, a firma irá ajustar com probabilidade  $1 - p^N$ . Quanto maior  $N$ , menor a tendência de que os dados revelem a natureza do custo da firma.

Um exemplo interessante em relação aos problemas colocados acima é explorado por Hammermesh(1989), que analisando um conjunto de firmas dentro de determinada indústria mostrou que a nível de cada firma os custos de ajustamento poderiam ser descritos como do tipo lump sum, embora ao se considerar os dados agregados a nível da indústria a hipótese de custos convexos não devesse ser rejeitada.

O problema de agregação temporal exposto acima está ligado ao fato de que o intervalo de decisão da firma é em geral diferente do intervalo observado da amostra. No caso em que se considera um modelo de ajustamento parcial contínuo, este fato não produz estimadores viesados. Mas caso contrário existem problemas como o exemplo acima mostra e a periodicidade em que os dados são coletados é parte importante da estratégia de estimação.

Embora o problema de agregação temporal não viesasse as estimativas dentro do modelo quadrático, o mesmo não pode ser dito em relação à agregação espacial. De fato, Nickell(1986) mostra que dado duas firmas com tecnologia quadrática diferindo apenas em relação aos parâmetros da função custo de ajustamento, a agregação entre essas firmas implica na introdução de uma defasagem adicional em (32) a seguir, corrompendo a estrutura geométrica simples daquele modelo. Apesar disso, Nickell(1986) argumenta que (32) pode ser uma boa aproximação de um modelo onde diversas firmas com tecnologia quadrática foram agregadas, desde que o parâmetro que mede a velocidade de ajuste dessas firmas sejam próximos.

Um outro problema importante é especificar as variáveis que determinam a demanda de longo prazo  $x^*$ . Em particular se esta variável não estiver bem especificada deve-se levar em conta que se está estimando um modelo sujeito aos problemas decorrentes de variáveis omitidas.

Existem ainda uma série de problemas no que diz respeito à especificação das expectativas, do ambiente de mercado em que a firma opera, entre outras questões que

serão abordadas quando o modelo a ser estimado for descrito com maior detalhe na seção (3.2).

### **3. Aplicação Empírica : Estimando Custos de Ajustamento do Trabalho Qualificado e Não-Qualificado no Brasil**

#### **3.1 Descrição e análise dos dados.**

Os dados utilizados a fim de construir as séries de emprego e salário foram obtidos a partir da Pesquisa Mensal de Emprego - PME - que é uma pesquisa domiciliar com periodicidade mensal divulgada pelo IBGE. Nessa pesquisa, são entrevistados aproximadamente 36.000 domicílios nas regiões metropolitanas do Rio de Janeiro, São Paulo, Porto Alegre, Belo Horizonte, Recife e Salvador, onde as perguntas da pesquisa são respondidas para os membros do domicílio com dez anos ou mais.

Neste trabalho, as variáveis de interesse reportadas pela pesquisa referem-se às séries de emprego e salário, no período que compreende desde janeiro de 1983 até dezembro de 1997. Mais especificamente, interessa a característica nível educacional (que é escolhida como uma *proxie* para qualificação) associada a essas variáveis. Assim, divide-se o universo de empregados entre empregados com zero a sete anos de estudo, que a partir de agora serão definidos como trabalhadores não qualificados, e empregados com oito anos ou mais de estudo, que serão chamados de trabalhadores qualificados.

A construção das variáveis de emprego é realizada a partir de um conjunto de dados que distingue originalmente os trabalhadores por sua posição ocupacional, isto é, os trabalhadores podem ser classificados como com carteira, sem carteira ou conta própria. Uma vez que o objetivo da tese é investigar os efeitos do atributo qualificação sobre a demanda de longo prazo e o custo de ajustar no curto prazo do fator trabalho, seria conveniente não agregar os diferentes tipos de mão-de-obra mencionadas acima, uma vez que a característica posição ocupacional tende também a afetar a dinâmica da demanda por trabalho (de fato, deve ser mais custoso ajustar no mercado formal do que no informal, enquanto custo de ajustar trabalho no setor conta própria faz pouco sentido). Um exemplo do problema envolvido na agregação desses diferentes tipos de trabalho é o seguinte : imagine que se estimou que o custo de ajustar mão-de-obra qualificada é maior

que o custo de ajustar a mão-de-obra não-qualificada. Mas como tende a haver uma fração muito maior de trabalhadores sem carteira dentro dos não-qualificados em relação aos qualificados, não fica a princípio claro se o resultado obtido se deve a fatores como custo de treinamento ligados à qualificação ou fatores como custos institucionais de demissão.

Dessa forma, decidiu-se incorporar à análise apenas trabalhadores do setor formal da economia. Assim, trabalhadores não qualificados em uma região metropolitana correspondem aos trabalhadores não qualificados com carteira, e de forma análoga para os trabalhadores qualificados. Ainda, o total de trabalhadores não qualificados corresponde a soma dos trabalhadores não qualificados nas seis regiões metropolitanas consideradas; o mesmo ocorrendo no caso de trabalhadores qualificados.

Em relação ao rendimento do trabalho, a pesquisa reporta o rendimento mensal bruto (onde se inclui décimo-terceiro salário, abonos, gratificações, etc) recebido na atividade principal. Note que essa variável não incorpora custos não salariais do trabalho, que são igualmente importantes do ponto de vista da decisão do empregador. Supõe-se dessa forma que os custos salariais são uma aproximação adequada dos custos do trabalho.

A construção da variável remuneração do trabalho não qualificado envolveu uma média ponderada das remunerações obtidas pelos trabalhadores com carteira em cada região. Procedimento análogo determina a remuneração do fator trabalho qualificado <sup>4</sup>.

Cumprido nesse ponto esclarecer alguns detalhes na construção das variáveis descritas acima. A primeira questão se refere ao método utilizado para se obter valores populacionais a partir dos dados da amostra : para cada região, a população ocupada expandida de cada grupo (onde se distingue por educação e posição na ocupação) é dada pela percentagem do grupo entre os ocupados na amostra multiplicado pelo total de ocupados expandido. Uma vez que as projeções demográficas que baseiam a expansão da amostra da PME foram revistas após os resultados do Censo Demográfico de 1991, que mostraram que as projeções populacionais anteriores sobreestimavam bastante a população existente, as séries demográficas para o período anterior a janeiro de 1991 foram corrigidas pelo método descrito em Barros et al( 1988).

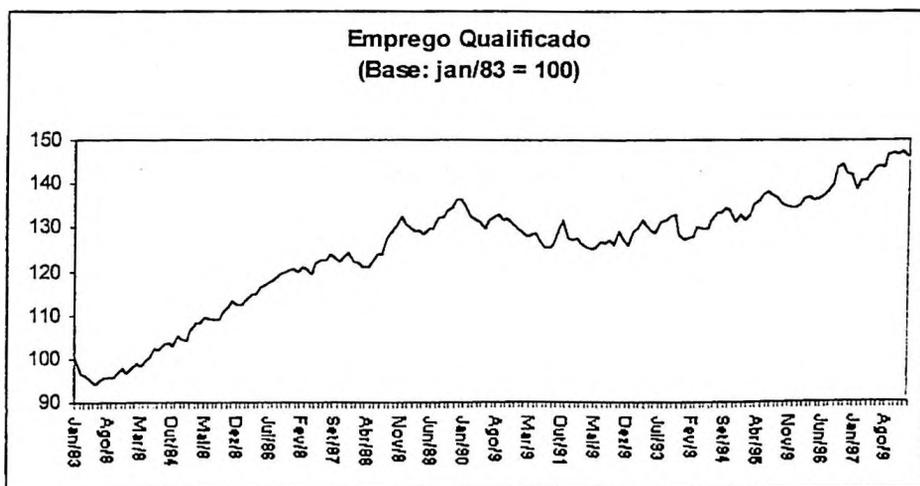
Um outro ponto importante diz respeito ao quesito remuneração: os salários de um determinado mês são aqueles que os entrevistados reportaram no mês posterior, uma vez que em um certo mês o entrevistado responde sobre sua remuneração no mês anterior.

Em relação à escolha do deflator, a idéia é tentar utilizar um índice de preços que reflita o custo real do fator trabalho do ponto de vista do agente que contrata mão-de-obra, ou seja, o índice de preços deveria refletir os preços de venda dos empregadores. Uma vez que os dados utilizados são agregados entre os diversos setores da economia, a escolha do deflator envolverá um alto grau de arbitrariedade. No caso, decidiu-se utilizar como deflator o IPA-DI.

Finalmente, resta citar outra variável relevante para a análise e que não é obtida a partir da PME, a saber, a variável produto. A série escolhida para representar esta variável foi a série Produto Interno Bruto divulgado pelo IBGE. Como esta estatística tem frequência trimestral, foi utilizada uma aproximação mensal dessa série como proposto em Moreira(1997).

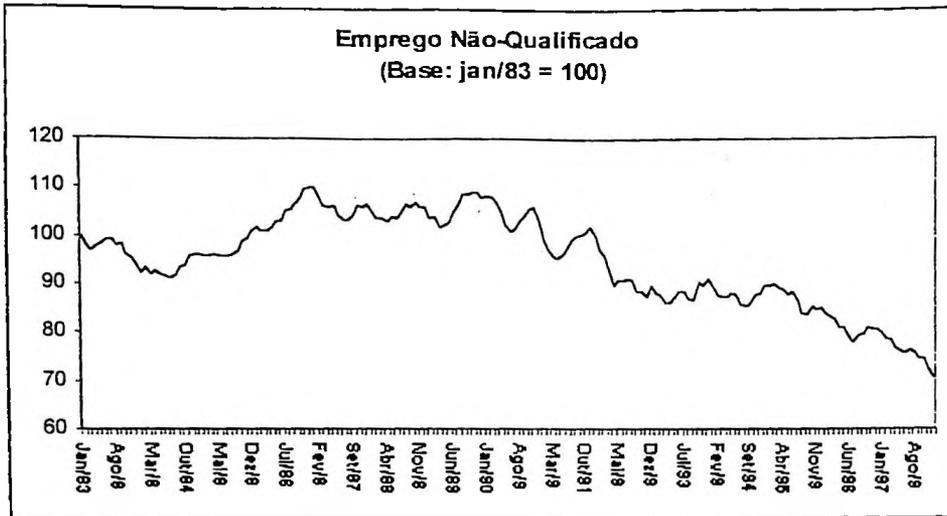
Uma vez feita a descrição das séries, é interessante analisar a trajetória temporal destas no período considerado. Nesse sentido, considere os gráficos 1 e 2 abaixo, referentes às séries de emprego :

GRÁFICO 1



<sup>4</sup> Na verdade, a construção envolve uma etapa a mais uma vez que a categoria "oito anos ou mais" é

GRÁFICO 2



A análise dos gráficos acima revela alguns fatos interessantes. Em primeiro lugar, os dados indicam um forte aumento da demanda por trabalho qualificado ao longo do período considerado, fato este que deve estar intimamente relacionado ao progresso tecnológico. Note, entretanto, que esta tendência não é monótona durante todo o período. Em particular, após atingir um pico no início de 1990, o emprego qualificado apresenta uma tendência de queda que se estende até o final de 1991, mantêm-se estável daí até o começo de 1993, e então retorna à trajetória de crescimento.

No que diz respeito ao emprego não-qualificado, percebe-se a partir do gráfico 2 que embora a tendência geral no período tenha sido de queda, pode-se distinguir basicamente duas fases distintas do comportamento dessa série. De fato, desconsiderando-se o período inicial de queda que se estende até o primeiro semestre de 1984 (queda esta que deve ser explicada pela forte recessão do início da década de oitenta), observa-se a partir daí forte crescimento até o início de 1987 e posterior estabilidade (na tendência) até 1991. Desse momento em diante, entretanto, verifica-se uma tendência de forte queda no emprego não-qualificado.

Da análise acima pode-se concluir que ocorreu uma tendência de substituição de mão-de-obra não-qualificada por mão-de-obra qualificada ao longo do período

considerado, particularmente a partir do início do anos noventa. Esse fenômeno reflete tanto o progresso tecnológico quanto em especial o processo de abertura verificado a partir do final dos anos 80 que levou as firmas a atuarem em um contexto mais competitivo e logo incentivou a adoção de novas tecnologias no processo produtivo.

Outro ponto interessante é notar que não é claro da observação dos gráficos (levando em conta a diferença na escala) que a série referente a emprego não qualificado seja muito mais volátil que a série de emprego qualificado, o que a princípio se esperaria dado que o custo de se ajustar mão-de-obra mais qualificada deve ser maior que o custo de se ajustar mão-de-obra não qualificada. Além disso, é interessante observar no gráfico 1 que a série de emprego qualificado apresenta maior variabilidade justamente a partir do ano de 1988, o que contradiz a idéia de que a evolução do emprego deveria apresentar um comportamento mais suave dado a imposição de uma série de custos não salariais introduzidos pela Constituição promulgada nesse ano.

Já a evolução do salário de ambos os fatores qualificado e não-qualificado, assim como sua evolução relativa, está apresentada nos gráficos 3, 4 e 5 abaixo :

**GRÁFICO 3**

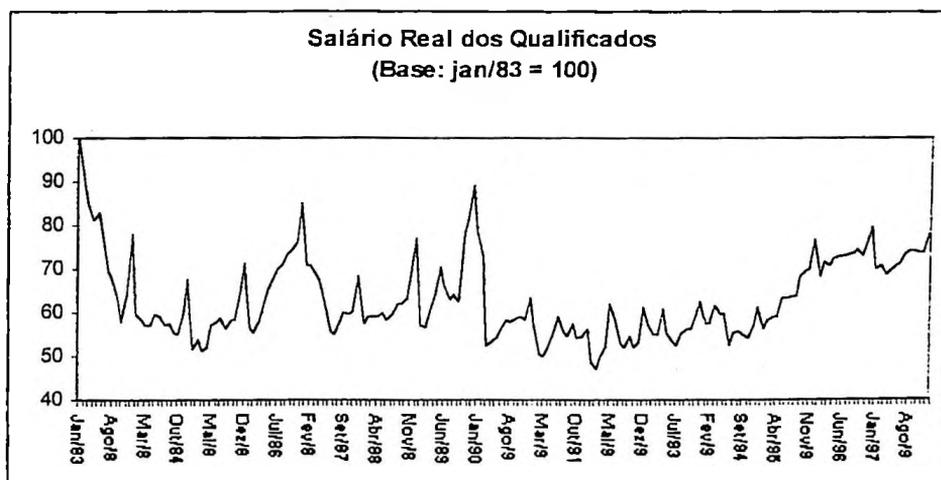


GRÁFICO 4

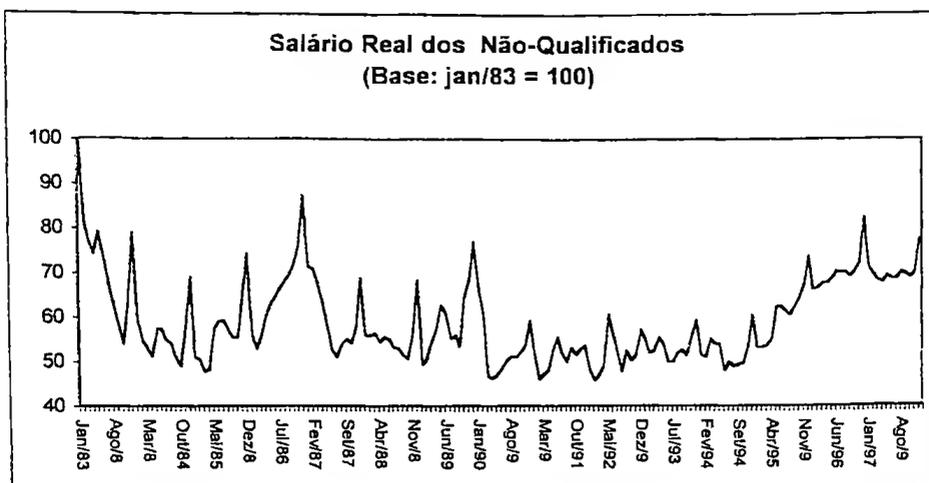
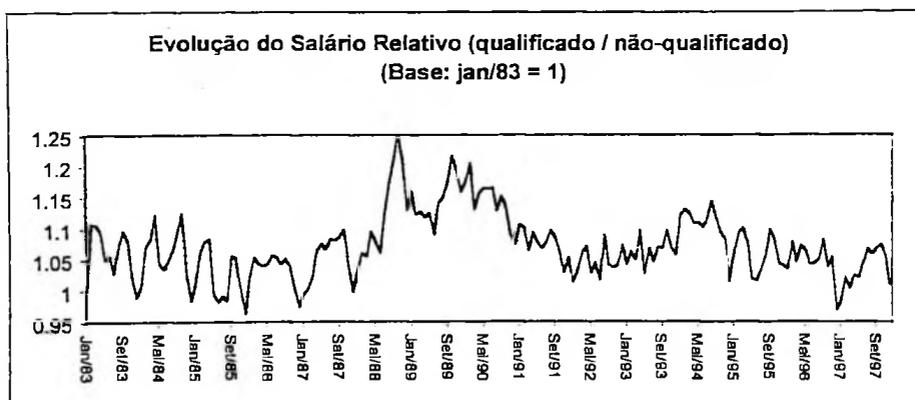


GRÁFICO 5



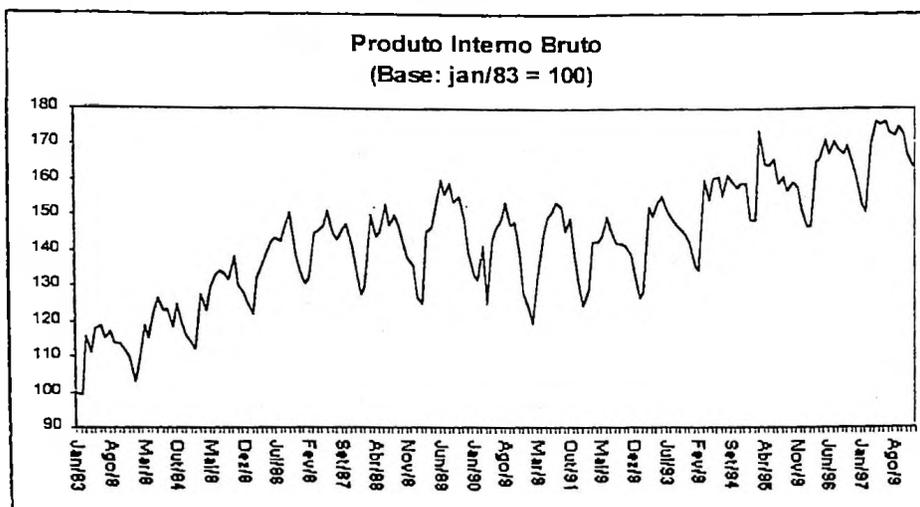
Observando os gráficos 3 e 4, nota-se uma grande variabilidade do salário real referente a ambos os fatores no período que se estende até a metade de 1994, o que pode ser explicado pelo fato de se estar analisando nesse período uma economia com altas taxas de inflação e um grau de indexação elevado. Mas o que mais chama atenção é de fato a evolução do salário relativo (onde se dividiu salário dos trabalhadores qualificados pelo salário dos trabalhadores não qualificados). Dado a tendência de substituição desses fatores apontadas anteriormente, explicada pela maior demanda de trabalho qualificado em

relação a trabalho não qualificado, se esperaria que o salário relativo apresentasse forte crescimento. Entretanto, como se nota no gráfico 5, o salário relativo flutua bastante, apresentando uma tendência de crescimento pouco acentuada. Uma explicação que pode ser dada para este fato é que deve ter havido um deslocamento da oferta relativa de trabalho. Com efeito, dados da PNAD mostram que a escolaridade média da população total com idade entre 25 e 65 anos aumentou de 4.4 anos de estudo em 1983 para 5.9 anos de estudo em 1997. Assim, a escolaridade média (que pode ser tomada como uma *proxie* da oferta de trabalho qualificado) aumentou quase um ano e meio no período considerado.

Outra explicação para este fenômeno pode ser dada a partir da evolução de preços relativos de produtos *tradables* (associados em geral a produtos industrializados) e *non tradables* (associados em geral ao setor serviços). Com a abertura da economia e a política de estabilização via controle de câmbio no Plano Real, o preço relativo dos *tradables* apresentou forte queda. Uma vez que os setores de *tradables* devem empregar em média mais mão-de-obra qualificada do que os setores de *non tradables*, houve um aumento de renda em média no setor que emprega mais mão-de-obra não-qualificada, o que ajuda a explicar porque o rendimento do trabalho não-qualificado não caiu tanto em relação ao rendimento do trabalho qualificado apesar da forte mudança na demanda relativa (de fato, observa-se dos gráficos 3 e 4 que o rendimento real de ambos os tipos de trabalho apresentam uma tendência de crescimento após 94).

Finalmente, o gráfico 6 apresenta a evolução do PIB. Como se pode perceber, esta série é caracterizada por forte sazonalidade, além de apresentar uma tendência bem definida de crescimento. Estes dois elementos presentes na série de produto são importantes dentro do contexto que será analisado uma vez que refletem a variação das condições de mercado e a tendência positiva associada à série capta elementos como o progresso tecnológico e a evolução do estoque de capital, variáveis relevantes que não foram incorporadas ao modelo.

GRÁFICO 6



agregadamente o processo de ajuste dos fatores tende a ser um processo de ajustamento gradual.

Considere então uma firma competitiva que produza um único bem, utilizando para isso trabalho qualificado e trabalho não-qualificado (definidos como na seção anterior). Ambos os tipos de mão-de-obra estão sujeitos a custos de ajustamento, por hipótese quadráticos. A firma visa maximizar o valor presente esperado de seu fluxo de lucros, onde se assume que as expectativas são racionais. Escrevendo de modo equivalente o problema da firma como o de minimizar o valor presente esperado dos custos, vem que a função objetivo da firma pode ser escrita como (27) :

$$E_t \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} R^s \left[ (N_{1t+s} - N^*_{1t+s})^2 + c_1 \cdot (\Delta N_{1t+s})^2 + (N_{2t+s} - N^*_{2t+s})^2 + c_2 \cdot (\Delta N_{2t+s})^2 \right] \right\}$$

Onde  $N^*_{1t}$  e  $N^*_{2t}$  se referem a metas estocásticas de longo prazo que a firma persegue,  $c_i$  é um parâmetro positivo que mede a importância relativa entre o custo de ajustar e o custo de se estar distante da meta de longo prazo,  $0 < R < 1$  se refere à taxa de desconto intertemporal (que se assume constante) e a forma funcional (27) implica em custos quadráticos tanto no que se refere ao custo de ajustar fatores quanto na perda de lucro devido à desvios entre a demanda atual e a meta de longo prazo. As variáveis de controle para a firma são os fatores trabalho qualificado ( $N_{1t}$ ) e trabalho não qualificado ( $N_{2t}$ ). Vamos assumir ainda que as metas de longo prazo são linearmente relacionadas a um vetor de variáveis estocásticas observáveis  $X_t$ . Assim, escreve-se :

$$N^*_{it} = a_i \cdot X_t + e_{it}, \quad i = 1, 2. \quad (29)$$

Onde  $a_i$  se refere a um vetor de coeficientes (a ser estimado) que mede a relação entre  $N^*_{it}$  e  $X_t$ , e  $e_{it}$  reflete a influência das variáveis omitidas da relação, que será assumido como um ruído branco. Supõe-se ainda que cada componente do vetor  $X_t$  contenha uma raiz unitária.

As condições de primeira ordem do problema de minimização da firma, refletindo as escolhas ótimas de  $N_{1t}$  e  $N_{2t}$ , podem ser escritas como:

$$E(\Delta N_{1t+1} / t) = R^{-1} \cdot \Delta N_{1t} + (d_1 / R) \cdot \{ (N_{1t} - N^*_{1t}) \}, \quad d_1 = 1/c_1 \quad (30a)$$

$$E(\Delta N_{2t+1} / t) = R^{-1} \cdot \Delta N_{2t} + (d_2 / R) \cdot \{ (N_{2t} - N^*_{2t}) \}, \quad d_2 = 1/c_2 \quad (30b)$$

Há aqui dois procedimentos que podem ser seguidos. Um envolve a solução das equações em diferença de segunda ordem apresentadas acima a fim de se obter uma solução fechada para as trajetórias de emprego, e a consequente estimação do modelo a partir da solução fechada obtida. Outro procedimento consiste em se estimar as equações de Euler diretamente.

No primeiro caso, rearranjando convenientemente as equações e fatorando vem que :

$$(1 - \lambda_1 L)(1 - \lambda_2 L).Et N_{1t+1} = -(d_1/R).N^*_{1t} \quad (31a)$$

$$(1 - \mu_1 L)(1 - \mu_2 L).Et N_{2t+1} = -(d_2/R).N^*_{2t} \quad (31b)$$

Onde:  $\lambda_1 + \lambda_2 = (1 + R + d_1) / R$ ,  $\mu_1 + \mu_2 = (1 + R + d_2) / R$ ,  $\lambda_1 \lambda_2 = \mu_1 \mu_2 = 1 / R$

Dado as hipóteses sobre os parâmetros do problema, obtem-se uma raiz estável (positiva menor que a unidade) e outra raiz instável (positiva maior que a unidade). Resolvendo a raiz estável para trás e a raiz instável para frente e impondo uma condição de transversalidade (ver Sargent), obtem-se a seguinte solução:

$$N_{1t}(1 - \lambda_1 L) = (1 - \lambda_1) (1 - R\lambda_1) \cdot \sum_{s=0}^{\infty} (R\lambda_1)^s Et(N^*_{1t+s}) \quad (32a)$$

$$N_{2t}(1 - \mu_1 L) = (1 - \mu_1) (1 - R\mu_1) \cdot \sum_{s=0}^{\infty} (R\mu_1)^s Et(N^*_{2t+s}) \quad (32b)$$

Onde  $\lambda_1$  se refere à raiz estacionária do polinômio característico associado ao fator trabalho qualificado,  $\mu_1$  se refere à raiz estacionária do polinômio característico associado ao fator trabalho não qualificado e  $L$  é o operador lag, isto é,  $L(x_t) = x_{t-1}$ .

É importante notar aqui que esta solução depende do fato dos polinômios característicos associados aos fatores serem distintos, o que por sua vez decorre da hipótese implícita na formulação do problema de minimização de custos da firma de que a trajetória ótima dos fatores são independentes. Assim, a firma não leva em consideração a quantidade do fator trabalho qualificado quando ajusta a quantidade de trabalho não qualificado empregada, e vice-versa. Embora esta simplificação seja extremamente restritiva a nível da firma, não é uma hipótese tão forte a nível agregado, uma vez que se

para algumas tecnologias os fatores são substitutos e para outras os fatores são complementares, agregadamente o resultado poderia ser a independência das trajetórias.

Note que podemos reescrever estas equações como :

$$\Delta N_{1t} = (1 - \lambda_1) \cdot \left[ (1 - R\lambda_1) \cdot \sum_{s=0}^{\infty} (R\lambda_1)^s \text{Et}(N^*_{1t+s}) - N_{1t-1} \right] \quad (33a)$$

$$\Delta N_{2t} = (1 - \mu_1) \cdot \left[ (1 - R\mu_1) \cdot \sum_{s=0}^{\infty} (R\mu_1)^s \text{Et}(N^*_{2t+s}) - N_{2t-1} \right] \quad (33b)$$

Ou seja, temos uma forma funcional que descreve um mecanismo de acelerador flexível em tempo discreto, onde o alvo é uma combinação convexa dos valores esperados das metas de longo prazo futuras, e o coeficiente de ajuste é dado por  $(1-\lambda_1)$  e  $(1-\mu_1)$ , respectivamente para o fator trabalho qualificado e o fator trabalho não qualificado. Uma vez que a velocidade de ajuste para ambos os fatores depende das raízes estacionárias dos polinômios característicos associadas às equações de Euler, segue em particular que a velocidade de ajuste é função decrescente da importância relativa entre o custo de ajustar e o custo de permanecer fora da meta de longo prazo. Com efeito, resolvendo para as raízes estacionárias vem:

$$\lambda_1 = \frac{(1+R+d_1) - \sqrt{(1+R+d_1)^2 - 4R}}{2R} ; \mu_1 = \frac{(1+R+d_2) - \sqrt{(1+R+d_2)^2 - 4R}}{2R} \quad (34)$$

Note então que se  $d_i \rightarrow 0$  ( $c_i \rightarrow \infty$ ), ambas as raízes acima terão o valor de um, e logo a firma não ajusta. Por outro lado, se  $d_i \rightarrow \infty$  ( $c_i \rightarrow 0$ ), as raízes acima tendem a ser nulas, e logo a firma ajusta instantaneamente.

O problema dessa abordagem é que embora a estimação de (32) seja plenamente eficiente, esta estimação requer conhecimento sobre o processo estocástico das variáveis  $X_t$ , e conseqüentemente este é um método não robusto a erros de especificação. Nesse sentido, um método alternativo envolve a estimação direta a partir das equações de Euler, que embora não seja um procedimento plenamente eficiente (não incorpora a informação dada pela condição de transversalidade), mantém consistência e não requer a especificação exata do processo seguido por  $X_t$ .

Assim, o problema consiste em estimar os parâmetros do sistema de equações dados por (30). O primeiro passo nesse sentido é substituir os valores esperados das variáveis pela realização destas mais um erro de previsão, além de usar a relação (29) a fim de substituir as metas de longo prazo da firma pelas variáveis  $X_t$  que as determinam, escrevendo então o sistema em termos de variáveis que são diretamente observáveis. Obtenho dessa forma :

$$\Delta N_{1,t+1} = R^{-1} \cdot \Delta N_{1,t} + (d_1 / R) \cdot (N_{1,t} - a_1' X_t) - (d_1 / R) u_{1,t+1} \quad (35a)$$

$$\Delta N_{2,t+1} = R^{-1} \cdot \Delta N_{2,t} + (d_2 / R) \cdot (N_{2,t} - a_2' X_t) - (d_2 / R) u_{2,t+1} \quad (35b)$$

Onde  $(u_{i,t+1} = k_i \cdot e_{i,t+1} + v_{i,t+1})$  é um erro composto, incorporando o erro associado à relação entre a meta de longo prazo e  $X_t$  e o erro de previsão quanto a demanda dos fatores.

Note que nesse ponto existe um problema básico no que se refere ao método de estimação, haja visto a presença da variável dependente defasada entre os regressores. Como o erro decerto não possui a estrutura de um ruído branco, a estimação via mínimos quadrados ordinários implicará em estimadores inconsistentes. A estimação então deve envolver o método de variáveis instrumentais. Mas a questão fundamental que surge nesse ponto é sobre quais serão os instrumentos adequados, ou seja, quais as variáveis que podemos garantir que além de manterem alguma correlação com os regressores não sejam correlacionadas com os resíduos. A resposta a essa questão envolve basicamente a imposição de uma das duas restrições sobre o modelo : ou se assume a presença de variáveis estritamente exógenas ou pré-determinadas, e nesse caso a estrutura de autocorrelação dos resíduos pode ser arbitrária, ou se limita esta estrutura de autocorrelação, e nesse caso a natureza das variáveis pode ser arbitrária. No primeiro caso, as variáveis exógenas são candidatas naturais a serem instrumentos, enquanto que no segundo caso os instrumentos tendem a ser variáveis endógenas defasadas compatíveis com a estrutura serial dos resíduos (por exemplo, se o erro seguir um processo MA(q), variáveis defasadas mais de q vezes podem a princípio ser utilizadas como instrumentos).

Uma vez que nosso modelo envolve expectativas racionais, podemos usar as implicações desta teoria a fim de impor limites à estrutura de correlação serial dos

resíduos. Com efeito, já foi feita a hipótese (padrão na literatura) de que o desvio da meta de longo prazo em relação às variáveis  $X_t$  segue um processo ruído branco. Quanto ao componente do resíduo que se refere ao erro de previsão dos agentes, a hipótese de expectativas racionais deve implicar que os erros de previsão no período  $t+1$  devem ser não correlacionados com qualquer variável conhecida em  $t$ ; nesse sentido, pode-se assumir que os erros de previsão sigam também um processo ruído branco. Ademais, a teoria não parece a princípio implicar qualquer relação sistemática entre o erro associado à meta de longo prazo e o erro de previsão dos agentes. Assumindo que ambos os tipos de erros sejam não correlacionados para todos *leads e lags*, segue que os resíduos associados a (35) tem uma estrutura MA(1). Dessa forma, variáveis defasadas de um período para trás podem ser usadas como instrumentos na estimação do modelo.

Um outro ponto importante no que se refere a estimação de (35) é que se os vetores  $a_i$  fossem conhecidos, poderíamos estimar  $R$  e os parâmetros  $d_i$  diretamente a partir destas equações. É nesse momento que a informação sobre a ordem de integração das variáveis pode ser usada a fim de estimar os parâmetros do modelo : se os componentes do vetor  $X_t$  possuem uma raiz unitária (o que é assumido no modelo), e se  $N_{it}$  e  $X_t$  cointegram, (35) pode ser estimado como se  $a_i$  fosse conhecido, onde os resíduos de uma relação de cointegração entre  $N_{it}$  e  $X_t$  são utilizados como uma medida da diferença entre o emprego atual e o desejado (dado as hipóteses sobre  $X_t$  e  $N_{it}$  sendo gerado por (29), um teorema devido a Dolado et al (1991) garante este resultado).

Dessa forma, a estimação envolve um procedimento de dois estágios. No primeiro estágio, a relação de cointegração entre  $N_{it}$  e  $X_t$  é obtida, gerando-se dessa forma estimativas sobre os parâmetros  $a_i$ . Um procedimento para estimação do vetor de cointegração consiste na regressão estática de  $N_{it}$ ,  $i = 1, 2$ , sobre os componentes do vetor  $X_t$ . Já no segundo estágio, usa-se as estimativas obtidas no primeiro estágio de forma a escrever:

$$\Delta N_{1,t+1} = R^{-1} \cdot \Delta N_{1,t} + (d_1/R) \cdot \hat{Z}_{1t} + [ (d_1/R)u_{1,t+1} + (d_1/R) \cdot (Z_{1t} - \hat{Z}_{1t}) ] \quad (36a)$$

$$\Delta N_{2,t+1} = R^{-1} \cdot \Delta N_{2,t} + (d_2/R) \cdot \hat{Z}_{2t} + [ (d_2/R)u_{2,t+1} + (d_2/R) \cdot (Z_{2t} - \hat{Z}_{2t}) ] \quad (36b)$$

Onde  $\hat{Z}_{it} = (N_{it} - \hat{a}_i' X_t)$  e  $Z_{it} = (N_{it} - a_i' X_t)$ ,  $i = 1, 2$  (onde  $\hat{a}_i$  é o estimador resultante da regressão estática no primeiro estágio). A questão interessante a perceber é como se usa neste estágio as propriedades da estimação realizada no primeiro estágio. De fato, dado variáveis de ordem um que cointegram, os estimadores de uma regressão estática de uma dessas variáveis sobre as demais são T-consistentes, ou seja, os estimadores convergem para o verdadeiro valor do parâmetro estimado a uma taxa proporcional ao tamanho da amostra, ao contrário do caso em que se tem uma regressão com variáveis estacionárias, onde a velocidade de convergência é de ordem  $T^{-1/2}$ . Nesse caso,  $(Z_{it} - \hat{Z}_{it})$  é  $o(1)$  (ver Engle e Granger, 1987), o termo entre colchetes segue um processo MA(1), e o vetor de parâmetros  $a_i$  pode ser considerado como dado, sendo derivado a partir da regressão estática do primeiro estágio (mais geralmente, a partir da relação de cointegração estimada no primeiro estágio).

Dessa forma, tem-se um método para estimar a taxa de desconto intertemporal  $R$  e os parâmetros que medem a importância relativa entre o custo de se manter distante da meta de longo prazo e o custo de ajustar para ambos os tipos de fatores ( $d_i$ ). Uma vez obtidos esses estimadores, pode-se obter estimativas para as velocidades de ajuste: na equação (35), as raízes estacionárias são funções contínuas dos parâmetros  $R$  e  $d_i$ . Dado a continuidade, substituindo os valores verdadeiros dos parâmetros por seus estimadores, obtenho estimadores consistentes para as raízes estacionárias.

Apesar de ser possível estimar a velocidade de ajuste indiretamente a partir de (34), um procedimento alternativo permite estimar esta velocidade de uma forma direta. Assumindo que os componentes do vetor  $X_t$  sigam um processo *random walk*, pode-se aplicar a fórmula de predição de Wiener-Kolmogorov em (32) e obter a seguinte equação:

$$\Delta N_{1t} = (\lambda_1 - 1) \cdot (N_{1t-1} - a_1' X_{1t-1}) + (1 - \lambda_1) \cdot a_1' \Delta X_{1t} + (1 - R \cdot \lambda_1) \cdot (1 - \lambda_1) \cdot e_{1t} \quad (37a)$$

$$\Delta N_{2t} = (\mu_1 - 1) \cdot (N_{2t-1} - a_2' X_{2t-1}) + (1 - \mu_1) \cdot a_2' \Delta X_{2t} + (1 - R \cdot \mu_1) \cdot (1 - \mu_1) \cdot e_{2t} \quad (37b)$$

Assim, as equações dadas em (37) podem ser estimadas via mínimos quadrados não-lineares para se obter uma estimativa consistente das velocidades de ajuste de ambos os fatores (note que nesse caso também se tem uma forma alternativa de se obter uma estimativa consistente da relação de longo prazo  $\hat{a}_i$ ).

Como apontam Amano e Macklem(1996), a intuição para os resultados obtidos acima é a seguinte : dado o vetor de variáveis  $X_t$  que por hipótese é integrado de ordem 1, se o emprego de longo prazo  $N^*_{it}$  é dado por (29) e a demanda por trabalho da firma  $N_{it}$  é obtido a partir de (32), então  $N_{it}$  deve de alguma forma acompanhar as tendências estocásticas presentes nas variáveis em  $X_t$ . Dessa forma,  $N_{it}$  também será um processo integrado de ordem 1 e mais do que isso, dado a idéia de tendência comum entre  $N_{it}$  e  $X_t$ , as variáveis serão cointegradas. De fato, se as variáveis  $N_{it}$  e  $X_t$  não fossem cointegradas, elas tenderiam a se distanciar ao longo do tempo (os erros seriam permanentes), o que implicaria em custos de desequilíbrio crescentes. A fim de evitar tais custos, o comportamento ótimo da firma implica em que choques nos fundamentos do emprego de longo prazo devem se refletir na demanda por emprego corrente da firma. Entretanto, note que a velocidade de ajuste depende inversamente da magnitude dos custos de ajustamento. Logo, quanto maiores forem esses, maior será a dificuldade em se observar a relação de cointegração.

### 3.3 Resultados Empíricos

Dado a descrição do modelo a ser estimado na seção anterior, o objetivo dessa seção é apresentar os resultados obtidos a partir da aplicação do modelo a dados brasileiros. Em primeiro lugar, realizam-se testes de raiz unitária sobre as séries de interesse, testando-se a seguir se a hipótese de cointegração entre as séries se verifica. O segundo passo consiste então na estimação dos parâmetros do modelo a partir das equações de Euler (usando procedimento adequado de acordo com a ordem de integração das séries). Finalmente, estimam-se os parâmetros que medem as velocidades de ajuste dos fatores.

No que segue, todas as variáveis foram especificadas em logaritmos. Assim, denota-se por EMPQ o log do emprego qualificado, EMPNQ o log do emprego não-qualificado, SALQ o log do salário real dos qualificados, SALNQ o log do salário real dos não-qualificados e PIB o log do produto interno bruto.

O primeiro passo consiste então em se testar a ordem de integração das variáveis. O procedimento adotado foi o teste de Dickey-Fuller aumentado, onde se realiza o teste

sem inclusão de regressores determinísticos e com a presença de constante e de uma tendência determinística. Assim, estima-se as seguintes equações:

$$\Delta x_t = \alpha \cdot x_{t-1} + \sum_{i=2}^p \beta_i \cdot \Delta x_{t-i+1} + \xi_t \quad (38a)$$

$$\Delta x_t = a + bt + \alpha \cdot x_{t-1} + \sum_{i=2}^p \beta_i \cdot \Delta x_{t-i+1} + \xi_t \quad (38b)$$

Onde o objetivo é testar a hipótese nula de que  $\alpha$  é zero (o que equivale a hipótese de que exista uma raiz unitária). Como é bem conhecido na literatura de séries temporais, o fato de que o pesquisador desconhece o processo gerador dos dados implica que  $p$  é desconhecido (de fato, se o processo verdadeiro incorpora um componente de média móvel, (38) se refere a uma aproximação finita de um processo autorregressivo infinito). Note que a determinação do número de defasagens envolve um trade-off: de um lado, se o número de defasagens incluída é elevado há uma perda de potência do teste (perde-se graus de liberdade) enquanto por outro lado um número insuficiente de defasagens pode aproximar mal o verdadeiro processo seguido pelo erro. Um procedimento sugerido para a determinação de  $p$  é o seguinte: escolhe-se uma defasagem suficientemente grande  $k^*$  no sentido de que seja maior ou igual ao número de defasagens verdadeira e testa se a estatística  $t$  (derivada de uma distribuição normal padrão) associada a esta defasagem é significativa ou não. Se for, encontramos o valor de  $p$ ; caso contrário, reestimamos o modelo com um número de defasagens igual a  $(k^*-1)$ . Repete-se o processo até encontrar uma defasagem que seja significativa.

Adotando o procedimento descrito acima, com  $k^*=15$ , determinamos o número de defasagens e realizamos os testes de raiz unitária. Os resultados estão expostos na tabela abaixo:

TABELA 1 : Testes de Dickey-Fuller Aumentado para presença de Raiz Unitária

	EMPNQ	EMPQ	SALNQ	SALQ	PIB
Estatística de Dickey-Fuller	-1,27	2,13	0,35	0,43	2,47
Estatística F	3,64	1,82	12,1	7,3	22,1
Estatística de Dickey-Fuller (const. e tend.)	-0,79	-2,89	-1,96	-2,5	-2,26
Estatística F	3,74	2,43	11	7,03	19,9
Defasagens	10	12	13	13	12
Amostra	180	180	180	180	180

Os valores críticos de McKinnon para rejeição da hipótese de raiz unitária no caso em que se realiza o teste sem incluir regressores determinísticos são -2.58, -1.94 e -1.62 (respectivamente aos níveis de significância de 1%, 5% e 10%). No caso em que se realiza o teste incluindo uma constante e tendência (t), os valores críticos são -4.02 (1%), -3.44 (5%) e -3.14 (10%). Comparando com os valores obtidos na tabela acima, conclui-se que a hipótese de que as séries são caracterizadas pela presença de raiz unitária não pode ser rejeitada. Um ponto que merece ser discutido em relação a esses testes diz respeito ao fato de que o número de defasagens selecionados ao se estimar (38) ser elevado, quando o procedimento de seleção das defasagens privilegia a parcimônia. Este problema também foi identificado no trabalho de Gonzaga e Pereira(1998), e a explicação dada pelos autores se refere à flutuação sazonal das séries, o que faria com que o modelo captasse uma influência significativa do décimo-segundo termo autoregressivo (e dos termos subsequentes) quando se tem dados mensais não-dessazonalizados. Assim, dado o grande número de defasagens incorporada ao modelo, haveria uma perda de graus de liberdade e consequentemente uma perda da capacidade de se rejeitar a hipótese de raiz unitária. Ao contrário do resultado obtido pelos autores acima citados, neste trabalho foram realizados os mesmos testes de Dickey-Fuller aumentado para um número de defasagens menor ( $k=6$  e  $k=0$ ) e em ambos os casos a hipótese de raiz unitária não foi rejeitada (o teste não incluiu regressores determinísticos).

Dessa forma, conclui-se que as séries em questão não são estacionárias. Entretanto, estas séries a princípio poderiam ser caracterizadas por mais de uma raiz unitária. O passo seguinte consistiu então em um teste de raiz unitária sobre as séries em primeira diferença, e em todos os casos rejeitou-se a hipótese de que estas fossem caracterizadas como um processo integrado de segunda ordem ao nível de significância de 5%.

Cumpra nesse ponto citar alguns problemas com a aplicação desses testes. Em primeiro lugar, a amostra disponível cobre um período de 14 anos, que pode ser considerado curto. Embora os dados sejam mensais, correspondendo então a um total de 180 observações, é bem sabido que a potência do teste depende fundamentalmente do período de tempo coberto por dada amostra, e não do número de observações contido na amostra (que tem a ver com a frequência com que os dados são coletados). Em segundo lugar, a presença de choques estruturais tende a reduzir a capacidade do teste de rejeitar a hipótese de raiz unitária (ver Enders,1995). Esta questão é particularmente importante aqui haja visto que o período em questão é marcado por mudanças estruturais, como a tendência de substituição de mão-de-obra pouco educada por mão-de-obra qualificada. Em terceiro lugar, a potência do teste (probabilidade de rejeição da hipótese nula dado que esta é falsa) depende da relação entre os componentes determinísticos incluídos na regressão e aqueles que caracterizam o processo gerador dos dados. A fim de lidar com esta questão é que se realiza os testes a partir dos dois modelos em (38). Finalmente, há a questão de os testes de raiz unitária têm pouca capacidade de distinguir entre um processo de raiz unitária e um processo que se aproxime de raiz unitária, assim como distinguir entre um processo tendência estacionário e um processo diferença estacionário com drift (Campbell e Perron,1991). Assim, a conclusão de que as séries testadas possuem uma raiz unitária deve ser qualificada pelos problemas citados anteriormente.

Dado que há forte evidência de que as séries são integradas de ordem um, o segundo passo da investigação consiste em verificar se as variáveis cointegram, ou seja, se há alguma relação linear entre as variáveis que seja estável no sentido de que desvios desta relação no curto prazo sejam estacionários (isto é, deve-se verificar se os desvios da relação não tem efeito permanente, caso contrário esta relação não poderia ser pensada como um conceito de equilíbrio). Assim, deve-se verificar se os desvios entre o emprego

corrente e as variáveis que determinam o emprego de longo prazo são estacionários, tanto no caso em que se considera a mão-de-obra qualificada quanto no caso de mão-de-obra não qualificada.

Existem vários métodos que podem ser usados nesta estimação, e estes podem ser agrupados em duas categorias: métodos uni-equacionais e métodos multi-equacionais. Ambos apresentam vantagens e desvantagens relativas. Assim, métodos uni-equacionais, como o proposto por Engle-Granger(1987), são consistentes mas não eficientes uma vez que não levam em conta toda informação contida em um dado sistema de equações. Este método pode alcançar eficiência assintótica se houver correção para o fato de que os regressores são endógenos e os erros da equação são provavelmente auto-correlacionados. Já métodos multi-equacionais baseados em métodos de “Full Information Maximum Likelihood” (FIML) como o procedimento de Johansen obtêm estimadores assintoticamente ótimos, embora uma desvantagem básica associada a métodos multi-equacionais se refere ao fato de que as estimativas de uma equação são sensíveis aos erros de especificação cometidos em outras equações. Esta possibilidade de contaminação dos estimadores torna o método pouco robusto a erros de especificação.

Dado a motivação apresentada na seção anterior de se obter estimativas dos parâmetros relativos a custos de ajustamento robustos a erros de especificação, parece conveniente adotar também nessa etapa um procedimento que seja robusto. Nesse sentido, o procedimento adotado para verificar se existe cointegração ou não foi o método proposto por Stock e Watson (1993), onde o problema da endogeneidade dos regressores é corrigido pela colocação de *lags* e *leads* da primeira diferença dos componentes de  $X_t$  ao se estimar a relação de longo prazo (no caso, incluiu-se três *lags* e *leads* da primeira diferença dos componentes de  $X_t$ ). Ainda, utilizou-se o método de Newey-West de correção do desvio padrão dos regressores em função do problema de autocorrelação serial.

Resta finalmente especificar as variáveis que determinam emprego no longo prazo. Iremos adotar duas especificações básicas : em um caso, o emprego no longo prazo de cada fator depende do nível de produto, do salário real respectivo e de uma tendência linear, que visa captar as mudanças estruturais que ocorreram no período. No segundo caso, a relação de longo prazo de cada fator depende, além das variáveis especificadas

acima, do salário real do outro (ou seja, supõe-se nesse caso que as demandas por ambos os tipos de trabalho não sejam independentes no longo prazo).

Os resultados obtidos foram os seguintes :

TABELA 2 : Estimativa do Vetor de Cointegração ( método de Stock e Watson )					
Regressão por MQO. Incluídos três leads e lags da primeira diferença dos regressores.					
Desvio padrão dos regressores corrigido pelo método de Newey-West					
EMPQ	SALQ	PIB	T	C	
	-0,08	0,73	0,0006	12,1	
EMPNQ	SALNQ	PIB	T	C	
	-0,27	0,81	-0,003	13	

TABELA 3 : Estimativa do Vetor de Cointegração ( método de Stock e Watson )					
Regressão por MQO. Incluídos três leads e lags da primeira diferença dos regressores.					
Desvio padrão dos regressores corrigido pelo método de Newey-West					
EMPQ	SALQ	SALNQ	PIB	T	C
	0,42	-0,47	0,66	0,0006	11,9
EMPNQ	SALQ	SALNQ	PIB	T	C
	0,66	-0,81	0,68	-0,003	12,4

Nas duas tabelas acima, todas as estimativas foram significativas ao nível de 1%, com exceção da variável SALQ na tabela 2, cujo p-valor estimado foi de (0.1049). Ainda, os resíduos das relações estimadas acima foram testados para a presença de raiz unitária, a fim de verificar se não foi estimada uma regressão espúria. O teste foi realizado sem regressores determinísticos e com a presença de uma constante mais uma tendência linear. Em todos os casos, rejeitou-se a hipótese de que os resíduos tivessem raiz unitária ao nível de significância de 5%, evidenciando que as variáveis são de fato cointegradas (a única exceção foi o resíduo da primeira relação, que testado sem inclusão de tendência ou constante não indicou estacionariedade).

No que se refere à interpretação dos resultados, segue da Tabela 2 que emprego e salário variam em direções opostas no longo prazo, com uma elasticidade-salário do emprego de aproximadamente 10% no caso do trabalho qualificado e 30% no caso do trabalho não-qualificado. O efeito do produto é positivo sobre ambos os tipos de trabalho, com elasticidades não muito distantes de um (que caracterizaria uma economia com retornos constantes de escala). Finalmente, o sinal da tendência linear sintetiza as mudanças estruturais que ocorreram em relação ao emprego de ambos os fatores discutidas anteriormente.

Já em relação aos resultados obtidos na tabela 3, enquanto o sinal da tendência e do produto é o mesmo obtido anteriormente (embora a elasticidade-produto seja menor para ambos os fatores), há uma mudança de sinal em relação ao salário. Mais especificamente, estima-se uma relação positiva entre emprego qualificado e sua respectiva remuneração no longo prazo. A fim de interpretar esse resultado, deve-se levar em conta que os dados utilizados na regressão referem-se a posições de equilíbrio no mercado. Assim, a relação de longo prazo entre emprego e salário não necessariamente está traçando uma curva de demanda, mas sim um conjunto de pontos de interseção entre demanda e oferta. Como há fortes indícios que este período foi caracterizado por deslocamentos tanto da demanda quanto da oferta relativa de trabalho, segue que há um problema de identificação na natureza da relação de longo prazo.

Uma vez obtido o vetor de cointegração, pode-se passar à estimação dos demais parâmetros do modelo a partir das equações de Euler. Um problema associado a estimação de (36), no entanto, é que como aponta Gregory et al (1990), a taxa de desconto é mal identificada nesses modelos. Assim, uma estratégia que pode ser adotada consiste na pré-fixação da taxa de desconto e a posterior estimação do coeficiente que mede custo de ajustamento (de fato, esta estratégia de fixação a priori da taxa de desconto é utilizada em boa parte da literatura). Desse modo, estimou-se as equações de Euler fixando a taxa de desconto  $R$  nos valores 0.99 e 0.95.

Outro problema associado à estimação das equações de Euler diz respeito à escolha dos instrumentos. Conforme foi discutido ao se descrever o modelo, o resíduo na equação (36) não pode ter a estrutura de um ruído branco, uma vez que é a soma de um erro de otimização no período  $t$  com o erro da relação entre emprego atual e o emprego

de longo prazo no período anterior. Ainda como discutido anteriormente, é razoável assumir que o erro de otimização seja não autocorrelacionado sob expectativas racionais, enquanto o resíduo da relação de cointegração entre emprego atual e os determinantes do emprego no longo prazo segue por hipótese (comum na literatura) um processo *white noise*. Assim, vem que o resíduo na equação (36) segue um processo MA(1), e nesse caso variáveis defasadas de t-1 para trás da primeira diferença das variáveis emprego, salário e produto são instrumentos válidos.

Nesse trabalho, selecionou-se como instrumentos defasagens de 1 a 5<sup>3</sup> da primeira diferença das variáveis EMPQ, EMPNQ, SALQ, SALNQ e PIB. Ainda, como a estimação via Método dos Momentos Generalizados (GMM) depende de como se pondera as condições de ortogonalidade, procurou-se testar a robustez dos resultados a diferentes formas de construir a matriz de ponderação. A construção dessa última requer que se especifique uma janela (pondera a matriz de covariância estimada dos resíduos) e a largura da banda (ou seja, a forma como os pesos dados pela janela mudam com a ordem das covariâncias). Os dois tipos de janela que serão considerados são a Quadrática e a de Bartlett. Mostra-se que a primeira apresenta taxa de convergência maior e não é truncada, isto é, as autocovariâncias de todas as ordens entram na construção da matriz de ponderação. Já em relação à banda, quando esta largura foi fixada a priori seguiu-se o critério proposto por Amano(1995) de fixá-la ao nível da frequência sazonal (12). Quando a seleção da largura da banda não foi pré-estabelecida, adotou-se o critério de seleção de Newey-West no caso da janela de Bartlett e o critério de Andrews no caso da janela quadrática. Os resultados obtidos são apresentados abaixo :

---

<sup>3</sup> A fim de testar a robustez dos resultados à escolha dos instrumentos, rodou-se as regressões com defasagens de 1 a 8 da primeira diferença das variáveis como instrumento. Os resultados obtidos foram similares aos apresentados nas tabelas 4 e 5: em relação ao trabalho qualificado, os custos de ajuste estimados foram em geral positivos e quando negativos sem significância estatística, enquanto o custo de ajuste do não-qualificado foi estimado consistentemente negativo, com o sinal em geral significativo a 1%.

TABELA 4 : Estimativa dos Custos de Ajustamento - Taxa de Desconto Fixas					
Estimação via GMM das Equações de Euler.					
Instrumentos: defasagens de 1 a 5 da primeira diferença de EMPQ (EMPNQ), SALIPAQ(SALIPA) e PIB					
Resíduos construídos a partir do vetor de cointegração estimado na Tabela 2					
	Bartlett fixo			Bartlett variável	
	d1	d2		d1	d2
R=0.99	0.0018	neg***		0.0007	neg***
R=0.95	0.005	neg***		0.0017	neg***
	Quadrática fixa			Quadrática variável	
	d1	d2		d1	d2
R=0.99	0.01**	neg***		neg	neg***
R=0.95	0.07***	neg***		0.0015	neg***

\*\*\*, \*\* e \* indicam respectivamente significância nos níveis 1%, 5% e 10%.

TABELA 5 : Estimativa dos Custos de Ajustamento - Taxa de Desconto Fixas					
Estimação via GMM das Equações de Euler.					
Instrumentos: defasagens de 1 a 5 da primeira diferença de EMPQ (EMPNQ), SALIPAQ, SALIPA e PIB					
Resíduos construídos a partir do vetor de cointegração estimado na Tabela 3					
	Bartlett fixo			Bartlett variável	
	d1	d2		d1	d2
R=0.99	1.34E-05	neg		1.73E-05*	neg*
R=0.95	1,00E-05	neg		1.18E-05	neg**
	Quadrática fixa			Quadrática variável	
	d1	d2		d1	d2
R=0.99	1.98E-05***	neg***		1.75E-05	0.0001
R=0.95	1.53E-05***	neg***		1.46E-05	neg

\*\*\*, \*\* e \* indicam respectivamente significância nos níveis 1%, 5% e 10%.

A análise das duas tabelas acima revela o fato curioso de que o custo de ajustamento em relação ao fator trabalho não-qualificado é sistematicamente negativo, onde este sinal é em geral estatisticamente significativo. Assim, tanto no caso em que os resíduos da relação entre emprego atual e de longo prazo são construídos a partir da

hipótese de independência no longo prazo (a relação de cointegração de um fator envolve apenas seu respectivo salário-Tabela 2), como no caso em que há dependência entre os fatores no longo prazo (a relação de cointegração de cada fator envolve os salários de ambos os fatores-Tabela 3), o resultado que segue das estimativas acima é que a firma incorreria em benefícios ao ajustar mão-de-obra não-qualificada ou a manter-se distante da meta de longo prazo desse fator, o que a princípio não faz sentido.

A fim de tentar compreender melhor este resultado, considere os gráficos abaixo, que mostram a evolução da série atual (vermelha), da série estimada de longo prazo (verde) e do resíduo dessa relação (azul) em relação a ambos os tipos de trabalho, onde a demanda de longo prazo é especificada sob independência entre os fatores no gráfico 7 enquanto no gráfico 8 considera-se a possibilidade de dependência no longo prazo:

GRÁFICO 7

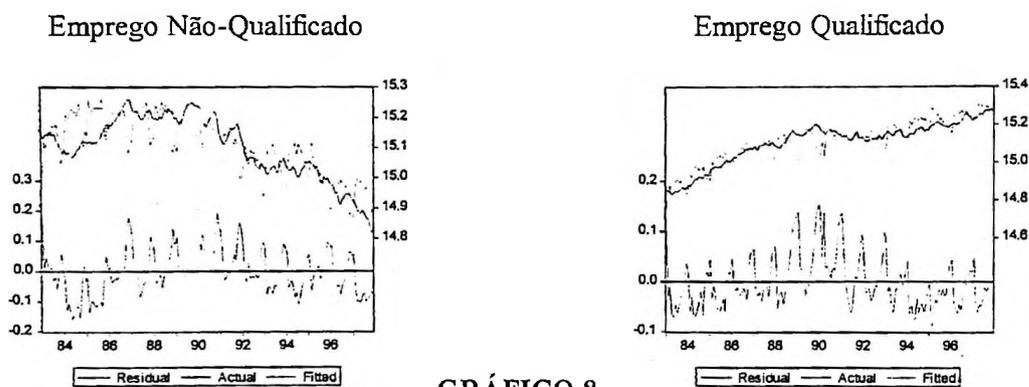
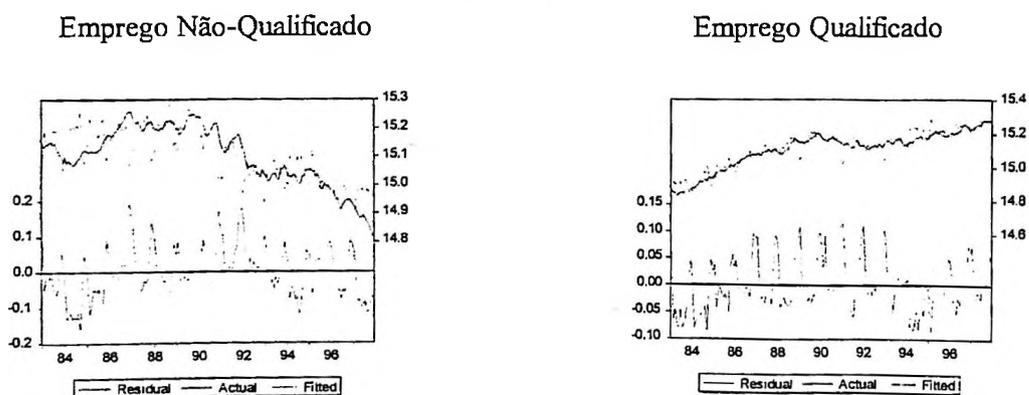


GRÁFICO 8



Observando os gráficos acima, percebe-se que enquanto do ponto de vista do trabalho qualificado a série atual segue de forma relativamente suave a demanda estimada

de longo prazo, em relação ao emprego não-qualificado a série atual parece se afastar em vários pontos do emprego de longo prazo. Esta observação sugere que o problema pode residir no fato de que a demanda de longo prazo foi mal especificada, daí a estimação de um coeficiente de custo de ajuste negativo na equação de Euler referente a emprego não-qualificado<sup>6</sup>.

O próximo passo consiste na estimação da velocidade de ajuste. Como visto anteriormente, há duas formas alternativas de se estimar a velocidade de ajuste. Uma possibilidade é a estimação indireta a partir de (34), onde se usa as estimativas prévias do custo de ajustamento. Dado o resultado indesejável de se ter estimado um custo de ajustamento negativo para o trabalho não-qualificado e dado que os resultados obtidos para trabalho qualificado são em geral sensíveis à escolha da janela e da banda no GMM, parece mais adequado estimar a velocidade de ajuste a partir de (37).

Dessa forma, a velocidade de ajuste é estimada por mínimos quadrados não-lineares na equação (37), onde se acrescenta três *leads* e *lags* da primeira diferença dos elementos estocásticos componentes do vetor  $X_t$  a fim de controlar a endogeneidade dessas variáveis, e o problema de autocorrelação é abordado a partir do método de Newey-West. Note também que a partir de (37) é possível obter uma estimativa das relações de longo prazo dos fatores.

Finalmente, uma vez obtidas estimativas para a velocidade de ajuste, pode-se estimar a defasagem mediana, que é definido como o número de meses que a firma leva para realizar metade do ajuste, e pode ser escrita como :

$$DM = \ln(0.5) / \ln(\text{raiz característica estacionária}) \quad (39)$$

Os resultados obtidos estão expostos na tabela abaixo, onde se considera as duas especificações da relação de longo prazo discutidas anteriormente :

---

<sup>6</sup> Foram tentadas duas especificações alternativas para a demanda de longo prazo: em um caso, introduziu-se câmbio, e em outro uma taxa de juros. Em ambos os casos, no entanto, a relação entre a série atual e a estimada de longo prazo ficou similar àquela vista nos gráficos 7 e 8 em relação ao emprego não-qualificado, e o custo de ajuste estimado foi significativamente negativo.

TABELA 6. Velocidade de Ajuste, Defasagem Mediana e Relação de Longo Prazo  
Estimação via mínimos quadrados não-lineares

EMPQ						
VELAJ	DM	SALQ	PIB	T	C	
0,9216***	8,5	0,005	0,89**	-6,03E-05	10,8***	
VELAJ	DM	SALQ	SALNQ	PIB	T	C
0,9004***	6,6	0,37	-0,36	0,7***	0,0003	11,4***
EMPNQ						
VELAJ	DM	SALNQ	PIB	T	C	
0,974***	26,3	-0,26	1,62*	-0,0006	9,4***	
VELAJ	DM	SALNQ	SALQ	PIB	T	C
0,967***	20,7	-0,71	0,51	1,36*	-0,005	9,8
***, ** e * indicam respectivamente significância nos níveis 1%, 5% e 10%.						

Os resultados apresentados na tabela acima são de novo surpreendentes: ao contrário do que era intuitivamente esperado, estimou-se um custo de ajustar maior em relação ao trabalho não-qualificado. Este resultado também pode ser interpretado a partir da evidência exposta nos gráficos 7 e 8 : uma vez que a relação de emprego não-qualificado de longo prazo estimada se afasta em vários momentos da série atual, a regressão em (37) pode estar captando estas distâncias relativas na forma de um custo de ajuste elevado. Novamente, o problema parece residir no fato de que as especificações escolhidas para representar a demanda de longo prazo omitem algum elemento relevante para explicar a dinâmica da demanda por mão-de-obra não-qualificada.

Em relação à velocidade de ajuste do trabalho qualificado, os resultados obtidos foram que a velocidade de ajuste varia entre 0.92 e 0.9 (dependendo das especificações de longo prazo). Logo, esses resultados sugerem que o custo de ajustamento é um elemento importante para explicar a trajetória do emprego qualificado. É conveniente tentar comparar este resultado com os resultados obtidos recentemente por outros autores a partir de dados brasileiros.

Assim, Corseil e Gonzaga(1997), utilizando dados da PIM e usando uma metodologia de variáveis instrumentais, estimam um coeficiente de velocidade de ajuste associado ao emprego de 0.94. Já Gonzaga e Pereira(1998), utilizando os dados da PIM mas com uma metodologia análoga à nossa, partem de um modelo que distingue entre empregos e horas médias e estimam um coeficiente de velocidade de ajuste do emprego de 0.989 (o que representa uma defasagem mediana de cerca de 65 meses). Meyer(1999), trabalhando com a base de dados da PME e utilizando uma metodologia análoga à nossa, conduz uma análise setorialmente desagregada onde infere em particular que os coeficientes de ajuste no setor industrial (onde tende a se concentrar mão-de-obra qualificada) varia entre 0.85 e 0.9. Uma exceção a essa classe de resultados que indicam um ajuste lento é Barros et all(1998), onde o coeficiente da velocidade de ajuste é estimado em torno de 0.5, indicando um ajuste muito rápido. Convém notar, entretanto, que este autor adotou uma metodologia bem distinta, trabalhando com dados em painel.

Considerando os resultados expostos acima, as estimativas aqui obtidas em relação ao trabalho qualificado parecem ser bem razoáveis, uma vez que é de fato esperado um ajuste lento da mão-de-obra qualificada e ainda por cima esta variável está considerando apenas os trabalhadores do setor formal da economia.

#### **4. Conclusões**

A tese em questão se propôs a dois objetivos : organizar os principais resultados teóricos da literatura e estimar uma demanda dinâmica por trabalho qualificado e não qualificado para a economia brasileira.

Em relação ao primeiro objetivo destacou-se como resultados relevantes obtidos na literatura os seguintes : (i) a demanda de longo prazo  $x^*$  em um modelo dinâmico apresenta propriedades distintas do que aquelas apresentadas pela demanda de longo prazo de um problema estático. Em particular, a matriz de substituição associada a  $x^*$  não necessariamente é definida negativa e simétrica, (ii) condição necessária e suficiente para que a matriz de substituição associada a  $x^*$  seja negativa definida e simétrica é que a matriz que mede o efeito da expansão do fator  $j$  sobre o custo marginal de ajustamento do fator  $i$  seja simétrica. Assim, modelos que assumem a priori separabilidade (a matriz descrita acima seria identicamente nula) não levam em consideração o problema descrito

em (i), (iii) concavidade estrita da tecnologia é condição suficiente porém não necessária para a obtenção do mecanismo de acelerador flexível localmente, (iv) condição necessária e suficiente para que o mecanismo do acelerador flexível seja válido globalmente é que a taxa de expansão dos fatores não dependa diretamente da taxa de desconto intertemporal, (v) não separabilidade é condição necessária para o mecanismo do acelerador flexível ser válido globalmente. Em particular, concavidade estrita da tecnologia não é condição suficiente para validade global do acelerador, (vi) o mecanismo do acelerador flexível ainda é válido sob expectativas não estáticas desde que se considere um equilíbrio móvel. Todos os resultados são obviamente qualificados pelas hipóteses assumidas em cada caso a fim de obter tais conclusões.

No que se refere à aplicação empírica, o objetivo foi estimar um modelo de custo de ajustamento associado aos fatores trabalho qualificado e não qualificado. Nesse sentido, partiu-se de um modelo de custos quadráticos e adotou-se uma estratégia de estimação condicionada na ordem de integração das variáveis.

Considerando os resultados, a estimação da relação de longo prazo dos fatores produziu em geral estimativas das elasticidade-salários e produto razoáveis. Um problema associado a esta estimação diz respeito à possibilidade de interpretar esta relação como uma demanda de longo prazo, uma vez que as séries de emprego e salários se referem a preços e quantidades de equilíbrio no mercado de trabalho. Uma vez que tanto demanda como oferta se deslocaram nesse período, há um problema de identificação associado à relação de longo prazo.

No que diz respeito à relação de curto prazo, os resultados obtidos em relação ao fator trabalho qualificado foram consistentes, onde se estimou custo de ajuste para esse fator positivos e o coeficiente de velocidade de ajuste que indica um ajustamento lento, o que parece fazer sentido dado que se considera trabalhadores educados com carteira e tendo em vista os resultados obtidos no Brasil pelos autores citados anteriormente. Já em relação ao trabalho não-qualificado, entretanto, obteve-se o resultado indesejável de um custo de ajuste estimado negativo associado a uma velocidade de ajuste muito lenta, resultado este que pode ser interpretado como evidência de que a relação de longo prazo desse fator foi mal especificada, omitindo-se alguma variável relevante para explicar a dinâmica da demanda nesse setor.

