

TEXTO PARA DISCUSSÃO Nº 613

**COMPARAÇÃO DE MODELOS DE
PREVISÃO PARA O PIB E O
PRODUTO DA INDÚSTRIA**

Ajax R. Bello Moreira^{*}
Elaine Amendola^{**}

Rio de Janeiro, dezembro de 1998

^{*} Da Diretoria de Pesquisa do IPEA.

^{**} Mestranda da Coppe/UFRJ.



O IPEA é uma fundação pública vinculada ao Ministério do Planejamento e Orçamento, cujas finalidades são: auxiliar o ministro na elaboração e no acompanhamento da política econômica e prover atividades de pesquisa econômica aplicada nas áreas fiscal, financeira, externa e de desenvolvimento setorial.

Presidente

Fernando Rezende

Diretoria

Claudio Monteiro Considera

Luís Fernando Tironi

Gustavo Maia Gomes

Mariano de Matos Macedo

Luiz Antonio de Souza Cordeiro

Murilo Lôbo

TEXTO PARA DISCUSSÃO tem o objetivo de divulgar resultados de estudos desenvolvidos direta ou indiretamente pelo IPEA, bem como trabalhos considerados de relevância para disseminação pelo Instituto, para informar profissionais especializados e colher sugestões.

ISSN 1415-4765

SERVIÇO EDITORIAL

Rio de Janeiro – RJ

Av. Presidente Antônio Carlos, 51 – 14º andar – CEP 20020-010

Telefax: (021) 220-5533

E-mail: editrj@ipea.gov.br

Brasília – DF

SBS Q. 1 Bl. J, Ed. BNDES – 10º andar – CEP 70076-900

Telefax: (061) 315-5314

E-mail: editbsb@ipea.gov.br

© IPEA, 1998

É permitida a reprodução deste texto, desde que obrigatoriamente citada a fonte. Reproduções para fins comerciais são rigorosamente proibidas.

SUMÁRIO

RESUMO

ABSTRACT

| | |
|---------------------------------|----|
| 1 – INTRODUÇÃO | 1 |
| 2 – METODOLOGIA | 3 |
| 3 – MODELO UNIVARIADO | 6 |
| 4 – MODELO MULTIVARIADO..... | 13 |
| 5 – COMPARAÇÃO DOS MODELOS..... | 19 |
| 6 – CONCLUSÃO | 20 |
| BIBLIOGRAFIA | 21 |

RESUMO

Para a previsão de curto prazo do índice do produto da indústria e do PIB considera-se um modelo auto-regressivo vetorial bayesiano de variáveis que precedem as variáveis-alvo e um modelo dinâmico bayesiano que extrai e projeta as componentes de tendência/sazonalidade/ciclo e da taxa de juros. Os modelos são estimados utilizando o algoritmo de cadeias de Markov estocásticas que obtém a distribuição *a posteriori* dos parâmetros e das demais estatísticas de interesse.

ABSTRACT

To do short-run forecast of GDP and Production Industrial Index we propose two complementary models. A Bayesian vector autoregressive model of lead variables and a dynamic Bayesian model that extract trend, seasonal, cycle and interested rate factors to forecast. Using Monte Carlo Markov Chain (MCMC) method, we obtain, parameters and others statistics posteriori distribution.

1 - INTRODUÇÃO

A atividade econômica é afetada por choques de diversas fontes. Alteração de política econômica, do nível da tecnologia de produção, do grau de competitividade da economia em relação ao resto do mundo, das condições meteorológicas ou quaisquer outros elementos que afetem as decisões de produzir e consumir dos agentes econômicos. Esta multiplicidade torna difícil identificar as fontes exógenas e observáveis que sejam dominantes na determinação do nível da atividade.

A atividade econômica é medida no Brasil pelo índice do produto da indústria geral que é mensal, e pelo PIB que é trimestral mas para o qual é utilizada uma estimativa mensal.¹ A previsão da trajetória futura destas variáveis sinaliza as tendências de curto prazo da economia que são um elemento importante para a formação das expectativas dos agentes.

Neste texto estamos interessados em previsão de curto prazo, ou seja, dada a informação disponível até o instante (D_t) qual o melhor previsor de (y) para os próximos períodos $E(y_{t+h}|D_t)$. Para isto vamos considerar dois tipos de modelos. O primeiro, multivariado, admite que existam variáveis que antecipem o movimento futuro do nível de atividade, que estão relacionadas intertemporalmente entre si e com o nível de atividade. O segundo, univariado, admite que a trajetória do nível de atividade tenha um padrão característico representado pela superposição de fatores estocásticos.

O primeiro modelo utiliza a informação contida em variáveis que antecipam as flutuações do nível de atividade, considerando a inter-relação dinâmica entre estas variáveis para prever o nível de atividade. O segundo supõe que a trajetória do nível de atividade pode ser decomposta em fatores que tenham um padrão dinâmico próprio, e que, extrapolados, compõem a previsão. Admite-se que estes fatores sejam a tendência, a sazonalidade, um ciclo e o efeito do número de dias trabalhados no mês. Os parâmetros deste modelo são adaptativos e, portanto, podem considerar as inúmeras inflexões consequenciais dos diversos choques reais sobre a economia. Entretanto, não têm como antecipar as consequências de alterações de política anunciadas ou ocorridas em um prazo insuficiente para o mecanismo de adaptação funcionar.

Já foi mencionado que são inúmeras as fontes que potencialmente podem afetar o nível de atividade, e fontes que possivelmente são endógenas e afetadas por

¹ Como não existem dados sobre o PIB mensal brasileiro, este foi construído com as mesmas séries e a mesma ponderação utilizada pelo PIB trimestral, mas com as séries mensais, exceto para o produto do comércio que foi calculado regredindo-o, com dados trimestrais, com o produto agropecuário e o da indústria de transformação e variáveis indicadoras sazonais. Os coeficientes estimados foram utilizados com as séries regressoras mensais, e as variáveis indicadoras transformadas em mensais fazendo-as tomar o mesmo valor nos meses do trimestre correspondente. Este PIB mensal, quando agregado trimestralmente, reproduziu os resultados do PIB trimestral.

choques reais. Apesar disso vamos admitir que a taxa de juros ativa é um determinante notável. Tem sido um instrumento importante de política econômica, especialmente no passado recente, e em uma primeira aproximação, será considerada como exógena no curto prazo, pois controlada pelo Bacen de forma direta ou pela manipulação das taxas dos compulsórios. Sob esta hipótese vamos considerar um terceiro modelo que é uma variante do segundo, que incorpora o efeito da taxa de juros real ativa através de uma função de transferência de primeira ordem.

O primeiro é um modelo ARV, que tem um número muito grande de parâmetros e a sua capacidade preditiva pode ser melhorada introduzindo informação *a priori* sobre estes parâmetros. Neste caso será estimada como um modelo bayesiano condicional a distribuição *a priori* para os parâmetros. O segundo e o terceiro são modelos não-lineares dinâmicos que, dados o grau de adaptabilidade dos parâmetros e a especificação da componente cíclica, se transformam em um modelo linear em que os seus estimadores também têm expressão analítica. Estas grandezas condicionantes, especificação da priori ou grau de adaptabilidade dos parâmetros, e os elementos da equação de transição desconhecidos são chamados de hiperparâmetros (h). Todos os modelos são não-lineares, mas dado (h) são lineares, e portanto todos os seus elementos têm expressão analítica. As distribuições dos parâmetros $E(\theta_{t+l}|D_t, h)$, da previsão $E(y_{t+h}|D_t, h)$, e o valor da verossimilhança $VM(h)$.

Uma das abordagens para estimar (h) é utilizar o estimador de máxima verossimilhança (*EMV*) $h^* = \text{argmax}\{VM(h)\}$ e seguir a análise com os resultados condicionados a (h^*). Como neste caso obtemos apenas a expressão numérica para $VM(h)$ e não conhecemos o formato desta função, esta abordagem não permite obter o efeito da incerteza da estimativa de (h) sobre as estatísticas de interesse, como por exemplo sobre a previsão.

Na abordagem bayesiana é definida uma distribuição *a priori* $p(h)$ para os hiperparâmetros, e utilizam-se métodos de integração numérica para obter a distribuição *a posteriori* $p(h|y)$ com a qual pode-se calcular as distribuições não-condicionais das estatísticas de interesse, por exemplo da previsão $E(y_{t+k}|D_t)$.

Os métodos de integração numérica são particularmente vulneráveis à dimensão do espaço de integração. Adotamos aqui um método de cadeias de Markov estocásticas, conhecido na literatura por MCMC/Metropolis-Hastings. Este método é mais eficiente do que outros métodos de integração para tratar problemas onde o espaço de integração tenha maior dimensão, e prescinde do conhecimento das distribuições condicionais dos hiperparâmetros. Especificado com múltiplas cadeias este método pode identificar pontos extremos locais. Identificação que não é feita pelos algoritmos de otimização utilizados pelos estimadores de máxima verossimilhança, o que é uma limitação destes estimadores.

Este texto estima, para o produto da indústria geral e o PIB, tratados de forma independente, os dois modelos univariados e o multivariado, e compara os resultados obtidos considerando a incerteza da estimativa dos parâmetros e dos hiperparâmetros.

A Seção 2 discute brevemente o método de integração adotado e os seus critérios de convergência, na Seção 3 é apresentado o modelo univariado, na Seção 4 o multivariado e a última compara os modelos e conclui.

2 - METODOLOGIA

Os modelos bayesianos lineares estáticos e dinâmicos ficam definidos de forma condicional a grandezas desconhecidas. No caso do modelo estático estes elementos são a média e variância da priori do período inicial (m, M). No caso do dinâmico daqueles específicos do modelo estático temos os coeficientes desconhecidos da transição (G), e a incerteza das inovações da transição (W).

O modelo estático multivariado com ($j = 1 \dots m$) variáveis endógenas e ($k = 1 \dots q$) parâmetros por equação é dado por:

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_{ij} = X_{ik} \Theta_{kj} + U_{ij}, U \sim N(0, \Sigma) \\ (\Theta / \Sigma) \sim N(m, M, \Sigma) \\ (\Sigma) \sim WI(A, d) \end{array} \right. \quad (1)$$

Modelo dinâmico univariado:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_t = X_t \theta_t + u_t, u \sim N(0, V) \\ \theta_t = G \theta_{t-1} + \xi_t, \xi_t \sim N(0, WV) \\ \theta_0 \sim N(m, MV) \\ V \sim GI(A, d) \end{array} \right. \quad (2)$$

Nos dois casos, condicional aos hiperparâmetros (h), é possível obter a expressão analítica das distribuições dos parâmetros (Θ), da previsão e da verossimilhança preditiva $L(h)$.

No modelo estático a verossimilhança é:

$$k = \pi^{-qt/2} \prod_{i=1}^q \Gamma((d+T+1-i)/2) / \Gamma((d+1-i)/2) \quad VM(h) = k / |I+XMX'|^{-q/2} / |A+(Y-Xm)'(I+XMX')^{-1}(Y-Xm)|^{-(d+T)/2} \quad h = (m, M) \quad (3)$$

e no modelo dinâmico:

$$VM(h) = k \prod_{t=1}^T \{ G(n_{t-1}, q) / Q_t S_{t-1} \Gamma^{-1/2} \cdot (n_{t-1} + e_t' (Q_t S_{t-1})^{-1} e_t)^{-(n_{t-1} + q)/2} \}$$

$$G(n_{t-1}, q) = n_{t-1}^{n_{t-1}/2} \pi^q \Gamma((n_{t-1} + q)/2) / \Gamma(n_{t-1}/2) \quad h = (m, M, G, W) \quad (4)$$

Seja $L(h) = VM(h) \cdot p(h)$ então a distribuição *a posteriori* de (h) depende da obtenção da integral na expressão (5):

$$p(h|y) = L(h) / \int_h L(h) dh \quad (5)$$

Obtida $p(h|y)$ é possível calcular os resultados marginais de qualquer estatística de interesse, como por exemplo da previsão ou dos parâmetros do modelo:

$$E(y_{t+k}|D_t) = \int_h E(y_{t+k}|D_t, h) p(h|y) dh \quad (6)$$

$$E(\Theta_T|D_t) = \int_h E(\Theta_T|D_T, h) p(h|y) dh \quad (6.1)$$

O método (MCMC/Metropolis-Hastings) ou MCMC/MH, que está descrito em Gamerman (1997), constrói a partir do ponto inicial $h_{k(0)}$ a seqüência $\{h_{k(0)}, h_{k(1)}, \dots, h_{k(n)}\}$ segundo a regra (7). Pode-se provar que a seqüência obtida converge em probabilidade para a distribuição de $p(h|y)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} h_{(i)}^j = h_{(i-1)}^j + \varepsilon_j \text{ se } L(h_{(i-1)}^j + \varepsilon_j) / L(h_{(i-1)}^j) < u \\ h_{(i)}^j = h_{(i-1)}^j \text{ em caso contrário} \end{array} \right\} \forall j = 1 \dots p; i = 0, 1, \dots \quad (7)$$

onde:

$$\varepsilon_j \sim N[0, \sigma_j], \quad u \sim U[0, 1]; \text{ e}$$

$h_{k(i)}^j$: j-ésimo hiperparâmetro na iteração (i) da seqüência k .

O fundamento teórico deste método garante que as cadeias convergem para a distribuição de interesse, mas não indica um critério para o reconhecimento da convergência. A convergência do processo será avaliada pela medida $L(h)$, segundo dois critérios. O primeiro, devido a Geweke, considera que uma cadeia converge se a média $L(h_{k(i)})$ está estável. O segundo critério considera que o processo convergiu se as (K) cadeias convergiram para um mesmo processo, o que pode ser testado comparando a variância total $L(h_{k(i)})$ de todas as cadeias com a variância dentro de cada cadeia.

Então, para cada cadeia (k) que tem ponto inicial $(h_{k(0)})$ obtém-se a seqüência $\{h_{k(0)}, h_{k(1)}, \dots, h_{k(n)}\}$ utilizando a regra (7) para a qual calculam-se os logaritmos de $L(h)$ $\{l(h_{k(n)}), l(h_{k(n-1)}), \dots, l(h_{k(n-j+1)})\}$ para os últimos (j) pontos de cada cadeia:

$$m_{nk} = \text{média da seqüência } \{l(h_{k(n)}), \dots, l(h_{k(n-j+1)})\}$$

$$v_{nk} = \text{variância da seqüência } \{l(h_{k(n)}), \dots, l(h_{k(n-j+1)})\}$$

A estatística de Geweke testa se $(m_{nk} \approx m_n)$ para cada uma das cadeias, e o segundo critério compara a variância total com a variância dentro das cadeias, onde (v_{nk}^2) é a variância corrigida da autocorrelação da cadeia.

$$R = \frac{\sum_k v_{nk}}{\sum_k v_{nk} + (m_{nk} - m_n)^2} \quad (8)$$

$$G_{nk} = (m_{nk} - m_{(n-2j)k}) / v_{nk}$$

Depois que o processo converge, todos os pontos obtidos $h_{k(i)}$ são pontos de $p(h/y)$. Portanto, após a iteração (n^*) basta repetir a regra (7) tantas vezes quantos são os pontos desejados da distribuição *a posteriori*.

Na estimativa da posteriori de (h) foi adotado o método de MCMC com quatro cadeias simultâneas, com uma janela de teste de 100 iterações, e obtidos 2 mil pontos da posteriori.²

A utilização mostrou que uma das limitações deste método é a existência de extremos locais. Embora identifique a existência destes extremos, o que não ocorre nos métodos usuais de otimização, a probabilidade de a cadeia se afastar do extremo local tende a ser baixa, o que leva à não-convergência de acordo com o segundo critério. Nos modelos considerados este problema ocorreu na estimativa da componente da frequência do ciclo, que apresenta um extremo local para ciclos de alta frequência. O critério adotado consistiu em eliminar os ciclos de alta frequência — inferior a um mês — sob o argumento de não auxiliarem na previsão de curto prazo.

A previsão a partir do segundo passo dos modelos auto-regressivos depende da previsão do período anterior, o que implica que estas previsões dependem do produto de variáveis aleatórias — as previsões dos períodos anteriores e os estimadores dos coeficientes do modelo —, o que impede a obtenção de uma expressão analítica da distribuição destas previsões. A solução adotada habitualmente consiste em realizar previsões condicionais às previsões mais prováveis dos períodos anteriores, e não calcular medidas de incerteza destas estatísticas. Os métodos de Monte Carlo, como o proposto neste artigo, podem calcular por simulação a distribuição destas previsões.

Os modelos serão comparados considerando o tamanho do intervalo de máxima densidade *a posteriori* (65%) das previsões, e medidas de capacidade preditiva. Uma das medidas é o Theil-U³ do erro de previsão para até seis meses à frente — $e_{t+k} = \sum_{i=1}^k y_{t+k} - X \cdot E(\theta_{t+k} | D_t, h)$ — que mostra o quanto o modelo proposto é melhor do que o modelo do passeio aleatório simples.

² O critério de convergência adotado foi: a) $R \leq 1$ e b) $|G| < 3$, e que a VM na moda não fosse inferior à VM obtida com EMV.

³ Theil-U_k = $(\sum_t e_{t+k}^2 / \sum_t g_{t+k}^2)^{1/2}$, onde $g_{t+k} = y_{t+k} - y_t$.

O objetivo destes modelos é prever a produção acumulada num certo período; portanto, uma outra medida de capacidade preditiva é o erro acumulado $f_{t+k} = \sum_{i=1}^k e_{t+i}$ com o qual é calculado o desvio padrão quadrático médio (DQMA) para as previsões de até seis meses à frente.⁴

3 - MODELO UNIVARIADO

O modelo adotado tem as seguintes características:

- embora seja um modelo univariado pode ser visto como a forma reduzida de um modelo com múltiplas variáveis endógenas (z) - $\Phi(L)z_t = \Theta(L)e_t$ — que tem como uma das componentes o nível de atividade (y). Neste caso pode-se mostrar que $E(y_{t+h}|D_t) = \phi(L)y_t + \theta(L)u_t$, onde (u) é uma mistura dos choques (e);
- modelo de decomposição de tendência/sazonalidade/ciclo/efeito dias úteis que adotamos representa uma ampla classe de modelos Arima mencionados no item anterior, e estima fatores que têm interpretação e dinâmica próprias;
- por ser uma forma reduzida evita a estimação da quantidade enorme de parâmetros implícita no modelo multivariado mencionado, o que pode reduzir a incerteza da previsão que é a nossa estatística de interesse;
- a simplicidade permite a sua estimação como um modelo dinâmico que pode considerar a alteração dos seus parâmetros ao longo da amostra;
- por ser uma forma reduzida não permite identificar a origem do choque que alterou a trajetória esperada.

Este modelo fica definido pelas equações a seguir que definem implicitamente (X_t, G_t, W_t) mencionado em (2), e que o hiperparâmetro que é constante ao longo da amostra, $h = (\alpha, \beta, \sigma_\eta, \sigma_\kappa, \sigma_\tau, \sigma_\delta, \sigma_\xi)$, é desconhecido e deve ser estimado.

Equação de observação: $Y_t = \mu_t + \gamma_t + \psi_t + \theta_t \cdot d_t + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$

Tendência:
$$\begin{bmatrix} \mu_t \\ \beta_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \mu_{t-1} \\ \beta_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_t \\ \delta_t \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \xi_t \\ \delta_t \end{bmatrix} \approx N\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_\xi & 0 \\ 0 & \sigma_\delta \end{bmatrix}\right)$$

⁴ As medidas de capacidade preditiva foram definidas como conjunto de informação específico e, portanto, não são estritamente comparáveis. No caso do modelo univariado, que é recursivo, o erro de previsão foi calculado considerando a informação até o período (t) para os parâmetros e toda a amostra para os hiperparâmetros. No caso do modelo multivariado que foi estimado com um algoritmo não recursivo os parâmetros e os hiperparâmetros foram estimados utilizando toda a amostra. O tratamento correto desta questão, ou seja, a utilização dos erros suavizados no caso do modelo univariado e de um algoritmo recursivo no caso multivariado, não foi feito devido ao alto custo computacional dos dois casos para o computador disponível (Pentium II/266).

Sazonal:
$$\gamma_t = \sum_{i=1}^{s-1} \gamma_{t-i} + \delta_t, \delta_t \sim N(0, \sigma_\delta^2)$$

Ciclo:
$$\begin{bmatrix} \psi_t \\ \psi_t^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \lambda \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \psi_{t-1} \\ \psi_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_t \\ 0 \end{bmatrix}, k_t \sim N(0, \sigma_k^2)$$

Efeito dos dias úteis (d) no mês:
$$x_t = x_{t-1} + \tau_t, \tau_t \sim N(0, \sigma_\tau^2)$$

Os momentos especiais experimentados pela economia brasileira, como os diversos planos econômicos, podem ter promovido a mudança dos parâmetros do modelo em certos momentos ao longo da amostra, ou a existência de observações que discrepam tanto das demais que podem ser consideradas como espúrias. No caso em que (X_t, G_t, W_t) é conhecido West e Harrison propõem um procedimento de monitoramento que reconhece estas situações, considerando o erro da previsão para acumular evidências de que o modelo deixou de funcionar adequadamente. Como no nosso caso (X_t, G_t, W_t) não é conhecido, adotamos um procedimento em dois passos. No primeiro consideramos que todos os pontos são válidos e obtemos o estimador de máxima verossimilhança dos hiperparâmetros (h^*). Condicional a este estimador é utilizado o procedimento de monitoramento mencionado⁵ para identificar as quebras estruturais ou observações espúrias. A Tabela 1 apresenta o valor de (h^*) obtido no primeiro passo, que foi estimado para o período janeiro de 1980 a dezembro de 1996.

Tabela 1

Estimadores de Máxima Verossimilhança — Etapa 1

| Modelo | α | λ | Nível (σ_η) | Inclinação (σ_ξ) | Sazonalidade (σ_δ) | Ciclo (σ_k) | Dias (σ_τ) |
|--------|----------|-----------|----------------------------|--------------------------------|-------------------------------------|-------------------------|---------------------------|
| IG | 1,483 | -0,735 | 1,511 | 0,026 | 0,018 | 0,715 | 0,172 |
| PIB | 1,585 | -0,738 | 1,890 | 0,026 | 0,037 | 0,918 | 0,222 |

O monitoramento identifica o período de tempo (t^*) para o qual foram acumuladas evidências de que o modelo não está funcionando. Admite-se como espúrias as observações que, omitidas do modelo, fazem com que o monitoramento não indique os pontos subsequentes. Admite-se como necessidade de alteração do modelo quando, mesmo com a omissão da observação indicada, o monitor persiste na indicação de que o modelo não está funcionando.

As conseqüências para a estimação das duas situações são obviamente opostas. No caso de ponto espúrio trata-se de omiti-lo da estimação, ou seja, dar peso nulo à informação que a observação traz. No outro caso, em que se admite alteração do modelo, trata-se de dar peso máximo — ou seja, aumentando W no período da alteração — às novas informações para que o modelo possa, o mais rápido

⁵ No critério de monitoramento, a variância do modelo alternativo foi definida quatro vezes maior que a do modelo sob teste e reconhece como duvidosa a observação em que o fator de Bayes for inferior a (-3).

possível, se ajustar à nova situação. Neste caso é necessário determinar (W_{t^*}) arbitrariamente ou estimando-o como novas componentes de (h), o que dificulta o procedimento de estimação do modelo.

O procedimento de identificação dos pontos notáveis consistiu em: estimar o modelo até o primeiro período (t) identificado pelo monitor; a observação (t) foi então redefinida como espúria e repetida a estimação até a próxima identificação do monitor. A não-correção do modelo após a exclusão de uma observação seria uma indicação de necessidade de alteração do modelo.

Adotando o critério acima, que é arbitrário, obtivemos para o modelo da indústria geral e para o PIB o fator de Bayes entre o modelo do monitor e o modelo corrente apresentados no Gráfico 1 e as observações espúrias — na notação aa.mm — mostradas na Tabela 2. Foram indicadas apenas observações espúrias, e estas podem ser associadas a alguma das numerosas intervenções das autoridades na economia. Adicionalmente, como o Gráfico 1 mostra, não se pode rejeitar a hipótese de que o modelo não tem outros pontos notáveis.

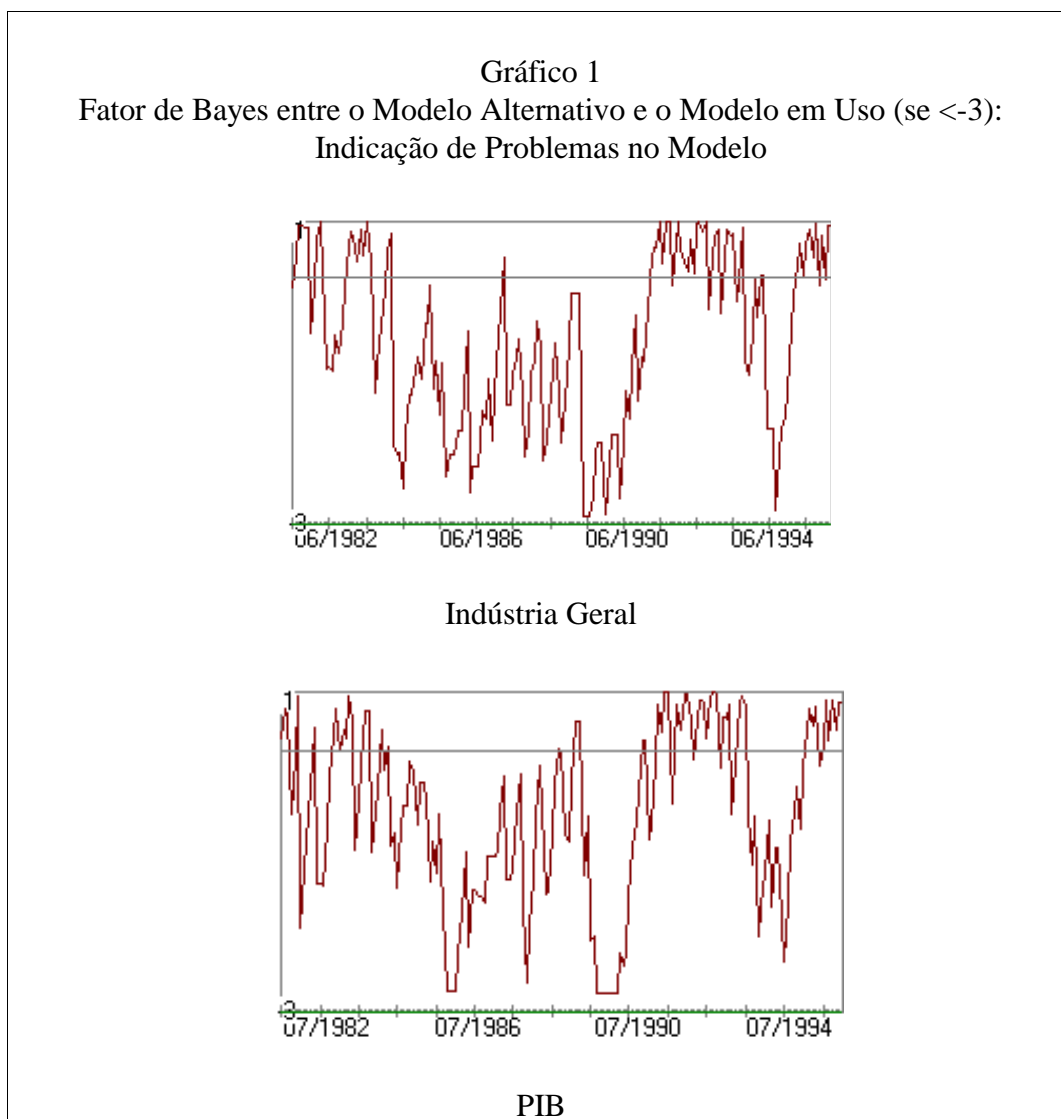


Tabela 2

Observações Espúrias

| | |
|------------------------|---|
| Indústria Geral | 85,10, 86,03, 86,11, 86,12, 87,07, 87,08, 88,06, 90,03, 90,04, 90,05, 90,07, 90,08, 90,12, 91,04, 91,05, 95,05, 95,07 e 95,08 |
| PIB | 84,10, 85,10, 86,03, 86,11 a 87,01, 87,09, 87,09, 87,12, 88,01, 88,06, 90,03, 90,04, 90,10 a 91,03, 91,12 e 95,05 |

Excluindo as observações indicadas, foi obtida, utilizando o algoritmo do MCMC/MH, a distribuição *a posteriori* dos hiperparâmetros $p(h|y)$ apresentada de forma resumida na Tabela 3. A moda, o valor médio e o intervalo de máxima densidade *a posteriori* correspondem a 65% da massa de probabilidade.

Tabela 3

Estimativas dos Hiperparâmetros

| Hiperparâmetro | Indústria Geral | | | | PIB | | | |
|----------------------------------|-----------------|--------|----------|----------|--------|--------|----------|----------|
| | Moda | Média | Inferior | Superior | Moda | Média | Inferior | Superior |
| α | 1,504 | 1,448 | 1,126 | 1,699 | 1,633 | 1,517 | 1,286 | 1,772 |
| λ | -0,698 | -0,658 | -0,909 | -0,342 | -0,789 | -0,691 | -0,902 | -0,462 |
| Nível (σ_η) | 2,128 | 2,313 | 1,151 | 3,368 | 2,053 | 2,357 | 1,040 | 3,447 |
| Inclinação (σ_ξ) | 0,042 | 0,127 | 0,000 | 0,345 | 0,022 | 0,154 | 0,000 | 0,427 |
| Sazonalidade (σ_δ) | 0,097 | 0,108 | 0,000 | 0,238 | 0,037 | 0,132 | 0,000 | 0,287 |
| Ciclo (σ_κ) | 1,320 | 1,475 | 0,571 | 2,000 | 0,910 | 1,435 | 0,501 | 1,999 |
| Efeito dias (σ_τ) | 0,124 | 0,191 | 0,000 | 0,544 | 0,068 | 0,205 | 0,007 | 0,540 |

Estes resultados mostram que tanto para o modelo do PIB como para o da indústria, não se pode rejeitar a hipótese de que a inclinação da tendência, os fatores sazonais e o efeito dos dias trabalhados não sejam estocásticos. Admitir esta hipótese tem a vantagem de evitar que estas componentes capturem inadequadamente o efeito de uma observação espúria não identificada, e também faz com que a componente de crescimento (β) meça a tendência de crescimento de longo prazo.

Este modelo não tem como antecipar os efeitos de alterações anunciadas de política econômica uma vez que a trajetória do nível de atividade é determinada exclusivamente por choques estocásticos não-identificados. Esta restrição pode ser relaxada pela incorporação de mais um bloco ao modelo que represente o efeito de variáveis explicativas.

O nível de atividade é afetado por muitos choques diferentes, mas vamos admitir que a taxa de juros ativa⁶ represente os determinantes de curto prazo do produto e que esta variável seja exógena.

Estas hipóteses visam simplificar o problema. Considerar mais de uma variável explicativa pode dificultar a estimação dos efeitos de cada uma delas, e torna necessário considerar a inter-relação entre as variáveis explicativas na análise dos resultados. Tratar esta variável como endógena implicaria um modelo dinâmico não-linear multivariado para o qual não dispomos de instrumento que estime a distribuição *a posteriori* dos hiperparâmetros.

O terceiro modelo é uma variante do modelo anterior, que considera que a taxa de juros (J) afeta o nível de atividade através de um mecanismo de saturação representado por uma função de transferência de primeira ordem, onde (e) é o efeito de curto prazo e (η) mede a velocidade da saturação:

$$\begin{bmatrix} E_t \\ e_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta & J_t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} E_{t-1} \\ e_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \zeta_t \end{bmatrix}, \zeta_t \approx N(0, \sigma_{\zeta_t})$$

O efeito da taxa de juros medido pelo coeficiente (e) pode ter mudado ao longo do tempo, especialmente porque as altas taxas de inflação antes de 1995 dificultaram a mensuração da taxa de juros real e a percepção dos agentes do efeito da alteração da taxa de juros. Para considerar isto admite-se que o coeficiente (σ) que controla o grau de adaptabilidade deste parâmetro seja zero ao longo da amostra, exceto em maio de 1995 quando ocorreu o primeiro choque monetário após a estabilização. Neste período recebe um valor arbitrário que permita a adaptação imediata do parâmetro (e) para o seu novo nível.⁷ As Tabelas 4 e 5 mostram a distribuição *a posteriori p(h|y)* para o PIB e para a indústria geral e para o modelo de tendência que não considera o efeito da taxa de juros, e para o que considera esse efeito.

Tabela 4

Estimativas dos Hiperparâmetros: Indústria Geral

| Hiperparâmetro | Tendência | | | | F. Trans./Juros | | | |
|------------------------------------|-----------|--------|----------|----------|-----------------|--------|----------|----------|
| | Moda | Média | Inferior | Superior | Moda | Média | Inferior | Superior |
| α | 1,612 | 1,504 | 1,301 | 1,705 | 1,564 | 1,398 | 1,124 | 1,655 |
| λ | -0,916 | -0,799 | -0,997 | -0,602 | -0,859 | -0,721 | -0,965 | -0,45 |
| Saturação (η) | - | - | - | - | 0,871 | 0,587 | 0,011 | 0,972 |
| Nível (σ_{η}) | 2,995 | 2,863 | 2,116 | 3,792 | 1,851 | 2,050 | 1,205 | 3,282 |
| Ciclo (σ_{ζ}) | 0,710 | 1,213 | 0,239 | 2,000 | 0,602 | 0,833 | 0,242 | 1,600 |
| Sazonalidade (σ_{δ}) | - | - | - | - | 0,004 | 0,045 | 0,000 | 0,137 |

⁶ Medida pela taxa de juros sobre capital de giro, deflacionada pela variação do INPC.

⁷ A rigor este coeficiente (σ) poderia ser estimado como mais um hiperparâmetro. Não julgamos que a estimativa deste coeficiente fosse crítica e optamos por definir um valor arbitrário.

Tabela 5
Estimativas dos Hiperparâmetros: PIB

| Hiperparâmetro | Tendência | | | | F. Trans./Juros | | | |
|----------------------------------|-----------|--------|----------|----------|-----------------|--------|----------|----------|
| | Moda | Média | Inferior | Superior | Moda | Média | Inferior | Superior |
| α | 1,621 | 1,445 | 1,185 | 1,699 | 1,623 | 1,481 | 1,202 | 1,691 |
| λ | -0,935 | -0,733 | -0,983 | -0,451 | -0,924 | -0,789 | -0,998 | -0,54 |
| Saturação (η) | - | - | - | - | 0,860 | 0,526 | 0,006 | 0,953 |
| Nível (σ_η) | 2,212 | 2,195 | 1,373 | 3,088 | 2,080 | 2,180 | 1,336 | 3,087 |
| Ciclo (σ_c) | 0,475 | 1,093 | 0,235 | 1,975 | 0,419 | 0,966 | 0,271 | 1,961 |
| Sazonalidade (σ_δ) | - | - | - | - | 0,052 | 0,068 | 0,000 | 0,170 |

A Tabela 6 mostra o valor médio condicional ao EMV $E(e|h^*, y)$, e não-condicional aos hiperparâmetros $E(e|y)$ do parâmetro (e) que mede o efeito da taxa de juros. Todos têm o sinal negativo mas para o caso do PIB é não-significativo. Condicional ao EMV, no longo prazo, o efeito de um aumento sustentado de 1% na taxa de juros ativa real implica queda de 1,7 unidade do índice da indústria geral, o que corresponde a aproximadamente uma queda de 1,7%.⁸ No caso do PIB não é significativo estatisticamente.

Tabela 6
Efeito da Taxa de Juros

| | Indústria | | PIB | |
|--------------|-----------|-------------|------------|------------|
| | EMCMC | EMV | EMCMC | EMV |
| e | -11(2,8) | -21,6 (1,5) | -1,7 (0,5) | -8,8 (0,5) |
| $e/(1-\eta)$ | - | 167 | - | -12 |

As Tabelas 7 e 8 apresentam a média e o intervalo de máxima densidade *a posteriori* — ao nível de 65% — das previsões para até seis meses à frente obtidas utilizando o EMV e o obtido utilizando o método de MCMC/Metropolis-Hastings (EMCMC) do modelo de tendência e do EMH do modelo que incorpora a taxa de juros.

Comparando os resultados do EMV e o do EMCMC pode-se observar o aumento da incerteza das previsões devido à incorporação da incerteza da estimativa dos hiperparâmetros. Chama a atenção que apesar de os hiperparâmetros relativos ao grau de adaptação do modelo (W) serem estimados com um intervalo de máxima densidade *a posteriori* bastante amplo, o aumento da incerteza das previsões é bastante menor. Esta baixa sensibilidade de (W) sobre a distribuição das previsões sugere que não é tão importante a estimativa precisa destes elementos, o que pode justificar o procedimento padrão utilizado para os modelos dinâmicos⁹ que se

⁸ A amplitude do intervalo de máxima densidade *a posteriori* do coeficiente de saturação (η) indica que o efeito de longo prazo é estimado de forma imprecisa.

⁹ West e Harrison propunham a especificação de fatores de desconto para representar (W), que eram definidos considerando valores “razoáveis”.

limitava a arbitrar valores para estes elementos. Esta baixa sensibilidade também é verificada, em menor grau, para os elementos de (G) estimados o que sugere que estes elementos podem ser considerados de forma menos precisa.

Tabela 7

Previsões para a Indústria Geral

| Data | Obs. | EMCMC/Tendência | | | EMV/Tendência | | | EMCMC/Juros | | |
|--------|-------|-----------------|-------|-------|---------------|-------|-------|-------------|-------|-------|
| | | Média | Inf. | Sup. | Média | Inf. | Sup. | Média | Inf. | Sup. |
| 3/1997 | 114,7 | 110,6 | 101,0 | 119,3 | 112,0 | 109,0 | 114,9 | 113,1 | 103,6 | 123,4 |
| 4/1997 | 117,6 | 108,2 | 91,5 | 120,3 | 110,8 | 106,6 | 115,0 | 111,3 | 97,3 | 122,7 |
| 5/1997 | 121,1 | 112,9 | 93,0 | 130,3 | 115,3 | 110,1 | 120,5 | 114,4 | 98,0 | 131,9 |
| 6/1997 | 123,0 | 117,6 | 100,2 | 135,1 | 118,6 | 112,6 | 124,6 | 119,9 | 98,9 | 138,2 |
| 7/1997 | 128,3 | 123,4 | 101,7 | 143,2 | 126,0 | 119,3 | 132,6 | 125,9 | 95,7 | 144,4 |
| 8/1997 | 128,6 | 124,7 | 104,5 | 152,1 | 126,1 | 119,1 | 133,1 | 126,6 | 101,4 | 150,7 |

Tabela 8

Previsões para o PIB

| Data | Obs. | EMCMC/Tendência | | | EMV/Tendência | | | EMCMC/Juros | | |
|--------|-------|-----------------|-------|-------|---------------|-------|-------|-------------|-------|-------|
| | | Média | Inf. | Sup. | Média | Inf. | Sup. | Média | Inf. | Sup. |
| 1/1997 | 130,0 | 133,6 | 126,2 | 139,4 | 133,8 | 131,7 | 135,8 | 133,3 | 127,2 | 139,9 |
| 2/1997 | 127,7 | 130,2 | 118,8 | 140,1 | 130,3 | 127,5 | 133,1 | 129,7 | 122,1 | 139,9 |
| 3/1997 | 144,3 | 144,3 | 131,4 | 155,4 | 144,3 | 140,8 | 147,8 | 144,9 | 132,6 | 155,9 |
| 4/1997 | 149,5 | 144,0 | 126,6 | 159,6 | 143,6 | 139,6 | 147,6 | 144,5 | 131,6 | 159,4 |
| 5/1997 | 148,9 | 145,2 | 127,1 | 158,8 | 144,6 | 140,2 | 149,0 | 145,3 | 132,9 | 163,7 |
| 6/1997 | 149,5 | 149,3 | 135,2 | 163,7 | 148,4 | 143,8 | 153,1 | 149,2 | 133,8 | 166,7 |

Os resultados mostram que se estamos interessados apenas na média da distribuição o EMV é suficiente, mas se estamos interessados em avaliar a incerteza o EMV subestima significativamente a verdadeira incerteza da previsão. Também pode-se observar o pequeno efeito da incorporação da incerteza dos hiperparâmetros sobre as medidas de capacidade preditiva apresentadas na Tabela 9.

A versão do modelo que incorpora o efeito da taxas de juros não apresentou melhora significativa em relação à versão mais simples, o que sugere a sua não-utilização.¹⁰ Entretanto, pode ser útil em momentos específicos em que se deseja saber as conseqüências de uma inflexão antecipada da taxa de juros.

¹⁰ Esta medida de capacidade preditiva foi calculada para o período janeiro de 1984 a dezembro de 1996, que contém muitos períodos de alta inflação ou que a taxa de juros não foi objeto de política.

Tabela 9

Medida de Capacidade Preditiva EMCMC

| Horas | Indústria | | | | PIB | | | |
|-------|-----------|--------|---------|-------|-------|-------|---------|-------|
| | DQMA | | Theil-U | | DQMA | | Theil-U | |
| | Tend. | Juros | Tend. | Juros | Tend. | Juros | Tend. | Juros |
| 1 | 3,330 | 3,421 | 0,446 | 0,467 | 2,195 | 2,207 | 0,378 | 0,381 |
| 2 | 5,027 | 5,218 | 0,459 | 0,480 | 3,533 | 3,523 | 0,396 | 0,395 |
| 3 | 6,490 | 6,848 | 0,409 | 0,428 | 4,682 | 4,647 | 0,393 | 0,389 |
| 4 | 8,224 | 8,682 | 0,411 | 0,432 | 5,906 | 5,869 | 0,398 | 0,398 |
| 5 | 9,640 | 10,229 | 0,409 | 0,433 | 6,912 | 6,907 | 0,411 | 0,413 |
| 6 | 10,919 | 11,575 | 0,425 | 0,433 | 7,872 | 7,800 | 0,417 | 0,419 |

4 - MODELO MULTIVARIADO

A ênfase deste modelo é utilizar a informação contida em variáveis que precedam o movimento do nível de atividade da indústria e do PIB para antecipar as alterações da trajetória destas variáveis. Variáveis deste tipo estão relacionadas com expectativas dos agentes ou com medidas que antecipem o nível futuro da atividade, e dificilmente serão afetadas pelo nível de atividade. Portanto, estas variáveis estão relacionadas dinamicamente entre si, precedem e são precedidas pelo nível de atividade. Isto está de acordo com o fato de que poucas são as variáveis efetivamente exógenas no mundo econômico.

Considerando a interdependência dinâmica destas variáveis, o instrumento adequado para estabelecer esta relação são os modelos auto-regressivos vetoriais (ARV). Como muitas das variáveis estão inter-relacionadas é possível — e conveniente, por questões de parcimônia — que um subconjunto destas variáveis seja suficiente para a previsão do nível de atividade. Portanto, a especificação deste modelo requer a seleção do subconjunto de variáveis relevantes, a escolha do número de defasagens do ARV, a escala com que as variáveis são utilizadas e o tratamento das observações aberrantes ou da mudança dos parâmetros do modelo.

Como todas estas questões são inter-relacionadas, adotamos um critério para análise. Admitimos: seis defasagens — que parece suficiente para dados mensais em um modelo que tem variáveis indicadoras sazonais; a transformação logarítmica — que é a escala padrão para modelos com variáveis com escalas diferentes; e os pontos espúrios indicados na Seção 3. O monitoramento mencionado na Seção 3 poderia, em princípio, ser utilizado para modelos auto-regressivos. Entretanto, a existência de múltiplas variáveis defasadas torna o problema bastante confuso. Daí admitirmos que o monitor do modelo univariado selecionou os pontos notáveis relevantes.

Adotando os critérios acima resta a escolha das variáveis do modelo multivariado. Também aqui não dispomos de um critério viável para escolher qual a melhor lista para antecipar o nível de atividade. De fato, se temos (m) variáveis candidatas deveríamos testar 2^m (número de combinações completas de um conjunto de m

elementos) modelos alternativos. Adotamos então um critério hierárquico. Consideramos inicialmente como variável endógena (y) o nível de atividade: *a*) estimamos o modelo para cada uma das variáveis do conjunto Z ; *b*) incorporamos ao vetor (y) de endógenas a variável (z) que maximiza a verossimilhança do modelo (9) e que rejeita a $H_0: B(L) = 0$; e *c*) o procedimento é repetido a partir de (1):

$$y_t = A(L) y_{t-1} + B(L) z_{t-1} + u_t \quad (9)$$

As Tabelas 10 e 11 apresentam o conjunto de variáveis (Z)¹¹ e os resultados utilizando a amostra janeiro de 1980 a março de 1997. No primeiro par de colunas estão apresentados o logaritmo da verossimilhança e o p -valor do teste. No caso do produto da indústria a primeira variável selecionada foi a produção da indústria de papelão, a seguinte foi o volume de vendas físicas, e M4 (deflacionado). Embora o critério indicasse a inclusão de mais variáveis, consideramos quatro variáveis um número suficiente. No caso do PIB as variáveis incorporadas foram a produção da indústria de papel e papelão, M4, e a taxa de juros do CDB deflacionada.

Tabela 10
Teste de Precedência para a Indústria Geral

| Séries | LVM | P | Papel | | Papel+Vendas | | Papel+Vendas+M4 | |
|--------------------|---------|-------|-----------|-------|--------------|-------|-----------------|-------|
| | | | LVM | P | LVM | P | LVM | P |
| P. Papelão | 681,95* | 0,000 | | | | | | |
| P. Ind. Automob. | 678,23 | 0,007 | 1.311,75 | 0,013 | 1.945,50 | 0,226 | 2.627,94 | 0,649 |
| P. Aço Bruto | 674,81 | 0,058 | 1.307,20 | 0,103 | 1.951,72 | 0,027 | 2.641,12 | 0,025 |
| P. Ferro-Gusa | 672,17 | 0,245 | 1.305,20 | 0,221 | 1.948,12 | 0,100 | 2.637,12 | 0,090 |
| Cons. Óleo Diesel | 670,35 | 0,543 | 1.305,34 | 0,210 | 1.950,28 | 0,046 | 2.636,23 | 0,115 |
| P. Cimento | 677,72 | 0,010 | 1.307,45 | 0,093 | 1.942,13 | 0,510 | 2.630,07 | 0,472 |
| Cons. Energ. Total | 673,14 | 0,149 | 1.305,73 | 0,182 | 1.942,84 | 0,440 | 2.626,77 | 0,742 |
| Cons. Energ. Ind. | 675,59 | 0,037 | 1.307,38 | 0,095 | 1.944,83 | 0,272 | 2.627,38 | 0,694 |
| Vendas Físicas | 677,42 | 0,012 | *1.316,70 | 0,001 | (-) | (-) | (-) | (-) |
| Faturamento Real | 674,62 | 0,065 | 1.315,14 | 0,002 | 1.944,14 | 0,325 | 2.643,14 | 0,012 |
| Consulta SPC(SP) | 675,14 | 0,048 | 1.313,63 | 0,005 | 1.949,42 | 0,063 | 2.629,55 | 0,515 |
| Registro SPC(SP) | 671,50 | 0,335 | 1.305,34 | 0,211 | 1.943,21 | 0,405 | 2.629,79 | 0,495 |
| M4 | 676,97 | 0,016 | 1.313,84 | 0,004 | *1.956,09 | 0,004 | (-) | (-) |
| CDB | 669,81 | 0,657 | 1.301,85 | 0,595 | 1.938,88 | 0,825 | 2.648,21 | 0,002 |
| OVER | 670,65 | 0,482 | 1.306,60 | 0,131 | 1.944,20 | 0,320 | 2.633,28 | 0,246 |
| Capital de Giro | 670,22 | 0,571 | 1.305,06 | 0,232 | 1.944,66 | 0,284 | 2.635,94 | 0,125 |

¹¹ Neste conjunto foram incluídas variáveis que poderiam ser afetadas pelas expectativas dos agentes e que antecipassem o produto dentro da cadeia produtiva desde que não apresentassem óbvias descontinuidades como as taxas de variação de variáveis nominais e como os índices de preços.

Tabela 11
Teste de Precedência para o PIB

| Séries | Papel | | Papel+M4 | | Papel+M4+CDB | | | |
|--------------------|---------|-------|-----------|--------|--------------|-------|----------|-------|
| | LVM | P | LVM | P | LVM | P | | |
| P. Papelão | 785,01* | 0,000 | - | - | - | - | - | |
| P. Ind. Automob. | 780,14 | 0,021 | 1.415,69 | 0,008 | 2.080,15 | 0,169 | 2.853,21 | 0,249 |
| P. Aço Bruto | 777,25 | 0,115 | 1.410,63 | 0,087 | 2.083,77 | 0,049 | 2.859,48 | 0,043 |
| P. Ferro-Gusa | 775,06 | 0,347 | 1.408,78 | 0,182 | 2.081,28 | 0,118 | 2.854,99 | 0,160 |
| Cons. Óleo Diesel | 773,20 | 0,710 | 1.408,77 | 0,182 | 2.079,81 | 0,187 | 2.852,90 | 0,267 |
| P. Cimento | 781,20 | 0,011 | 1.409,82 | 0,122 | 2.081,90 | 0,096 | 2.854,10 | 0,201 |
| Cons. Energ. Total | | | 1.410,20 | 0,104 | 2.078,13 | 0,299 | 2.858,64 | 0,056 |
| Cons. Energ. Ind. | 780,51 | 0,017 | 1.413,92 | 0,0200 | 2.079,57 | 0,201 | 2.858,10 | 0,066 |
| Vendas Físicas | 782,43 | 0,005 | 1.418,17 | 0,002 | 2.086,69 | 0,016 | 2.859,18 | 0,047 |
| Faturamento Real | 779,87 | 0,025 | 1.415,50 | 0,009 | 2.088,89 | 0,006 | 2.858,69 | 0,055 |
| Consulta SPC(SP) | 777,35 | 0,109 | 1.417,34 | 0,003 | 2.083,43 | 0,056 | 2.852,86 | 0,269 |
| Registro SPC(SP) | 778,91 | 0,044 | 1.408,62 | 0,193 | 2.079,50 | 0,205 | 2.849,51 | 0,515 |
| M4 | 774,27 | 0,485 | *1.419,65 | 0,001 | (-) | (-) | (-) | (-) |
| CDB | 781,60 | 0,008 | 1.405,01 | 0,578 | *2.092,70 | 0,001 | (-) | (-) |
| OVER | 774,48 | 0,446 | 1.412,14 | 0,045 | 2.080,64 | 0,145 | 2.876,20 | 0,000 |
| Capital de Giro | 776,63 | 0,159 | 1.407,99 | 0,241 | 2.081,34 | 0,116 | 2.877,08 | 0,000 |

Escolhida a lista de variáveis, o modelo (9) foi estimado no nível e na escala logarítmica para calcular a verossimilhança para cada uma das equações dos dois modelos. A Tabela 12 confirma que o modelo em logaritmo é melhor do que o modelo no nível.

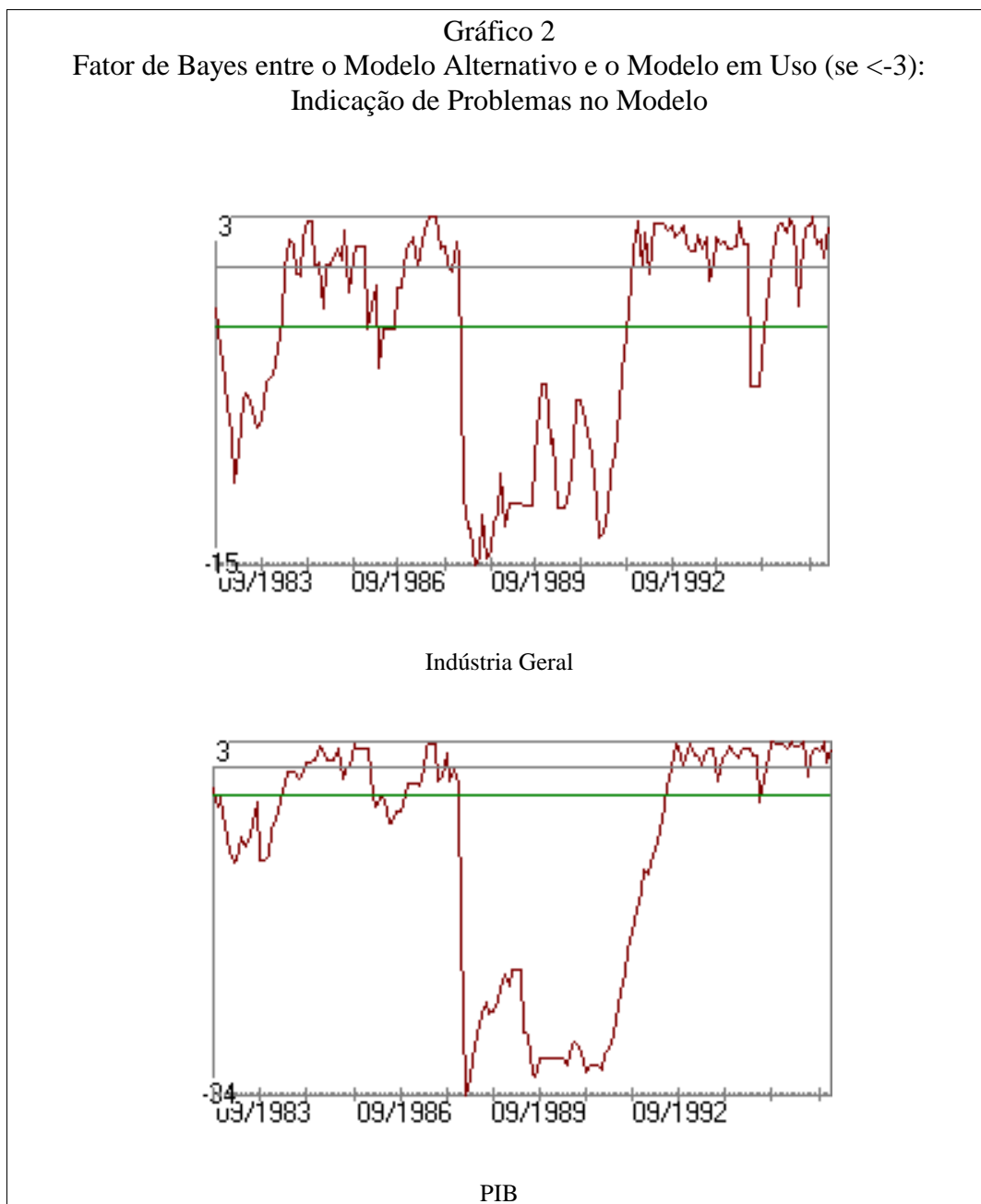
Tabela 12
Log da Verossimilhança

| | IG | | PIB | |
|---|--------|--------|--------|--------|
| | Nível | Log | Nível | Log |
| 1 | -1.140 | -1.082 | -1.082 | -978 |
| 2 | -365 | -298 | -2.431 | -2.326 |
| 3 | -1.307 | -1.215 | -577 | -463 |
| 4 | -571 | -501 | -309 | -209 |

O modelo ARV estimado na forma de um MLD com priori vaga pode também ser monitorado segundo os mesmos critérios do modelo anterior, e calculado o fator de Bayes, que é um indicador de problemas no modelo. O Gráfico 2 apresenta esta comparação para os dois modelos.

Podemos observar que aproximadamente no período setembro/1988 a setembro/1991 os dois modelos apresentaram problemas, no entanto após este período os dois modelos voltaram a funcionar adequadamente. Como estamos interessados apenas nas previsões do modelo vamos ignorar estes sinais de funcionamento inadequado. Corrigir este funcionamento inadequado do modelo implicaria estimar recursivamente o modelo como um MLD, e tratar adequadamente da

eventual mudança dos parâmetros do modelo no período, o que é particularmente complicado no caso de modelos auto-regressivos.



A capacidade preditiva do modelo ARV pode ser melhorada especificando-o na forma bayesiana (1) que introduz, através da priori, restrições probabilísticas sobre os seus parâmetros. O que pode ser vantajoso no nosso caso em que dispomos de amostras relativamente pequenas, dados mensais de 1980 a 1997 (cerca de 200 observações) para um modelo que tem 36 parâmetros. A vantagem da especificação com *a priori* é uma questão empírica, pois a vantagem da inclusão de informações adicionais — que podem não estar de acordo com os dados — é compensada pela necessidade da estimação dos hiperparâmetros, o que traz incerteza adicional.

A especificação que tem sido adotada para modelos ARV se deve a Litterman (1986). Inspirado nesta especificação definem-se os elementos da priori:

$$m_{ijk} = 1 \text{ se } i = j \text{ e } k = 1 \text{ e } 0 \text{ em caso contrário}$$

$$s_{ijk} = \lambda_{ij}/k^d$$

onde (i, j, k) são os atributos dos coeficientes relativos à defasagem (k) da variável explicativa (j) da equação (i), (m) refere-se à média e (s) ao desvio padrão.

Esta especificação admite, *a priori*, que todas as variáveis sejam passeios aleatórios em que o grau de certeza é controlado por (d) e (λ_{ij}) . Adotamos $(d = 1)$ e $(\lambda_{ij} = \lambda_j)$. Esta última restrição foi necessária¹² para manter a simetria da matriz de covariâncias do modelo e é diferente da adotada por Litterman, que escolhia os elementos (λ) por equação. Utilizando o método de MCMC/MH para obter a distribuição *a posteriori* de $(h):p(h/y)$ que está apresentada de forma resumida na Tabela 13.

Tabela 13

Hiperparâmetros EMCMC

| (λ) | PIB | | | | IG | | | |
|-------------|-------|-------|----------|----------|--------|--------|----------|----------|
| | Moda | Média | Inferior | Superior | Moda | Média | Inferior | Superior |
| 1 | 3,718 | 4,258 | 2,182 | 6,427 | 5,713 | 6,414 | 2,604 | 10,251 |
| 2 | 1,079 | 1,393 | 0,356 | 2,519 | 1,844 | 2,153 | 1,096 | 3,395 |
| 3 | 1,906 | 2,223 | 0,818 | 3,622 | 3,528 | 3,957 | 1,563 | 6,789 |
| 4 | 2,185 | 2,599 | 0,770 | 4,612 | 10,661 | 10,925 | 7,099 | 15,683 |

Com a distribuição *a posteriori* $p(h/y)$ foi calculada a previsão que está apresentada na Tabela 14 e medidas de capacidade preditiva na Tabela 15. Estas tabelas apresentam também os resultados do modelo condicional ao (EMV) e do modelo que utiliza uma priori vaga e que dispensa a estimativa dos hiperparâmetros. A incerteza das previsões só pode ser calculada para o primeiro passo ou no caso do método de integração.

As tabelas mostram que a utilização da priori melhora a capacidade preditiva de um mês à frente mas sob um custo de aumento substancial da incerteza da previsão. Também mostram que para previsões de médio prazo (seis meses) os modelos continuam semelhantes. Considerando esta semelhança escolhemos, para os dois casos, o modelos com priori vaga.

¹² É possível calcular a verossimilhança e as demais estatísticas admitindo (λ_{ij}) . Desta forma geral o procedimento de cálculo é muito mais oneroso. Embora seja possível obter por equação o EMV e as previsões condicionadas a vários passos, não é possível obter por equação a incerteza da previsão a mais de um passo que é um dos nossos objetivos.

Tabela 14

Indústria Geral: Comparação de Previsões

| Data | Indústria Geral/Média | | Indústria Geral/EMCMC | | | Data | PIB/Média | | PIB/EMCMC | | |
|------|-----------------------|-------|-----------------------|----------|----------|------|-----------|-------|-----------|----------|----------|
| | P. Vaga | EMV | Média | Inferior | Superior | | P. Vaga | EMV | Média | Inferior | Superior |
| 3/97 | 120,5 | 118,0 | 118,5 | 105,9 | 132,7 | 1/97 | 123,1 | 123,4 | 123,4 | 115,7 | 131,6 |
| 4/97 | 111,5 | 112,6 | 112,7 | 98,7 | 129,8 | 2/97 | 119,8 | 120,4 | 120,3 | 110,7 | 130,9 |
| 5/97 | 121,5 | 122,1 | 122,5 | 103,8 | 144,6 | 3/97 | 128,5 | 129,2 | 129,4 | 116,9 | 143,8 |
| 6/97 | 128,7 | 127,5 | 127,9 | 107,2 | 149,1 | 4/97 | 125,5 | 125,8 | 126,1 | 113,5 | 139,0 |
| 7/97 | 132,5 | 134,8 | 135,3 | 111,6 | 165,5 | 5/97 | 131,6 | 132,2 | 132,6 | 115,3 | 150,2 |
| 8/97 | 137,0 | 138,5 | 139,3 | 113,6 | 176,4 | 6/97 | 132,6 | 133,1 | 133,5 | 115,7 | 152,6 |

Tabela 15

Medidas de Capacidade Preditiva

| Horas | Indústria Geral/Média | | | | | | PIB | | | | | |
|-------|-----------------------|------|------|---------|-------|-------|---------|------|------|---------|-------|-------|
| | DQMA | | | Theil-U | | | DQMA | | | Theil-U | | |
| | P. Vaga | EMV | MCMC | P. Vaga | EMC | MCMC | P. Vaga | EMV | MCMC | P. Vaga | EMV | MCMC |
| 1 | 6,80 | 6,45 | 6,47 | 0,931 | 0,883 | 0,887 | 4,26 | 4,10 | 4,11 | 0,897 | 0,863 | 0,865 |
| 2 | 6,70 | 6,56 | 6,57 | 0,726 | 0,734 | 0,733 | 3,98 | 3,90 | 3,90 | 0,790 | 0,786 | 0,786 |
| 3 | 7,35 | 7,39 | 7,39 | 0,626 | 0,631 | 0,630 | 4,37 | 4,43 | 4,43 | 0,700 | 0,710 | 0,710 |
| 4 | 7,61 | 7,59 | 7,61 | 0,535 | 0,938 | 0,539 | 4,52 | 5,02 | 5,02 | 0,636 | 0,649 | 0,649 |
| 5 | 8,12 | 8,11 | 8,14 | 0,530 | 0,532 | 0,532 | 5,48 | 5,64 | 5,64 | 0,632 | 0,645 | 0,645 |
| 6 | 8,98 | 8,87 | 8,91 | 0,539 | 0,538 | 0,539 | 6,22 | 6,43 | 6,43 | 0,634 | 0,651 | 0,651 |

5 - COMPARAÇÃO DOS MODELOS

O modelo univariado e o multivariado para a indústria e para o PIB (Tabelas 16 e 17) foram comparados segundo o grau de incerteza da previsão e as medidas dentro da amostra da capacidade preditiva. Seguindo o critério do tamanho do intervalo de máxima densidade *a posteriori* — que é uma medida do grau de incerteza da previsão — o modelo univariado é melhor do que o multivariado no caso do produto da indústria, e no caso do PIB os dois modelos são equivalentes.

Tabela 16

Indústria Geral: Comparação entre as Previsões

| Data | Obs. | Univariado/EMCMC | | | P. Vaga | Multivariado | | |
|------|-------|------------------|----------|----------|---------|--------------|----------|----------|
| | | Média | Inferior | Superior | | Média | Inferior | Superior |
| 3/97 | 114,7 | 110,6 | 101,0 | 119,3 | 120,5 | 118,5 | 105,9 | 132,7 |
| 4/97 | 117,6 | 108,2 | 120,3 | 120,3 | 111,5 | 112,7 | 98,7 | 129,8 |
| 5/97 | 121,1 | 112,9 | 93,0 | 130,3 | 121,5 | 122,5 | 103,8 | 144,6 |
| 6/97 | 123,0 | 117,6 | 100,2 | 135,1 | 128,7 | 127,9 | 107,2 | 149,1 |
| 7/97 | 128,3 | 123,4 | 101,7 | 143,2 | 132,5 | 135,3 | 111,6 | 165,5 |
| 8/97 | 128,6 | 124,7 | 104,5 | 15,1 | 137,0 | 139,3 | 113,6 | 176,4 |

Tabela 17

PIB: Comparação entre as Previsões

| Data | Obs. | Univariado/EMCMC | | | P. Vaga | Multivariado/P. Vaga | | |
|------|-------|------------------|----------|----------|---------|----------------------|----------|----------|
| | | Média | Inferior | Superior | | Média | Inferior | Superior |
| 1/97 | 125,5 | 125,9 | 117,3 | 134,5 | 123,1 | 123,4 | 115,7 | 131,6 |
| 2/97 | 120,5 | 121,2 | 109,1 | 132,6 | 119,8 | 120,3 | 110,7 | 130,9 |
| 3/97 | 129,0 | 127,2 | 116,3 | 137,4 | 128,5 | 129,4 | 116,9 | 143,8 |
| 4/97 | 131,7 | 125,6 | 111,2 | 136,4 | 125,5 | 126,1 | 113,5 | 139,0 |
| 5/97 | 132,9 | 128,6 | 112,9 | 140,0 | 131,6 | 132,6 | 115,3 | 150,2 |
| 6/97 | 132,8 | 130,5 | 116,4 | 144,1 | 132,6 | 133,5 | 115,7 | 152,6 |

Seguindo o critério de capacidade preditiva a previsão pontual medida pelo Theil-U é melhor no modelo univariado para os dois casos, e a previsão agregada medida pelo DQMA é melhor para o modelo multivariado (Tabela 18). Estes resultados mostram que não existe uma dominação entre as abordagens univariada *versus* multivariada. Nos dois casos estudados os dois modelos são, em grande medida, equivalentes do ponto de vista estatístico.

Tabela 18
Capacidade Preditiva

| Horas | Indústria Geral | | | | PIB | | | |
|-------|-----------------|-------|-------|-------|-------|------|---------|-------|
| | Theil-U | | DQMA | | DQMA | | Theil-U | |
| | Multi | Uni | Multi | Uni | Multi | Uni | Multi | Uni |
| 1 | 0,931 | 0,446 | 6,80 | 3,33 | 4,26 | 1,99 | 0,897 | 0,430 |
| 2 | 0,726 | 0,459 | 6,70 | 5,03 | 3,98 | 3,04 | 0,790 | 0,497 |
| 3 | 0,626 | 0,409 | 7,35 | 6,49 | 4,37 | 4,16 | 0,700 | 0,486 |
| 4 | 0,535 | 0,411 | 7,61 | 8,22 | 4,52 | 5,28 | 0,636 | 0,497 |
| 5 | 0,530 | 0,409 | 8,12 | 9,64 | 5,48 | 6,21 | 0,632 | 0,498 |
| 6 | 0,539 | 0,425 | 8,98 | 10,92 | 6,22 | 7,20 | 0,634 | 0,489 |

6 - CONCLUSÃO

Esta nota propõe três tipos de modelo para a previsão do nível de atividade do setor industrial e para o conjunto da economia. Os modelos propostos são não-lineares, mas condicionados a um subconjunto dos seus parâmetros, os hiperparâmetros, os dois modelos são lineares e portanto todos os seus elementos podem ser obtidos analiticamente. Este artigo utiliza a metodologia de cadeias de Markov estocásticas — MCMC/MH para obter uma amostra da distribuição *a posteriori* dos hiperparâmetros e das demais estatísticas de interesse. Com este instrumento é possível comparar de forma mais completa o efetivo grau de incerteza das previsões e da capacidade preditiva dos modelos. Uma extensão natural deste exercício é a utilização de uma priori menos restritiva para o modelo multivariado.

Os modelos propostos são aproximadamente equivalentes do ponto de vista estatístico mas enfatizam diferentes determinantes do nível de atividade. No modelo multivariado a informação das variáveis que precedem o nível de atividade, e nos modelos univariados a estabilidade dos fatores tendência/sazonalidade/ciclo/efeito da taxa de juros. Portanto, a informação contida nas previsões de cada um deles, ainda que tenham aproximadamente a mesma qualidade estatística, traz um conteúdo de informação diferente. É uma questão de percepção a escolha do aspecto considerado mais relevante numa particular conjuntura econômica, e portanto da escolha da previsão de qual dos modelo ou da combinação das previsões dos modelos.

BIBLIOGRAFIA

GAMERMAN, D. *Markov Chain Monte Carlo: stochastic simulation for Bayesian inference*. London: Chapman & Hall, 1997.

GAMERMAN, D., MOREIRA, A. Bayesian analysis of econometric time series models using hybrid integration rules. *Anais da Sociedade Brasileira de Econometria*, 1998.

LITTERMAN, D. Forecasting with Bayesian vector autoregression — five years of experience. *Journal of Business and Economic Statistics*, v. 4, p. 25-38, 1986.

WEST, M., HARRISON, J. *Bayesian forecasting and dynamic models*. Springer Verlag, 1997.