

# EFICIÊNCIA E DESIGUALDADE EM EDUCAÇÃO NO ESTADO DE MINAS GERAIS: UMA ANÁLISE DA PRIMEIRA ETAPA DO PMDI

Aline Cunha dos Santos<sup>1</sup>

Adriano Provezano Gomes<sup>2</sup>

Gabriel Teixeira Ervilha<sup>3</sup>

Apesar da importância associada à educação, a desigualdade deste setor entre as regiões mineiras merece consideração, já que esses serviços são fundamentais para a ruptura do ciclo de pobreza intergeracional. A fim de reduzir as disparidades e elevar a qualidade de vida da população mineira, o estado criou o Plano Mineiro de Desenvolvimento Integrado (PMDI). Neste sentido, este artigo tem como objetivo avaliar o desempenho do governo na primeira fase do plano, considerando os princípios de equidade e eficiência. Para isso, foram utilizados índices de desigualdade em educação e análise de aspectos relacionados à eficiência relativa na alocação dos recursos destinados à prestação de serviços educacionais, utilizando a metodologia conhecida como análise envoltória de dados (DEA, do inglês *data envelopment analysis*). De forma geral, pode-se dizer que o estado tem avançado no sentido de melhorar a eficiência e os indicadores educacionais.

**Palavras-chave:** educação; desigualdade; eficiência; PMDI.

## EFFICIENCY AND INEQUALITY IN EDUCATION IN THE STATE OF MINAS GERAIS: A REVIEW OF THE FIRST STAGE OF PMDI

Despite the importance attached to public education sector, the gap between the mining regions deserves consideration because these services are key to breaking the cycle of intergenerational poverty. In order to reduce disparities and improve the quality of lives, state created the Minas Gerais Integrated Development Plan (PMDI). Thus, this study aimed to assess whether the government has achieved success in the first phase of implementation of the plan, considering the principles of equity and efficiency. For this were used indices of inequality in education and analysis of aspects related to the relative efficiency in resource allocation for the provision of educational services, using the methodology known as data envelopment analysis (DEA). In general, it can be said that the state has advanced in order to improve efficiency and educational indicators.

**Keywords:** education; inequality; efficiency; PMDI.

---

1. Mestre em economia pela Universidade Federal de Viçosa (UFV). *In memoriam*.

2. Professor titular no Departamento de Economia da Universidade Federal de Viçosa (DEE/UFV). Doutor em economia aplicada pela UFV. *E-mail:* <apgomes@ufv.br>.

3. Técnico no Departamento de Economia da Universidade Federal de Viçosa (DEE/UFV). Mestre em economia pela UFV. *E-mail:* <gabriel.ervilha@ufv.br>.

## EFICIENCIA Y LA DESIGUALDAD EN LA EDUCACIÓN EN EL ESTADO DE MINAS GERAIS: UNA REVISIÓN DE LA PRIMERA ETAPA DE PMDI

A pesar de la importancia asociada a la educación, la desigualdad de este sector entre las regiones de Minas Gerais merece consideración, ya que estos servicios son clave para romper el ciclo intergeneracional de la pobreza. Con el fin de reducir las desigualdades y mejorar la calidad de vida de la población minera, el estado creó el Plan de Desarrollo Integrado de Minas (PMDI). Así, este estudio tuvo como objetivo evaluar el desempeño del gobierno en la primera fase del plan, teniendo en cuenta los principios de equidad y eficiencia. Para ello, se utilizaron los índices de desigualdad en la educación y el análisis de los aspectos relacionados con la eficiencia relativa en la asignación de recursos para la prestación de servicios educativos, utilizando la metodología conocida como análisis envolvente de datos (DEA). En general, se puede decir que el estado ha adoptado medidas para mejorar la eficiencia y los indicadores educativos.

**Palabras clave:** educación; desigualdad; eficiencia; PMDI.

## EFFICACITÉ ET INÉGALITÉS DE L'ENSEIGNEMENT EN L'ÉTAT DES MINAS GERAIS: UN EXAMEN DE LA PREMIERE ETAPE DE PMDI

Malgré l'importance associée à l'éducation, l'inégalité entre les régions de secteur de Minas Gerais mérite considération, car ces services sont la clé pour briser le cycle intergénérationnel de la pauvreté. Afin de réduire les disparités et améliorer la qualité de vie de la population de Minas Gerais, l'état a créé le Plan de Développement Intégré des Minas Gerais (PMDI). Ainsi, cette étude visait à évaluer la performance du gouvernement dans la première phase du plan, compte tenu des principes d'équité et d'efficacité. Pour cela, les indices d'inégalité dans l'éducation et l'analyse des aspects liés à l'efficacité relative de la répartition des ressources pour la prestation de services éducatifs ont été utilisés, en utilisant la méthode connue sous le nom d'analyse d'enveloppement des données (DEA). En général, on peut dire que l'état s'est attaché à améliorer l'efficacité et indicateurs de l'éducation.

**Mots-clés:** l'éducation; l'inégalité; l'efficacité; PMDI.

**JEL:** H21; I24; I25.

### 1 INTRODUÇÃO

Há importantes fatores econômicos, sociais e morais para justificar que os esforços para reduzir as desigualdades em educação sejam empreendidos. Estas razões advêm das evidências de que a taxa de analfabetismo e o número de matrículas não estão distribuídos de maneira uniforme para as populações.

Melhorar a qualidade do ensino em Minas Gerais é um desafio fundamental, já que a educação impulsiona o crescimento da renda e do bem-estar social, contribuindo determinantemente para a ruptura da pobreza intergeracional. Entretanto, a acentuada desigualdade regional existente no estado favorece a sustentação de heterogeneidades no acesso à educação pública de qualidade ao longo do território.

Buscando diminuir as disparidades e elevar a qualidade de vida da população mineira, foi elaborado, em 2003, o Plano Mineiro de Desenvolvimento Integrado (PMDI). Ele é um plano estratégico indicativo para o estado de Minas Gerais, que abrange um conjunto de grandes escolhas que visam orientar o estado em busca de desenvolvimento sustentável em um horizonte de longo prazo. Em meados de 2011, o plano foi revisado e passou a trabalhar com o horizonte de longo prazo para 2030. Na área de educação, o PMDI recomenda que a sociedade mineira persiga: *i*) promover um salto na escolaridade média da população, formada em um sistema eficiente, com altos níveis de equidade e orientada por padrões internacionais de custo e qualidade; e *ii*) reduzir as disparidades regionais de aprendizado (Minas Gerais e CDES, 2007).

É necessário avaliar se o PMDI tem sido capaz de gerar, como proposto, um desenvolvimento equitativo em todo o estado, ou seja, avaliar se as políticas em educação têm cumprido os objetivos propostos pelo plano, reduzindo as desigualdades no oferecimento desses serviços, melhorando a qualidade de vida da população de todos os municípios mineiros, e, ainda, verificar se a eficiência na alocação dos recursos está, de alguma forma, relacionada com a desigualdade existente no estado.

Nesse sentido, o objetivo deste trabalho é verificar se as metas do PMDI para a educação alcançaram êxito em sua primeira fase de implementação (2003-2009), considerando os princípios de equidade e de eficiência. Especificamente pretende-se: *i*) separar os municípios mineiros em grupos homogêneos, segundo aspectos relacionados à educação; *ii*) calcular índices de desigualdade em relação às metas do PMDI; *iii*) mensurar a eficiência relativa na alocação dos recursos destinados à educação; *iv*) averiguar se há correlação entre os índices de desigualdade e os de eficiência; e *v*) verificar se os serviços de educação estão obedecendo ao princípio de equidade proposto pelo PMDI.

Tal pesquisa justifica-se em um momento conjuntural, no qual as questões sociais estão sendo amplamente discutidas e o PMDI está em um processo contínuo de implementação. Embora a inclusão do princípio de equidade na formulação do PMDI possa não garantir de imediato que a implementação das políticas formuladas resultem em melhores níveis de igualdade na prestação dos serviços, esse debate mostra-se relevante, pois pode acarretar importantes definições nos rumos dessas políticas.

## 2 O PMDI E A REDE DE EDUCAÇÃO

O PMDI corresponde a um avanço da Constituição Mineira no que se refere a um novo instrumento de planejamento. Elaborado inicialmente em 2003, o PMDI estabelece estratégias de governo para o desenvolvimento sustentável

de Minas Gerais em longo prazo. O horizonte estabelecido foi de vinte anos, sendo definidas onze áreas de resultados de políticas públicas, para as quais foram traçados objetivos estratégicos e resultados finalísticos. O plano foi revisado em 2011, e tem como horizonte de planejamento 2030. As propostas do PMDI foram elaboradas e revisadas pelo Conselho de Desenvolvimento Econômico e Social (CDES), que tem representação de diferentes segmentos da sociedade, e aprovadas pela Assembleia Legislativa de Minas Gerais sob a forma da Lei Estadual nº 15.032/2004 e atualizadas pelas Leis nºs 17.007/2007 e 20.008/2012.

Para superar a questão da setorização e da ineficiência na obtenção de resultados, problemas centrais da governança, foi introduzida a noção de rede na gestão pública. Tal noção pressupõe a integração de perspectivas heterogêneas, em arranjos que otimizem esforços para fins comuns, ou seja, a organização em redes dos atores inseridos direta ou indiretamente na atividade governamental potencializa esforços e conhecimentos de cada um, de forma cooperativa e integrada, em prol de um mesmo objetivo (Minas Gerais e CDES, 2011).

As onze redes de desenvolvimento integrado garantem a compreensão da dinâmica social, da formulação e da execução das ações de políticas públicas e do monitoramento e da avaliação destas ações. São elas: educação e desenvolvimento humano; atenção em saúde; defesa e segurança; desenvolvimento social e proteção; desenvolvimento econômico sustentável; ciência, tecnologia e inovação; desenvolvimento rural; identidade mineira; cidades; infraestrutura; e governo integrado, eficiente e eficaz. Tais redes focalizam metas-síntese e as desdobram em objetivos, estratégias e indicadores e metas de desempenho para produzir e medir as transformações desejadas em cada uma delas.

Como elemento central de uma estratégia de desenvolvimento integrado, base para o crescimento econômico, a qualidade do trabalho e a geração de renda, a Rede de Educação e Desenvolvimento Humano destaca-se como propulsora de resultados positivos que ultrapassam sua dimensão. Os objetivos estratégicos apresentam desde o caráter quantitativo, com o aumento da escolaridade média da população, ao qualitativo, consolidando a rede pública como um sistema inclusivo de alto desempenho, de forma a reduzir as desigualdades educacionais e aumentar o emprego de qualidade e a geração de renda.

Para isso, foram definidas estratégias prioritárias para a educação, quais sejam:

- i)* desenvolver os professores desde sua formação até o seu desempenho;
- ii)* desenvolver a capacidade gerencial dos diretores das escolas públicas;
- iii)* universalizar o acesso e ampliar a atratividade do ensino médio; *iv)* elevar a qualidade da educação de forma sustentável; *v)* implantar parcerias para qualificação, capacitação e formação profissional técnica de qualidade; *vi)* melhorar a qualidade na preparação da mão de obra no estado e a ampliação das oportunidades profissionais;

e *vii*) identificar as cidades com baixo dinamismo econômico, renda e empregabilidade e organizar estratégias para criação de oportunidades profissionais. Questões como a participação familiar, a segurança na escola, a educação infantil e a concessão de bolsas de estudo também demandaram atenção especial no alcance dos objetivos estratégicos.

Como avaliação das estratégias e dos objetivos propostos, procede-se à avaliação de indicadores de acesso e qualidade da educação, do emprego e da renda, propondo metas durante os horizontes temporais. Para a versão inicial do PMDI, objeto deste estudo, foram traçadas as metas para os quatorze indicadores, apresentados na tabela 1.

TABELA 1  
**Metas para a rede de educação no PMDI (2007-2023)**

Meta	Situação inicial	2011	2023
Melhorar a qualidade de ensino aferida pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb)/Prova Brasil:	Português/matemática	Português/matemática	Português/matemática
<ul style="list-style-type: none"> <li>4ª série/5º ano do ensino fundamental;</li> <li>8ª série/9º ano do ensino fundamental;</li> <li>3ª série do ensino médio.</li> </ul>	183,0/195,8 232,1/250,8 273,1/291,7 (Inep, 2003)	200/200 266/275 312/325	220/230 300/310 350/375
Aumentar o percentual de alunos lendo aos 8 anos (%)	82,5 (SEE, 2006)	100	100
Aumentar a escolaridade média dos jovens aos 15 e aos 18 anos de idade	6,6/8,4 (IBGE, 2004)	7,5/10	9,0/12
Reduzir as desigualdades regionais entre as Superintendências Regionais de Ensino (SREs) calculadas pela diferença $\Delta X = IQE_{\max} - IQE_{\min}$ dos índices de qualidade de ensino:			
<ul style="list-style-type: none"> <li>4ª série/5º ano do ensino fundamental;</li> <li>8ª série/9º ano do ensino fundamental;</li> <li>3ª série do ensino médio.</li> </ul>	$\Delta X$ $\Delta X$ $\Delta X$ (SEE, 2006)	2/3 $\Delta X$ 2/3 $\Delta X$ 2/3 $\Delta X$	1/2 $\Delta X$ 1/2 $\Delta X$ 1/2 $\Delta X$
Elevar o número de docentes do ensino básico com formação superior (%):			
<ul style="list-style-type: none"> <li>1ª a 4ª séries;</li> <li>5ª a 8ª séries;</li> <li>Ensino médio.</li> </ul>	51,0 86,9 93,4 (SEE, 2005)	70 97 100	90 100 100
Elevar o número de professores/gestores escolares com certificação ocupacional (%)	0/0 (SEE, 2006)	40/100	90/100
Aumentar a taxa de conclusão do ensino fundamental/ ensino médio (%)	65,3/46,1 (SEE, 2005)	80/70	100/100
Reduzir a taxa de distorção idade-série no ensino fundamental/ensino médio (%)	23,3/39,7 (Inep, 2005)	10/20	3/5

Fonte: PMDI (2007-2023).

De forma a verificar o atendimento das metas estabelecidas, a tabela 2 apresenta as taxas de sucesso de onze metas mensuráveis para os municípios nesta primeira etapa do PMDI. A taxa de sucesso representa a proporção dos municípios que atenderam às metas entre 2003 (período inicial) e 2009 (período final).

TABELA 2  
Taxas de sucesso no cumprimento das metas da primeira etapa do PMDI

Especificação	Taxa de sucesso: período inicial (%)	Taxa de sucesso: período final (%)	Varição da taxa (p.p.)
Taxa de distorção idade-série – EF	0,23	5,04	4,81
Taxa de distorção idade-série – EM	0,00	10,47	10,47
Notas da Prova Brasil: português – 4ª série EF	4,63	47,78	43,15
Notas da Prova Brasil: português – 8ª série EF	0,24	11,16	10,92
Notas da Prova Brasil: matemática – 4ª série EF	21,62	89,82	68,20
Notas da Prova Brasil: matemática – 8ª série EF	4,77	14,25	9,48
Docentes com ensino superior – 4ª série EF	5,76	61,08	55,32
Docentes com ensino superior – 8ª série EF	10,11	30,75	20,64
Docentes com ensino superior – EM	26,07	29,41	3,34
Taxa de conclusão – EF	8,93	4,94	-3,99
Taxa de conclusão – EM	5,64	6,85	1,21

Elaboração dos autores.

Obs.: EF = ensino fundamental; EM = ensino médio.

Embora o período de análise seja relativamente pequeno, verifica-se que a taxa de sucesso no atendimento às metas estabelecidas pelo PMDI em sua primeira etapa cresceu consideravelmente, com destaques positivos para as avaliações dos anos iniciais do ensino fundamental e a qualificação do corpo docente. Um exemplo é a nota da Prova Brasil em matemática na 4ª série do ensino fundamental que, em 2009, já atendia à meta estabelecida para 2011 em 89,82% dos municípios mineiros analisados. Com exceção da taxa de conclusão do ensino fundamental, todos os indicadores apresentaram melhorias quantitativas, isto é, maior número de municípios atingindo as metas preestabelecidas.

A questão que surge é se esse aumento da proporção de municípios que atingiram as primeiras metas do PMDI está relacionado à redução das disparidades regionais, bem como ao aumento da eficiência na gestão dos recursos públicos em educação. Essas relações apresentam-se como fundamentais, visto que a redução das disparidades regionais e um governo eficiente também são as principais redes para o desenvolvimento integrado no estado.

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 Análise de *cluster*

Para identificar e agrupar os municípios de Minas Gerais em grupos homogêneos, empregou-se a técnica de análise de agrupamento (ou análise de *cluster*), que tem como objetivo identificar e classificar unidades (variáveis ou objetos) em grupos, de forma que os elementos do mesmo grupo sejam similares entre si e os elementos em grupos diferentes sejam heterogêneos, de acordo com determinadas características, a partir de indicadores de semelhança. O método mais utilizado para determinar se dois elementos, neste caso municípios, são considerados semelhantes ou não é a distância euclidiana, em que primeiramente são selecionadas as variáveis a serem padronizadas e, em seguida, é construída uma matriz de distância euclidiana para o processo de agrupamento dos objetos.

Para combinar os objetos em grupos, várias técnicas podem ser utilizadas, as quais são classificadas como hierárquicas e não hierárquicas. Neste estudo, foi utilizado o método não hierárquico das *k*-médias,<sup>4</sup> em que cada componente da amostra é alocado no *cluster* cujo centroide é o mais próximo do vetor de valores observados para o respectivo componente. A fim de implementar este método, foi empregado inicialmente o método de agrupamento hierárquico aglomerativo de Ward para determinar o número *k* de centroides ou “sementes” a serem utilizados.

No processo de construção dos *clusters* consideraram-se os seguintes indicadores educacionais que compõem o índice mineiro de responsabilidade social (IMRS)<sup>5</sup>: frequência no ensino fundamental (2002); frequência no ensino médio (2002); gastos *per capita* com educação (2002); índice de qualidade do ensino (2002); esforço orçamentário com educação (2002); e taxa de analfabetismo funcional (2000).

#### 3.2 Construção do índice de desigualdade

O índice de desigualdade (ID) foi utilizado como medida de proporção de desigualdade de uma determinada localidade em relação às metas estabelecidas pelo PMDI. Sua construção foi feita em duas etapas. Na primeira, desenvolveu-se, por meio de análise fatorial, um índice parcial de desigualdade (IPD). Posteriormente, com base no IPD e utilizando-se a análise de regressão, foram estimados os pesos de cada uma das variáveis que entraram no cálculo do ID.<sup>6</sup>

4. Para mais detalhes, consultar Mingoti (2005, p. 192-196).

5. O IMRS é um indicador que expressa o nível de desenvolvimento de cada município mineiro. Seu cálculo abrange as dimensões educação, saúde, segurança pública, emprego e renda, gestão, habitação, infraestrutura e meio ambiente, cultura, lazer e desporto.

6. Apesar de existirem outras medidas de desigualdade mais conhecidas e aplicadas na economia, esse método foi escolhido por tornar possível a obtenção de índices para cada município mineiro, o que não seria possível com os índices de Gini e Theil, por exemplo. Além disso, um método semelhante ao da construção do IPD foi utilizado para a construção do índice de necessidade em saúde de Minas Gerais (Minas Gerais, 2004), que propôs a utilização deste para a alocação equitativa dos recursos destinados à saúde no estado.

A referência básica para a construção desses índices está em Silva e Ribeiro (2004) e Fernandes, Cunha e Silva (2005), que os utilizaram para construir índices parciais e totais de degradação ambiental no estado de Minas Gerais.

### 3.2.1 Análise fatorial

A análise fatorial é um procedimento estatístico usado para identificar um número menor de fatores que descrevem as relações estatísticas entre um conjunto de variáveis inter-relacionadas, tendo como pressuposição básica a existência de certos fatores causais gerais que originam as correlações observadas entre as variáveis do estudo. A quantidade de fatores é sempre menor que a das variáveis componentes da série, uma vez que partes das variáveis relacionadas são explicadas pelos mesmos fatores causais. De forma geral, espera-se que as variáveis originais  $X_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$  agrupem-se em subconjuntos de novas variáveis não correlacionadas, sendo que o objetivo da análise fatorial é a obtenção dos fatores de agrupamento.

Nesse modelo, pode-se escrever cada variável como uma combinação linear dos fatores comuns, que explicam a parcela da variância de cada variável, mais um desvio, que sintetiza a parte da variância total não explicada por tais fatores. A parcela explicada pelos fatores comuns é chamada de comunalidade e, a parte não explicada, de especificidade. O método pode ser sistematizado de acordo com Souza e Khan (2001), por meio de uma variável  $Z$  padronizada:

$$Z_i = A_{i1}F_1 + A_{i2}F_2 + \dots + A_{ik}F_k + d_iU_i, \quad (1)$$

em que  $A_i$  são as cargas fatoriais;  $F_k$  os fatores comuns;  $U_i$  o fator único, sendo  $d$  sua carga fatorial; e  $k$  o número de fatores que serão considerados, sendo menor ou igual a  $n$  (número de variáveis originais).

Segundo Manly (1994), inicialmente as variáveis são padronizadas, de modo que tenham média zero e desvio padrão 1, evitando que ordens de grandeza diferentes prejudiquem a análise. Em seguida, é construída a matriz de correlação entre as variáveis padronizadas e são calculados os autovalores dos fatores para estimar quanto da variância da amostra pode ser atribuído a cada fator, definindo-se quantos fatores serão extraídos. Geralmente são escolhidos os fatores cujos autovalores são maiores que a unidade, pois autovalores menores explicam menos que a variância de uma das variáveis originais.

As cargas fatoriais escolhidas correspondem aos coeficientes de correlação entre os fatores e a variável original. O somatório do quadrado das cargas fatoriais fornece uma estimativa da comunalidade.

Para obter uma classificação de acordo com cada um dos fatores, é necessário a obtenção da matriz dos coeficientes fatoriais (CF). Estes coeficientes são obtidos multiplicando-se a matriz transposta das cargas fatoriais pela inversa da matriz da correlação:

$$CF = \Delta' . R^{-1}, \quad (2)$$

em que  $\Delta'$  é a matriz transposta de cargas fatoriais; e  $R^{-1}$  é a inversa da matriz de correlação.

A partir dos coeficientes fatoriais, pode-se estimar a matriz dos escores fatoriais (F) da seguinte forma:

$$F = \Delta' . R^{-1} . Z, \quad (3)$$

em que  $Z$  é a matriz dos dados originais padronizados.

### 3.2.2 Elaboração do IPD e do ID

Para a elaboração do IPD, foi utilizada a propriedade de ortogonalidade dos escores fatoriais estimados. Entretanto, destaca-se que a ortogonalidade associada à matriz dos fatores não implica na ortogonalidade dos escores fatoriais, devendo ser testado se esses escores são ortogonais. Para que os escores sejam ortogonais, a matriz de variância e de covariância entre estes escores deve ser uma identidade.

É esperado que os escores ligados aos municípios tenham distribuição simétrica em torno da média zero. Logo, metade deles apresentam sinais negativos e a outra metade sinais positivos, sendo que municípios com os menores índices parciais de desigualdade terão escores fatoriais negativos. Sendo assim, a transformação mostrada na equação (4) será efetuada com a finalidade de evitar que altos escores fatoriais negativos elevem a magnitude dos índices associados a estes municípios. O objetivo desta transformação é inserir todos os escores no primeiro quadrante.

$$F^* = \frac{(F_{ij} - F_{min})}{(F_{max} - F_{min})}, \quad (4)$$

em que  $F^*$  são os fatores padronizados;  $F_{ij}$  são os escores fatoriais observados; e  $F_{máx}$  e  $F_{mín}$  são os valores máximo e mínimo observados para os escores fatoriais associados aos municípios mineiros, respectivamente. Por meio deste processo, todos os escores fatoriais estarão contidos no intervalo fechado entre 0 e 1.

O IPD foi, então, estimado por meio da seguinte equação:

$$IPD_i = (\sum_{j=1}^n F^{*2})^{1/2}, \text{ com } j = 1, 2, \dots, p, \quad (5)$$

em que  $IPD_i$  é o índice parcial de desigualdade associado ao  $i$ -ésimo município de Minas Gerais; e  $F^*$  são os escores fatoriais estimados em (4).

Destaca-se que o IPD, definido desta forma, é útil para ordenar os municípios mineiros quanto ao nível de desigualdade; entretanto, não serve para estimar o percentual de desigualdade que é observado em cada município em relação às metas estabelecidas para o PMDI, o que é feito utilizando-se o ID.

A fim de construir o ID referente a cada município do estado foi utilizada a seguinte equação:

$$ID_i = \left( \sum_{i=1}^n P_j X_i \right), \text{ com } \sum_{j=1}^p P_j = 1, \quad (6)$$

em que  $P_j$  são os pesos estimados por regressão múltipla, na qual a variável dependente é o  $IPD_i$  e as variáveis explicativas são os indicadores utilizados para a construção do ID.

### 3.2.3 Indicadores de desigualdade

Neste trabalho, o termo desigualdade pode ser entendido como as diferenças em relação à distância que cada município se encontra de atingir as metas estabelecidas pelo PMDI. Neste sentido, para construir o ID, levou-se em consideração os valores das metas estabelecidos para o ano de 2011, sendo que, quanto mais distante estiver o valor encontrado de um município qualquer para um determinado indicador em relação à meta, pior será sua situação em relação a este indicador específico.

Com base na descrição acima, definem-se os seguintes indicadores:<sup>7</sup> *i*)  $PB_i$  = nota média na Prova Brasil para o  $i$ -ésimo município de Minas Gerais; *ii*)  $PB_{REF}$  = valor estabelecido pelo PMDI como meta para a nota na Prova Brasil; *iii*)  $IQE_i$  = índice de qualidade de ensino para o  $i$ -ésimo município mineiro; *iv*)  $IQE_{REF}$  = média do índice de qualidade de ensino nos 86 municípios melhores posicionados em relação a ele;<sup>8</sup>

7. Alguns indicadores do PMDI não foram incluídos na análise por ausência de dados.

8. Como em Silva e Ribeiro (2004), adotou-se o critério de hierarquização, tomando-se por base o primeiro decil dos municípios com melhor posicionamento. Isto devido à maneira como foi estabelecida a meta para a variável IQE no PMDI, que não especifica uma meta de qualidade para cada município, e sim uma diferença entre o valor dos municípios que obtiveram o maior e o menor valor IQE. Como o estado é composto por 853 municípios, tomou-se como base para a estimação da média aritmética os 86 mais bem-colocados. Significa dizer que, quanto mais distante estiver o valor observado de um município em relação à média estimada, maior desigualdade apresentará esse município em relação ao IQE.

v)  $DES_i$  = percentual de docentes com ensino superior no  $i$ -ésimo município; vi)  $DES_{REF}$  = meta para o percentual de docentes com ensino superior; vii)  $TXC_i$  = taxa de conclusão no  $i$ -ésimo município do estado; viii)  $TXC_{REF}$  = meta do PMDI para a taxa de conclusão; ix)  $TXD_i$  = taxa de distorção idade-série no  $i$ -ésimo município; e x)  $TXD_{REF}$  = valor instituído como meta para a taxa de distorção idade-série.

A partir dos indicadores acima, foram desenhados os indicadores de educação que entraram na construção do IPD e do ID, cujas definições estão expressas no quadro 1.

No total serão quatorze indicadores, uma vez que a Prova Brasil é subdividida em português nos ensinos fundamental e médio, e matemática nos ensinos fundamental e médio; o IQE é subdividido em séries iniciais do ensino fundamental, séries finais do ensino fundamental e ensino médio; o percentual de docentes com ensino superior é calculado para as séries iniciais e finais do ensino fundamental e para o ensino médio; a taxa de conclusão é mensurada separadamente para os ensinos fundamental e médio; e a taxa de distorção idade-série também tem medidas diferentes para os ensinos fundamental e médio.

QUADRO 1  
**Indicadores que compõem o IMRS educação**

Indicadores educacionais	
$DEPB = 0$ , se $PB_i \geq PB_{REF}$ $DEIQE = 0$ , se $IQE_i \geq IQE_{REF}$ $DEDES = 0$ , se $DES_i \geq DES_{REF}$ $DETXC = 0$ , se $TXC_i \geq TXC_{REF}$ $DETXD = 0$ , se $TXD_i \leq TXD_{REF}$	$DEPB = [1 - (PB_i / PB_{REF})] * 100$ , caso contrário. $DEIQE = [1 - (IQE_i / IQE_{REF})] * 100$ , caso contrário. $DEDES = [1 - (DES_i / DES_{REF})] * 100$ , caso contrário. $DETXC = [1 - (TXC_i / TXC_{REF})] * 100$ , caso contrário. $DETXD = (TXD_i / TXD_{REF}) * 100$ , caso contrário.

Elaboração dos autores.

Dessa forma, tanto o IPD quanto o ID constituem-se índices relativos de desigualdade, que têm como referência as metas estabelecidas pelo PMDI para cada indicador que entra nas suas composições.

### 3.3 Análise envoltória de dados (DEA)

Para mensurar o desempenho (eficiência) relativo de unidades produtoras que utilizam múltiplos insumos para produzir múltiplos produtos, foi utilizada a técnica não paramétrica análise envoltória de dados (DEA, do inglês *data envelopment analysis*).<sup>9</sup> Por meio de uma programação linear, a DEA analisa

9. Uma vantagem em utilizar esse método é a flexibilidade para lidar com relações que envolvem concomitantemente diversos recursos e resultados múltiplos, possibilidade que corresponde à realidade da prestação de serviços públicos nos municípios. Outro benefício é a não imposição de formas funcionais para a fronteira, além de se tratar de uma metodologia fundamentalmente comparativa, que requer apenas algumas propriedades incorporadas ao processo produtivo, tais como livre descarte e convexidade. E, ainda, *inputs* e *outputs* não precisam estabelecer relações funcionais, possibilitando que insumos e produtos tenham unidades de medidas diferentes.

a eficiência relativa de unidades produtivas. É calculada uma fronteira eficiente que serve como referência para as unidades consideradas não eficientes. Uma unidade produtiva é geralmente tratada como *decision making unit* (DMU), já que o modelo mede a eficiência relativa de unidades tomadoras de decisões. Por unidade produtora entende-se qualquer sistema produtivo que transforme insumos em produtos, podendo ser empresas, setores da economia ou regiões, como é o caso deste trabalho.

Existem dois modelos clássicos em DEA. O modelo que assume retornos constantes à escala (CRS) foi proposto por Charnes, Cooper e Rhodes (1978), por isso também conhecido como CCR. O outro modelo é o que considera retornos variáveis à escala (VRS), que foi proposto por Banker, Charnes e Cooper em 1984, conhecido como BCC. Este modelo não assume proporcionalidade entre *inputs* e *outputs* e permite a decomposição da eficiência técnica em pura eficiência e eficiência de escala.

Como pode ser visto em Ferreira e Gomes (2009), os modelos de DEA podem ser orientados a insumos ou a produtos. Nos modelos orientados a insumos, admite-se que as produções permaneçam constantes e os insumos variem para atingir a fronteira de produção eficiente. Já nos modelos orientados a produto, são os insumos que permanecem fixos, enquanto os produtos variam para atingir a fronteira.

Para analisar se está havendo aumento na eficiência técnica produtiva ao longo do tempo, é necessário utilizar um modelo que permita uma visualização dinâmica da eficiência das DMUs durante o período em análise. Para isso foi utilizado o índice de Malmquist, que permite a análise de mudanças na produtividade total dos fatores, utilizando-se a DEA.

Segundo Färe *et al.* (1994), esse índice com orientação produto,  $M_0$ , visando analisar mudanças na produtividade total dos fatores entre o período-base  $t$  e o período  $t+1$ , é representado por:

$$M_0(y_t, x_t, y_{t+1}, x_{t+1}) = \frac{d_0^{t+1}(y_{t+1}, x_{t+1})}{d_0^t(y_t, x_t)} \left[ \frac{d_0^t(y_{t+1}, x_{t+1})}{d_0^{t+1}(y_{t+1}, x_{t+1})} \times \frac{d_0^t(y_t, x_t)}{d_0^{t+1}(y_t, x_t)} \right]^{1/2}, \quad (7)$$

em que, por exemplo, a notação  $d_0^{t+1}(y_t, x_t)$  representa a distância da observação do período  $t+1$  em relação à tecnologia do período-base  $t$ . Um valor de  $M_0 > 1$  indica crescimento na produtividade total dos fatores do período  $t$  para o  $t+1$ , enquanto  $M_0 < 1$  indica redução.

A estimação do índice de Malmquist permite dividir a mudança na produtividade total dos fatores em duas partes: mudanças na eficiência técnica ou “emparelhamento” (*catch-up*) e mudança na tecnologia (*frontier-shift*). O emparelhamento é representado pela seguinte expressão:

$$\text{Emparelhamento} = \frac{d_0^{t+1}(y_{t+1}, x_{t+1})}{d_0^t(y_t, x_t)}, \quad (8)$$

sendo  $d_0^t(x_0^t, y_0^t)$  a eficiência técnica da DMU  $k$  no período de tempo  $t$  e  $d_0^{t+1}(x_0^{t+1}, y_0^{t+1})$  a eficiência técnica da DMU  $k$  objetivo no período de tempo  $t+1$ . Em outras palavras, o emparelhamento mostra a variação da eficiência técnica entre o período  $t$  e o período  $t+1$ . Se o emparelhamento for maior que 1, a eficiência técnica entre o primeiro e o segundo período melhorou; se igual a 1, permaneceu a mesma; e, se inferior a 1, piorou.

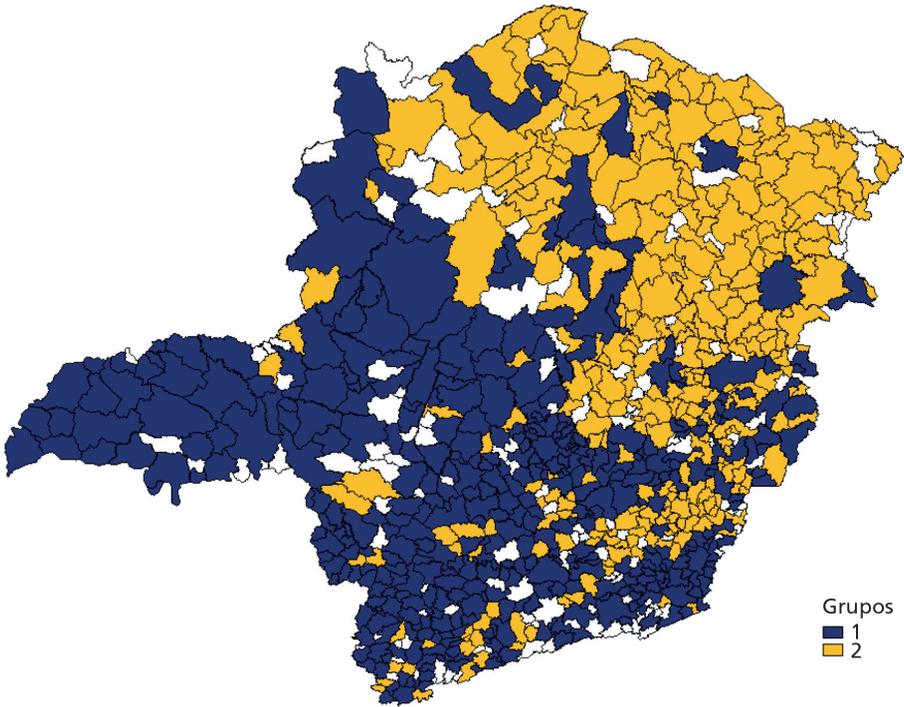
Foram calculadas as eficiências técnicas relativas tanto para todos os municípios do estado conjuntamente, quanto para cada um dos *clusters* formados. Para o cálculo do emparelhamento foram utilizadas variáveis referentes aos anos 2003 e 2009 (período  $t$  e  $t+1$ , respectivamente). O modelo utilizou como insumo os gastos *per capita* com educação e como produtos as metas estabelecidas pelo PMDI para o setor em questão. O modelo com pressuposição de *VRS* foi escolhido para analisar a eficiência da alocação de recursos no estado, pois analisa apenas a efetiva eficiência técnica, sem considerar a escala em que os serviços são oferecidos, e, por se tratarem de regiões com tamanhos diferentes, retirar a escala da análise fará com que as medidas se aproximem mais da realidade.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 Separação dos municípios em grupos homogêneos e caracterização dos grupos formados

Utilizando o método de Ward, verificou-se, por meio das estatísticas Pseudo  $F$  e Pseudo  $T^2$ , a agregação dos municípios em dois grupos distintos, sendo 407 municípios no grupo 1 e 310 municípios no grupo 2. Os demais 136 municípios do estado de Minas Gerais ficaram de fora da análise pela ausência de dados. Após a separação dos municípios em grupos homogêneos, procedeu-se à caracterização dos grupos formados, avaliando o agrupamento realizado. Observando a figura 1 percebe-se que a análise de agrupamento gerou dois grupos geográficos de municípios razoavelmente distintos.

FIGURA 1  
Municípios mineiros pertencentes a cada grupo



Elaboração dos autores.

Obs.: 1. As áreas em branco referem-se aos municípios excluídos da análise por ausência de dados.

2. Imagem cujos leiaute e textos não puderam ser padronizados e revisados em virtude das condições técnicas dos originais disponibilizados pelos autores para publicação (nota do Editorial).

Como pode ser observado na tabela 3, a média do índice de frequência de pessoas de 7 a 14 anos no ensino fundamental não varia entre os dois grupos, embora o coeficiente de variação do grupo 1 seja menor, ou seja, o desvio dessa variável em relação à média é menor que o do segundo grupo. Essa semelhança quanto ao acesso ao ensino fundamental já era esperada, uma vez que o Brasil vem trabalhando desde a Constituição de 1988 para descentralizar gradualmente o financiamento da educação básica, delegando maior responsabilidade aos governos estaduais e municipais. Desta forma, a sensibilidade às condições locais aumentou. Além disso, a criação do Fundo de Manutenção e Desenvolvimento do Ensino Fundamental (Fundef), em 1996, incentivou o aumento do número de alunos matriculados, uma vez que os recursos são repassados aos governos estaduais e municipais tendo como base o número de matrículas, garantindo um nível mínimo gasto por aluno em todos os municípios.

**TABELA 3**  
**Comparação entre os grupos 1 e 2**

Indicador	Grupo 1		Grupo 2	
	Média	CV <sup>1</sup> (%)	Média	CV <sup>1</sup> (%)
Frequência no ensino fundamental <sup>2</sup>	0,96	4,72	0,96	4,91
Frequência no ensino médio <sup>3</sup>	0,41	22,81	0,24	29,94
Gastos <i>per capita</i> com educação (R\$)	270,65	47,78	279,22	43,78
Índice de qualidade do ensino	0,42	10,01	0,38	14,85
Percentual de gastos com educação	0,24	23,71	0,27	22,90
Taxa de analfabetismo funcional <sup>4</sup>	0,31	22,89	0,48	16,71

Elaboração dos autores.

Notas: <sup>1</sup> Coeficiente de variação.

<sup>2</sup> Pessoas de 7 a 14 anos de idade.

<sup>3</sup> Pessoas de 15 a 17 anos de idade.

<sup>4</sup> Pessoas com 15 anos de idade ou mais.

Quando observada a frequência de pessoas de 15 a 17 anos no ensino médio, começam a aparecer as diferenças entre os grupos. Pode-se observar que, no grupo 1, a taxa de frequência no ensino médio dos adolescentes de 15 a 17 anos, apesar de ser baixa, é aproximadamente 70% superior à taxa do grupo 2, sendo o desvio em relação à média maior neste último grupo.

Nota-se, também, que a taxa de analfabetismo funcional das pessoas de 15 anos ou mais é bem menor no grupo 1. Vale destacar que, mesmo no grupo com menor incidência de analfabetos funcionais, 31% das pessoas acima de 15 anos, apesar de terem capacidade de ler e escrever, não conseguem interpretar textos ou fazer operações matemáticas. No segundo grupo o problema é ainda mais grave, uma vez que quase metade da população acima de 15 anos sofre de analfabetismo funcional.

Essas altas taxas de analfabetismo funcional devem-se a diversos fatores, entre eles baixa qualidade e falta de estrutura das instituições/sistemas de ensino, baixo salário, desvalorização e desmotivação dos professores, progressão continuada (ou aprovação automática) e falta de hábito e interesse pela leitura por parte dos alunos. Em alguns países desenvolvidos, esse índice é inferior a 10%, como é o caso da Suécia.

Ao comparar o índice de qualidade de ensino dos dois grupos, verifica-se novamente o pior desempenho dos municípios localizados no grupo 2, isto é, em média os alunos desses municípios apresentam piores resultados no Programa de Avaliação da Rede Pública de Educação Básica (Proeb). O índice para o grupo 1 foi de 0,42, enquanto para o grupo 2 foi de 0,38.

Quanto ao gasto *per capita* com educação e ao percentual de gastos com educação, observa-se que o grupo 1, apesar de apresentar melhores indicadores educacionais, apresenta menores gastos relativos. Esse já é um indicativo de que, em média, os municípios do primeiro grupo estão alocando mais eficientemente os recursos destinados à educação.

Esses resultados díspares apresentados para o sistema educacional no estado de Minas Gerais refletem uma realidade perversa, na qual a situação de pobreza e a desigualdade social tendem a persistir no grupo com os piores indicadores, que é justamente aquele em que se concentram os municípios das mesorregiões com piores condições de renda.

#### 4.2 Índice de desigualdade em educação

Para o cálculo do ID em educação nos municípios de Minas Gerais, a análise fatorial foi conduzida agregando-se as observações feitas para os quatorze indicadores apresentados anteriormente.

Primeiramente, foi calculado um ID para todo o estado, utilizando o IPD para estimar os pesos de cada variável, a fim de compor o índice geral. Para verificar se os dados para Minas Gerais em 2003 e 2009 são adequados para a utilização da análise fatorial, foi utilizado o teste de esfericidade de Bartlett, que tem como objetivo constatar a presença de correlações entre as variáveis. Com nível de significância de 1% para ambos os períodos analisados, rejeita-se a hipótese nula de que a matriz de correlações é estatisticamente igual a uma matriz de identidade, ou seja, as variáveis não são correlacionadas.

Outro teste de adequabilidade da amostra utilizado foi o de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO). De acordo com Hair *et al.* (1995), valores acima de 0,8 no teste KMO classificam a adequação como acima da média ou meritória. Assim, de acordo com ambos os testes, concluiu-se que a amostra de dados é passível de ser analisada por meio da análise fatorial, tanto para 2003<sup>10</sup> quanto para 2009. Os procedimentos de análise fatorial permitiram a obtenção dos fatores e das cargas fatoriais, utilizadas para estimar os escores fatoriais, a partir dos quais calculou-se o IPD. Os resultados indicam que as quatorze variáveis originais foram reduzidas a quatro fatores<sup>11</sup> que, em conjunto, explicam 70,89% e 70,00% da variância total dos dados para 2003 e 2009, respectivamente.

Antes de calcular o IPD, foi testada a propriedade de ortogonalidade dos escores fatoriais estimados, constatando-se que a matriz de variância e de covariância

10. Apenas a variável desigualdade da taxa de conclusão do ensino médio obteve valor da medida de adequação da amostra (MSA) menor que 0,8 para 2003.

11. A escolha do número de fatores foi feita por meio da combinação do critério de porcentagem de variância (70%), que é uma abordagem baseada na conquista de um percentual cumulativo especificado da variância total extraída por fatores sucessivos, e do critério do teste *scree*, que identifica o número ótimo de fatores que podem ser extraídos antes que a quantia de variância única comece a dominar a estrutura de variância comum. Mais detalhes em Hair *et al.* (1995).

entre estes escores é uma identidade, ou seja, os escores são ortogonais. De posse dessa informação e com base nos escores obtidos, foi possível estimar o IPD, como definido nas equações (4) e (5). Após encontrar os pesos associados a cada um dos quatorze indicadores, estimou-se o ID.

Devido à grande quantidade de municípios, os resultados da análise serão apresentados em termos de mesorregiões, descritos na tabela 4.<sup>12</sup> As mesorregiões que apresentaram maior desigualdade em relação às metas, em 2003, foram Jequitinhonha, Norte de Minas e Vale do Mucuri, obtendo, conseqüentemente, os piores índices de desigualdade: 40,56%, 41,66% e 44,40%, respectivamente. Em contrapartida, as que apresentaram menores IDs foram Campos das Vertentes, Oeste de Minas e Sul/Sudoeste de Minas, com 29,08%, 29,23% e 28,92%, respectivamente.

Em termos do estado como um todo, pode-se observar que a desigualdade em relação às metas do PMDI reduziu-se significativamente entre 2003 e 2009, uma vez que passou de 34,61% para 20,49%. Apesar de as mesorregiões com menor percentual de desigualdade serem as mesmas, vê-se que em todas as regiões a desigualdade diminuiu. Destacam-se as reduções de desigualdades nas regiões com maior pobreza no estado: Norte de Minas, Vale do Mucuri e Jequitinhonha. Esse resultado pode ser um reflexo das políticas voltadas para a redução das disparidades regionais em educação, que têm metas específicas para que estas regiões alcancem a média estadual, priorizando a aceleração do aprendizado, com a finalidade de reduzir a disparidade da população infanto-juvenil.

TABELA 4  
**Média dos indicadores de desigualdade das mesorregiões mineiras (2003 e 2009)**

Mesorregiões	Índices 2003		Índices 2009	
	IPD	ID (%)	IPD	ID (%)
Campo das Vertentes	0,53	29,08	0,68	18,32
Central Mineira	0,59	32,34	0,70	19,97
Jequitinhonha	0,70	40,56	0,74	20,66
Metropolitana de Belo Horizonte	0,61	34,49	0,71	21,73
Noroeste de Minas	0,60	33,24	0,67	19,66
Norte de Minas	0,74	41,66	0,72	20,57
Oeste de Minas	0,54	29,23	0,65	16,98
Sul/Sudoeste de Minas	0,53	28,92	0,65	17,00
Triângulo Mineiro/Alto Paranaíba	0,60	32,85	0,69	20,58
Vale do Mucuri	0,77	44,40	0,80	24,00
Vale do Rio Doce	0,68	38,86	0,73	23,59
Zona da Mata	0,61	33,85	0,72	22,16
<b>Minas Gerais</b>	<b>0,62</b>	<b>34,61</b>	<b>0,70</b>	<b>20,49</b>

Elaboração dos autores.

Obs.: IPD = índice parcial de desigualdade; ID = índice de desigualdade.

12. A média de todos os indicadores calculados para as regiões mineiras para 2003 e 2009 encontram-se no apêndice A, tabelas A.1 e A.2, respectivamente.

Após calcular o ID considerando todos os municípios do estado, repetiu-se o procedimento para os dois grupos de municípios isoladamente. O objetivo foi verificar se os movimentos de redução de desigualdade diferem entre os grupos de municípios considerados homogêneos. Os dados apresentados na tabela 5 resumem os resultados encontrados.

Verifica-se que a desigualdade educacional no grupo 1 caiu consideravelmente, passando de 40,55% para 26,17%, ou seja, redução de 14,38 pontos percentuais (p.p.). Além disso, percebe-se um deslocamento positivo dos valores mínimo e máximo, ambos se aproximando das metas estabelecidas. Isto demonstra que os municípios pertencentes a este grupo estão se tornando mais próximos, com menores diferenças em relação às metas do PMDI. Para o grupo 2, a redução das disparidades foi menor, da ordem de 4,79 p.p.

**TABELA 5**  
**Médias, mínimos e máximos dos IDs dos grupos 1 e 2 (2003 e 2009)**  
(Em %)

Especificação	Grupo 1		Grupo 2	
	2003	2009	2003	2009
Média	40,55	26,17	38,20	33,41
Mínimo	15,24	6,72	21,08	6,18
Máximo	68,90	54,09	61,71	59,24

Elaboração dos autores.

Em síntese, é possível perceber que, apesar de as diferenças entre os municípios do estado estarem diminuindo, a intensidade dessa redução é diferente entre as regiões, sendo mais lento no grupo que apresenta piores indicadores.

### 4.3 Análise da eficiência na alocação dos recursos em educação

A próxima etapa consiste em analisar as medidas de eficiência na alocação dos recursos públicos no sistema educacional. As medidas foram calculadas considerando-se todos os municípios em conjunto e também para os grupos de municípios separadamente. Os resultados estão resumidos na tabela 6.<sup>13</sup>

Analisando todos os municípios em conjunto, percebe-se que a média das medidas de eficiência é elevada, da ordem de 95,2% nos dois períodos avaliados. A maioria dos municípios encontra-se nos estratos de eficiência superiores a 90,0%. O percentual de municípios plenamente eficientes foi de 36,0%, sendo que

13. A variável distorção idade-série foi invertida, uma vez que quanto maior os valores desta, pior a situação do município, ou seja, seria um produto negativo. Ao inverter o valor, contorna-se esse problema, seguindo o padrão das demais variáveis – quanto maior o valor observado, melhor se encontra o município em análise.

83,0% deles alcançaram eficiência maior que 90,0%. Contudo, é importante destacar que o fato de a média ser elevada não significa, necessariamente, que os municípios estão alcançando bons resultados, mas sim que são relativamente homogêneos em termos de eficiência. Contudo, mesmo que a média seja elevada, ainda se observa muitos municípios com algum grau de ineficiência. Os municípios que alcançaram máxima eficiência técnica não podem aumentar a quantidade oferecida de serviços, entretanto, os demais municípios podem fazê-lo, tendo como referência aqueles com eficiência técnica igual a 100,0%.

Um ponto observado foi a redução do coeficiente de variação entre os dois períodos. Isso significa que houve diminuição na desigualdade de eficiência no estado, ou seja, as medidas estão tendendo a valores mais próximos. Entretanto, não se pode afirmar que a eficiência no final do período foi melhor que no início, uma vez que são fronteiras distintas. Para verificar se houve ganho ou perda de eficiência, faz-se necessário uma análise temporal, como será apresentada adiante.

Na análise por grupos, nota-se que os resultados obtidos apresentaram padrões semelhantes, tanto para os grupos 1 e 2 quanto para o estado como um todo. As medidas concentraram-se em níveis elevados, com médias maiores que 95% de eficiência.

**TABELA 6**  
**Distribuição dos municípios de Minas Gerais e dos grupos 1 e 2 segundo intervalos de medidas de eficiência técnica (E) (2003 e 2009)**  
 (Em %)

Estratos de eficiência (E)	Minas Gerais		Grupo 1		Grupo 2	
	2003	2009	2003	2009	2003	2009
E = 1	36	38	39	41	42	39
$0,9 \leq E < 1,0$	47	50	46	49	46	50
$0,8 \leq E < 0,9$	15	12	14	10	12	11
$0,7 \leq E < 0,8$	1	0	1	0	0	0
$E < 0,7$	0	0	0	0	0	0
Média dos índices	0,952	0,959	0,955	0,964	0,961	0,963
Coeficiente de variação	5,6	4,8	5,4	4,4	5,0	4,6

Elaboração dos autores.

Conforme mencionado, apesar de o nível médio de eficiência ter aumentado, não se pode comparar os dois períodos, uma vez que as análises de eficiência são sempre relativas, isto é, consideram apenas as unidades que estão sendo analisadas em cada momento. A fim de calcular a variação da eficiência técnica ao longo do tempo, foi utilizado o índice de Malmquist, mais especificamente o efeito emparelhamento, cujos principais resultados estão apresentados na tabela 7.

**TABELA 7**  
**Índice médio de mudança na eficiência e na distribuição dos municípios segundo o tipo de variação na eficiência em educação**

Especificação (agrupamento)	Índice de mudança na eficiência	Distribuição dos municípios (%)		
		Ganhou eficiência	Manteve constante	Perdeu eficiência
Minas Gerais	1,008	41,2	26,9	31,9
Grupo 1	1,010	44,7	25,1	30,2
Grupo 2	1,003	36,5	29,4	34,1

Elaboração dos autores.

Considerando todos os municípios do estado, houve aumento de 0,8% no nível de eficiência média entre 2003 e 2009. Isso significa que a redução do coeficiente de variação observada anteriormente está fornecendo indícios de que há redução de disparidades e que os municípios estão concentrando-se em um nível mais elevado de eficiência. O município que obteve o maior ganho de eficiência, cerca de 26,0%, foi São João do Pacuí, enquanto Serra dos Aimorés apresentou a maior perda (-16,2%).

Em termos de distribuição dos municípios segundo a mudança na eficiência técnica, percebe-se que em apenas 31,9% deles houve redução de eficiência. A maioria dos municípios apresentou ganho (41,2%) ou, pelo menos, manutenção dos níveis originais (26,9%). Isso significa que, apesar de a média de ganho ter sido de apenas 0,8%, muitos municípios do estado estão conseguindo alocar, de forma mais eficiente, seus recursos. Resta saber se esses ganhos de eficiência estão relacionados à redução das disparidades educacionais em Minas Gerais, análise que será realizada no próximo item deste artigo.

Na análise desagregada, vê-se que o grupo 1 apresentou melhoria de 1,0% em seu indicador de mudança de eficiência médio. Cerca de 45,0% dos municípios desse grupo passaram a alocar seus recursos destinados à educação de forma mais eficiente desde o início do PMDI. São João do Pacuí foi o município que apresentou maior ganho de eficiência (26,0%), enquanto a maior redução ocorreu em Congonhas do Norte (-14,5%).

Já no segundo grupo, o ganho médio foi menor, da ordem de 0,3%, ou seja, a eficiência na alocação dos recursos em educação aumentou menos nesse grupo, quando comparada ao primeiro. Além disso, a parcela de municípios que apresentaram ganho de eficiência foi menor, da ordem de 36,5% do total. Entretanto, mais municípios tiveram redução nas medidas de eficiência em educação. Dentro desse grupo, o município de Rio Espera foi o que apresentou maior ganho de eficiência (18,1%), enquanto a maior perda ocorreu em Varginha (-16,1%).

Conhecer as informações sobre a situação do município em relação aos demais torna possível que políticas educacionais específicas sejam traçadas,

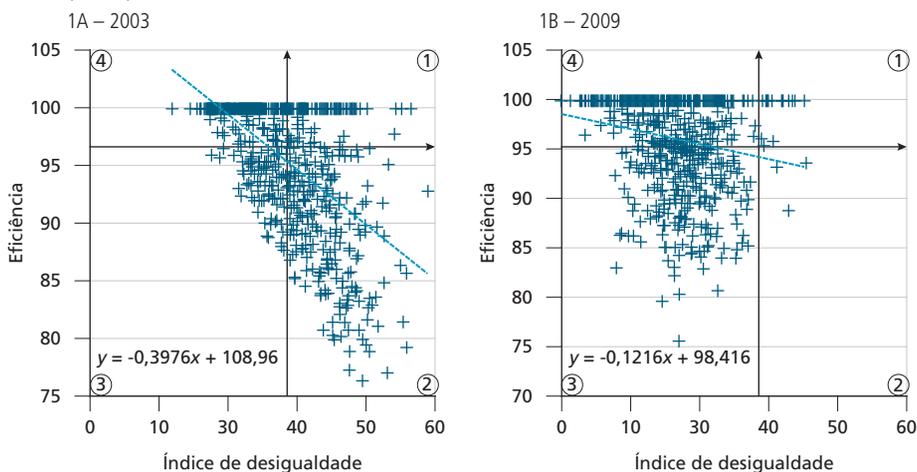
atendendo às necessidades de cada um deles, de forma individualizada, apontando o que deve ser modificado para que a fronteira de eficiência seja atingida.

#### 4.4 Relação entre eficiência e desigualdade em educação

O gráfico 1 ilustra a dispersão dos municípios segundo o ID (eixo horizontal) e a medida de eficiência (eixo vertical). Os eixos denotam as medianas dos indicadores, sendo 34,17 e 96,60 para ID e eficiência, respectivamente. Isso significa que metade dos municípios possuem ID inferior a 34,17 e metade superior a este número. Raciocínio semelhante pode ser feito para a mediana da eficiência.

A opção por utilizar as medianas possibilitou criar quatro quadrantes distintos. Os municípios que estão no quarto quadrante são os que obtiveram os melhores resultados, apresentando maiores níveis de eficiência e menores índices de desigualdade. No terceiro quadrante estão os municípios que, apesar de apresentarem menor índice de eficiência na alocação dos recursos, estavam mais próximos de atingir as metas estabelecidas pelo PMDI. Uma vez que o objetivo do plano é melhorar os indicadores, garantindo a equidade do serviço oferecido no estado, estar mais próximo das metas, ou fronteira equitativa, tem um peso maior que o aumento da eficiência. Sendo assim, a situação dos municípios localizados no terceiro quadrante é melhor que os do primeiro, que apesar de terem índices de eficiência elevados, apresentam altos índices de desigualdade educacional. No segundo quadrante encontram-se os municípios que apresentaram pior situação, com menores valores de eficiência e maiores índices de desigualdade.

GRÁFICO 1  
Relação entre eficiência e ID em educação em Minas Gerais (2003 e 2009)  
(Em %)



Elaboração dos autores.

Comparando os valores dos índices de eficiência e de equidade obtidos para o estado de Minas Gerais em 2003, verifica-se correlação negativa de aproximadamente 0,54. Analisando o gráfico 1A, fica claro que quanto menores os valores da eficiência, maiores são os níveis de desigualdade.

Mantendo os eixos (medianas) de 2003 e plotando os dados de 2009, conforme gráfico 1B, nota-se que a maior parte dos municípios se localiza nos quadrantes 3 e 4, ou seja, as desigualdades educacionais diminuíram consideravelmente no período analisado.

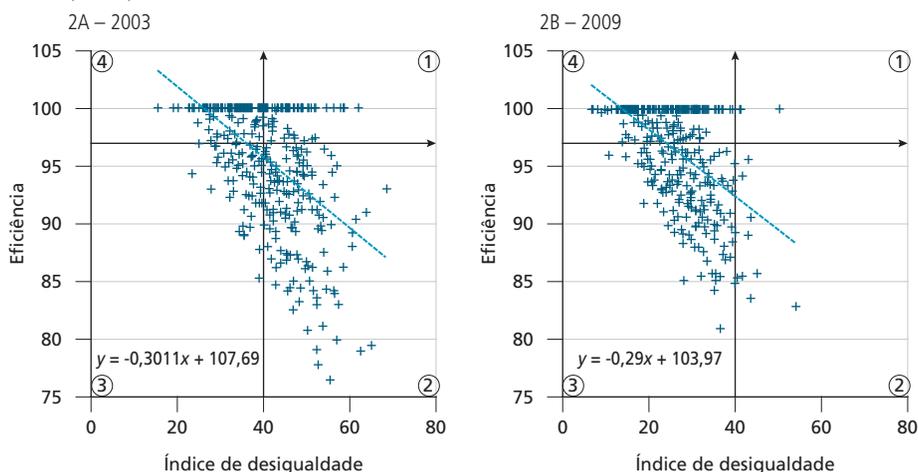
O gráfico 2 ilustra as dispersões dos indicadores para a análise envolvendo somente os municípios do grupo 1. O gráfico 2A, referente aos dados de 2003, permite visualizar a relação inversa entre os dois indicadores, isto é, quanto maior o nível de eficiência na alocação de recursos educacionais, menor a desigualdade do município em relação às metas estabelecidas pelo PMDI.

Analisando o gráfico 2B, nota-se que o ID apresentou melhor resultado para 2009, já que os municípios estão mais próximos dos quadrantes 3 e 4, os quais representam os menores indicadores de desigualdade. Ressalta-se que os eixos nos gráficos são as medianas dos índices observadas em 2003. Com isso, de acordo com os dados de 2009, apenas treze dos 407 municípios desse grupo tiveram ID superior à mediana de 2003, que foi de 40,33%.

GRÁFICO 2

Relação entre eficiência e ID para os municípios do grupo 1 (2003 e 2009)

(Em %)



Elaboração dos autores.

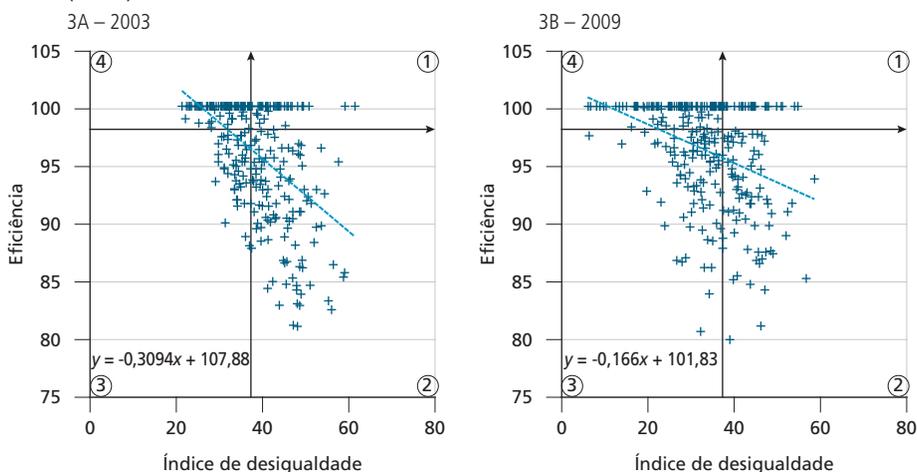
Assim como nas análises anteriores, o grupo 2 também apresenta correlação negativa entre eficiência e ID, ou seja, os municípios com maior nível de desigualdade educacional são os menos eficientes (gráfico 3). A correlação simples entre os indicadores de 2003 é igual a  $-0,5078$ , enquanto para 2009 o valor foi de  $-0,3770$ .

Comparando-se os gráficos 3A e 3B, percebe-se que os municípios do segundo grupo também manifestaram melhoria no ID, embora esta tenha sido relativamente menor que no grupo 1. Há visível deslocamento para a esquerda dos pontos, refletindo menores valores de ID, porém muitos deles ainda apresentam valores superiores ao da mediana de 2003.

GRÁFICO 3

**Relação entre eficiência e ID no grupo 2 (2003 e 2009)**

(Em %)



Elaboração dos autores.

A seguir, serão analisadas as relações entre o índice que mede a variação na eficiência (efeito emparelhamento) e a variação nos índices de desigualdade. Utilizando-se as medianas das variações dos índices foi possível construir os quadrantes apresentados nos gráficos 4 e 5. Os municípios que estão no primeiro quadrante são aqueles que obtiveram aumento na eficiência, mas com maior grau de desigualdade. No segundo quadrante estão os que aumentaram a eficiência e diminuíram a desigualdade, ou seja, a melhor situação, já que, além de reduzirem a diferença em relação às metas, ainda melhoraram a gestão dos recursos destinados à educação. O terceiro quadrante contém aqueles municípios que, apesar de terem diminuído a distância em relação aos objetivos do PMDI, obtiveram redução no nível de eficiência. E o quarto quadrante é o que indica a pior condição, uma vez que, além de aumentarem a desigualdade, os municípios ainda perderam eficiência.

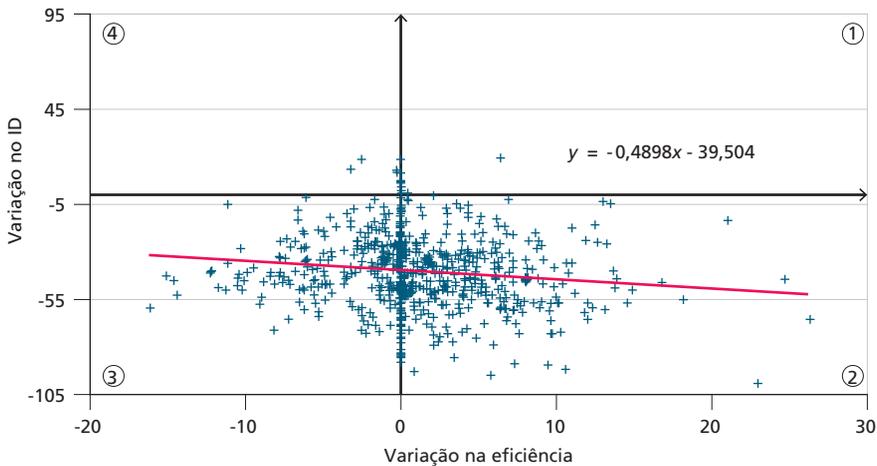
Pelo gráfico 4 pode-se verificar o comportamento dos índices de eficiência e de desigualdade, considerando-se todos os municípios analisados em Minas Gerais entre 2003 e 2009. A desigualdade apresentou grande redução, visto que dos 717 municípios estudados, apenas quinze aumentaram a distância das metas do PMDI desde o começo do plano, situando-se nos quadrantes 1 e 4. Os outros 702 diminuíram a desigualdade, sendo que em alguns a queda foi significativa.

Em relação à eficiência, a menor parte dos municípios obteve perda (quadrantes 3 e 4), sendo 226 os municípios que reduziram seu desempenho em relação ao nível inicial. Dos 491 restantes, 323 melhoraram sua situação, enquanto 168 mantiveram o mesmo grau de eficiência inicial. Vê-se que a maior parte dos municípios se situa no segundo quadrante, o que representa a melhor situação educacional, já que proporciona aumento na eficiência, com queda no nível de desigualdade.

GRÁFICO 4

**Varição dos índices de eficiência e de desigualdade nos municípios de Minas Gerais (2003-2009)**

(Em %)

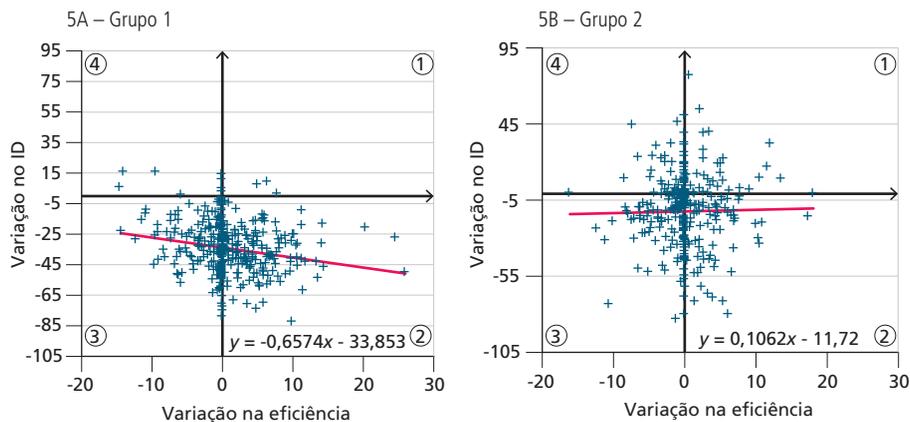


Elaboração dos autores.

Fazendo a análise por grupos, observam-se comportamentos distintos entre eles (gráfico 5). No grupo 1, dos 407 municípios, apenas treze aumentaram as desigualdades em relação à meta, situando-se nos quadrantes 1 e 4 do gráfico 5A. Os outros 394 municípios apresentaram algum grau de melhoria. Quanto à eficiência, 30% dos municípios desse grupo pioraram seu desempenho ao longo do tempo, 102 não apresentaram variação alguma, permanecendo sobre o eixo vertical, enquanto 182 melhoraram seus indicadores.

### GRÁFICO 5

#### Varição dos índices de eficiência e de desigualdade nos municípios dos grupos 1 e 2 (2003-2009) (Em %)



Elaboração dos autores.

Já o grupo 2 apresentou, em média, pior desempenho em relação ao ID. Mais de 30% dos municípios desse grupo aumentaram a desigualdade educacional. Além disso, cerca de 35% tiveram perda de eficiência no período analisado. Esse grupo apresenta muitos municípios em todos os quadrantes, o que expressa a heterogeneidade existente e a dificuldade na condução de políticas que buscam a equidade.

O primeiro grupo apresentou correlação negativa de 20,0% entre a variação na eficiência e a variação do ID. Quanto melhor tornou-se o nível de eficiência, menor foi o nível de desigualdade. Já no segundo grupo a correlação foi praticamente nula, 1,8%.

Esses resultados confirmam que, apesar do PMDI estar contribuindo para diminuir as desigualdades educacionais, os municípios que apresentavam piores condições iniciais, componentes do grupo 2, enfrentam maior dificuldade para reduzir suas diferenças e se aproximar do que foi planejado pelas metas de longo prazo.

É importante destacar que durante o período pós-implantação do PMDI, além de já ser visível a redução de desigualdades educacionais, que é um de seus objetivos, a eficiência na alocação dos recursos também tem apresentado variações positivas. É extremamente importante essa melhoria na gestão dos recursos, já que quanto menor a ineficiência, maior a oferta de serviços educacionais e, conseqüentemente, mais cidadãos tendo acesso à educação.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo teve como objetivo avaliar se os objetivos do PMDI para a educação têm sido alcançados em sua primeira fase de implantação, considerando os princípios de equidade e de eficiência.

Pelos resultados encontrados, verifica-se que o estado de Minas Gerais pode ser dividido em dois grupos de municípios com características educacionais distintas, sendo que o grupo que apresenta piores indicadores é aquele composto, em sua maioria, por municípios das regiões menos desenvolvidas do estado.

Em termos gerais, apesar de os indicadores médios estarem melhorando, no sentido de atingirem as metas do plano, a variação percebida para o grupo que apresentou os melhores resultados foi maior que a variação do outro grupo. Isto pode indicar que, apesar de algumas variáveis educacionais terem melhorado suas médias, as disparidades estão aumentando em algumas regiões, já que os municípios com melhores indicadores iniciais se distanciaram ainda mais dos municípios que detinham os piores indicadores antes da implantação do plano.

As medidas de eficiência apresentaram valores elevados tanto para o estado como um todo quanto para os grupos individualmente. O coeficiente de variação mostrou que a dispersão em torno da média de eficiência reduziu entre os anos de 2003 e 2009, ou seja, os municípios tornaram-se mais homogêneos em relação à eficiência, a qual variou positivamente no período. Cabe destacar que é importante que os recursos sejam administrados eficientemente, pois desta forma mais serviços serão gerados pelo município, aumentando o acesso à população e diminuindo, indiretamente, a desigualdade.

Os índices de eficiência e de desigualdade apresentaram correlação negativa, ou seja, os municípios com melhor desempenho na alocação dos recursos foram os que obtiveram os menores índices de desigualdade. Quando verificada a relação entre as taxas de variação dos índices, pôde-se observar que, apesar de o PMDI estar contribuindo para diminuir as desigualdades educacionais, os municípios que apresentaram piores condições iniciais enfrentam maior dificuldade para reduzir suas diferenças e se aproximar do que foi planejado.

Cabe salientar que o PMDI é um plano que envolve diretrizes de longo prazo. Neste sentido, o tempo pode ainda não ter sido suficiente para que todas as metas fossem devidamente cumpridas. Entretanto, é preciso maior esforço para que as regiões mais carentes sejam atendidas de forma diferenciada, conseguindo, assim, alcançar as regiões mais adiantadas. Por meio desse esforço, mediante políticas diferenciadas para as regiões, serão feitos os ajustes necessários, respeitando-se os fatores determinantes das desigualdades existentes.

## REFERÊNCIAS

BANKER, R. D.; CHARNES, H.; COOPER, W. W. Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. **Management Science**, v. 30, n. 9, p. 1078-1092, 1984.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília: Senado Federal, 1988.

CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. Measuring the efficiency of decision making units. **European Journal of Operational Research**, v. 2, n. 6, p. 429-444, 1978.

FÄRE, R. *et al.* Productivity growth, technical progress, and efficiency change in industrialized countries. **American Economic Review**, v. 84, n. 1, p. 66-83, 1994.

FERNANDES, E. A.; CUNHA, N. R. S.; SILVA, R. G. Degradação ambiental no estado de Minas Gerais. **Revista de Economia e Sociologia Rural**, v. 43, n. 1, p. 179-198, 2005.

FERREIRA, C. M. C.; GOMES, A. P. **Análise envoltória de dados: teoria, modelos e aplicações**. Viçosa: Editora UFV, 2009.

FJP – FUNDAÇÃO JOÃO PINHEIRO. **Índice Mineiro de Responsabilidade Social (IMRS) 2009**. Belo Horizonte: FJP, 2009. Disponível em: <<http://goo.gl/kbOhv2>>.

HAIR, J. F. *et al.* **Multivariate data analysis: with readings**. New Jersey: Prentice Hall, 1995.

MANLY, B. F. J. **Multivariate statistical methods**. 2nd ed. New York: Chapman & Hall, 1994.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Planejamento; CDES – Conselho de Desenvolvimento Econômico e Social. **Plano Mineiro de Desenvolvimento Integrado (PMDI) 2007-2023**. Belo Horizonte: Seplag; CDES, 2007. Disponível em: <<http://goo.gl/BykSNh>>.

\_\_\_\_\_. \_\_\_\_\_. **Plano Mineiro de Desenvolvimento Integrado (PMDI) 2011-2030: gestão para a cidadania**. Belo Horizonte: Seplag; CDES, 2011. Disponível em: <<http://goo.gl/2ktDRU>>.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Estado de Saúde. **Metodologia de alocação equitativa de recursos: uma proposta para Minas Gerais**. Belo Horizonte: Secretaria de Estado de Saúde, 2004. Disponível em: <<http://goo.gl/DFtcaF>>.

MINGOTI, S. A. **Análise de dados através de métodos de estatística multivariada: uma abordagem aplicada**. Belo Horizonte: EDUFMG, 2005.

SILVA, R. G.; RIBEIRO, C. G. Análise da degradação ambiental na Amazônia Ocidental: um estudo de caso dos municípios do Acre. **Revista de Economia Rural e Sociologia**, v. 1, n. 42, p. 93-112, 2004.

SOUZA, R. F.; KHAN, A. S. Modernização da agricultura e hierarquização dos municípios maranhenses. **Revista de Economia e Sociologia Rural**, Brasília, v. 39, n. 1, p. 75-98, jan.-mar. 2001.

## APÊNDICE A

TABELA A.1  
Média dos indicadores e dos IDs das mesorregiões mineiras (2003)

Mesorregiões	Indicadores														Índices	
	DEPBIM	DEPBFM	DEPBIP	DEPBFP	DEIQEI	DEIQEF	DEIQEM	DEDESI	DEDEF	DEDESEM	DETXCF	DETCM	DETEF	DETXDEM	IPD	ID (%)
Campo das Vertentes	12,98	6,89	17,74	11,82	26,69	29,61	39,48	51,94	9,43	6,43	20,14	22,99	265,64	228,72	0,53	29,08
Central Mineira	15,78	9,03	19,67	12,37	32,60	30,25	39,18	54,63	19,88	10,94	24,46	35,00	260,42	230,49	0,59	32,34
Jequitinhonha	18,24	13,09	23,46	16,76	53,69	44,72	55,81	76,07	38,56	13,65	33,02	37,87	424,93	285,95	0,70	40,56
Metropolitana de Belo Horizonte	14,74	10,06	18,84	13,49	35,78	33,80	45,02	64,14	16,35	8,09	25,08	39,66	298,03	254,52	0,61	34,49
Noroeste de Minas	15,63	11,12	20,31	16,10	39,24	35,79	56,21	44,81	25,70	11,92	21,02	37,29	242,15	221,89	0,60	33,24
Norte de Minas	24,51	16,74	29,05	19,62	61,97	59,52	71,75	72,68	44,30	16,35	25,95	35,48	341,57	284,96	0,74	41,66
Oeste de Minas	11,81	7,66	17,13	11,81	28,40	27,25	37,25	41,79	8,29	5,53	14,86	36,08	231,63	203,33	0,54	29,23
Sul/Sudoeste de Minas	12,73	6,80	17,50	11,89	29,02	23,86	35,20	33,39	6,75	4,46	15,07	32,35	246,69	197,35	0,53	28,92
Triângulo Mineiro/Alto Paranaíba	15,34	8,74	19,46	13,36	37,23	30,72	40,91	40,02	7,71	5,85	23,27	44,27	229,73	191,98	0,60	32,85
Vale do Mucuri	23,40	15,66	27,17	18,93	67,03	54,98	60,12	69,43	39,16	12,06	35,26	43,97	432,09	284,73	0,77	44,40
Vale do Rio Doce	18,65	12,15	23,96	15,99	43,69	41,31	49,42	62,99	29,12	10,73	31,39	44,35	322,03	247,11	0,68	38,86
Zona da Mata	15,79	8,41	20,11	12,52	33,42	32,10	41,23	58,42	13,73	7,10	27,41	36,35	317,28	228,17	0,61	33,85
<b>Minas Gerais</b>	<b>16,37</b>	<b>10,15</b>	<b>20,97</b>	<b>14,20</b>	<b>39,16</b>	<b>35,83</b>	<b>46,23</b>	<b>55,38</b>	<b>18,73</b>	<b>8,76</b>	<b>24,35</b>	<b>37,17</b>	<b>299,01</b>	<b>235,70</b>	<b>0,62</b>	<b>34,61</b>

Elaboração dos autores.

Obs.: 1. *DEPBIM* = desigualdade Prova Brasil séries iniciais ensino fundamental matemática; *DEPBFM* = desigualdade Prova Brasil séries finais ensino fundamental matemática; *DEPBIP* = desigualdade Prova Brasil séries iniciais ensino fundamental português; *DEPBFP* = desigualdade Prova Brasil séries finais ensino fundamental português; *DEIQEI* = desigualdade IQE séries iniciais ensino fundamental; *DEIQEF* = desigualdade IQE séries finais ensino fundamental; *DEIQEM* = desigualdade IQE ensino médio; *DEDESI* = desigualdade docentes com ensino superior séries iniciais ensino fundamental; *DEDEF* = desigualdade docentes com ensino superior ensino médio; *DEDESEM* = desigualdade docentes com ensino superior ensino médio; *DETXCF* = desigualdade taxa de conclusão ensino fundamental; *DETXCEM* = desigualdade taxa de conclusão ensino médio; *DETXDEM* = desigualdade taxa de conclusão idade-série ensino médio.

2. IPD = índice parcial de desigualdade; ID = índice de desigualdade.

TABELA A.2  
Média dos indicadores e dos IDs das mesorregiões mineiras (2009)

Mesorregiões	Indicadores														Índices	
	DEPBIM	DEPBFM	DEPBIP	DEPBFP	DEIQEI	DEIQFF	DEIQEM	DEDESI	DEDESF	DEDESEM	DETCF	DETCEM	DETDEF	DETDEM	IPD	ID (%)
Campo das Vertentes	1,29	3,34	9,58	4,02	10,44	3,38	12,01	7,93	2,90	4,60	24,25	20,63	180,02	139,61	0,68	18,32
Central Mineira	2,07	4,99	8,99	4,59	16,52	5,15	14,85	13,09	5,36	4,29	34,10	28,74	140,44	135,62	0,70	19,97
Jequitinhonha	4,51	6,59	13,90	5,66	28,13	11,42	24,51	7,89	17,96	19,07	40,50	28,31	239,63	215,39	0,74	20,66
Metropolitana de Belo Horizonte	2,89	6,54	12,38	5,92	15,84	5,47	16,68	9,76	7,75	8,60	30,89	25,29	198,90	181,08	0,71	21,73
Noroeste de Minas	4,47	7,44	13,98	8,17	23,21	10,21	28,05	2,01	7,12	8,27	27,06	18,16	123,32	128,28	0,67	19,66
Norte de Minas	7,96	12,93	17,84	11,18	37,58	19,46	40,18	12,44	23,04	18,56	35,30	22,27	196,60	177,98	0,72	20,57
Oeste de Minas	0,35	3,81	7,25	4,70	4,94	1,70	9,87	4,89	1,59	3,64	19,71	21,33	148,74	115,28	0,65	16,98
Sul/Sudoeste de Minas	0,59	4,27	7,91	4,73	7,86	3,14	9,11	4,49	2,17	3,23	18,55	21,79	161,78	107,98	0,65	17,00
Triângulo Mineiro/Alto Paranaíba	1,60	5,58	9,85	5,91	14,34	6,25	13,97	6,96	2,39	4,06	28,14	26,44	171,21	132,25	0,69	20,58
Vale do Mucuri	7,16	9,74	16,89	8,44	37,60	17,80	37,35	6,38	19,52	19,38	49,77	33,66	285,41	237,34	0,80	24,00
Vale do Rio Doce	5,10	6,73	15,20	6,09	21,86	7,94	19,20	10,12	13,56	11,70	35,07	31,00	177,65	160,74	0,73	23,59
Zona da Mata	2,45	5,14	11,47	5,36	14,18	5,26	16,90	9,86	4,48	4,70	32,74	26,94	198,82	144,88	0,72	22,16
<b>Minas Gerais</b>	<b>3,15</b>	<b>6,32</b>	<b>11,94</b>	<b>6,10</b>	<b>17,81</b>	<b>7,36</b>	<b>18,64</b>	<b>8,38</b>	<b>8,51</b>	<b>8,50</b>	<b>30,07</b>	<b>25,36</b>	<b>185,44</b>	<b>152,03</b>	<b>0,70</b>	<b>20,49</b>

Elaboração dos autores.

Obs.: 1. *DEPBIM* = desigualdade Prova Brasil séries iniciais ensino fundamental matemática; *DEPBFM* = desigualdade Prova Brasil séries finais ensino fundamental matemática; *DEPBIP* = desigualdade Prova Brasil séries iniciais ensino fundamental português; *DEPBFP* = desigualdade Prova Brasil séries finais ensino fundamental português; *DEIQEI* = desigualdade IQE séries iniciais ensino fundamental; *DEIQEF* = desigualdade IQE séries finais ensino fundamental; *DEIQEM* = desigualdade IQE ensino médio; *DEDESI* = desigualdade docentes com ensino superior séries iniciais ensino fundamental; *DEDESF* = desigualdade docentes com ensino superior séries finais ensino fundamental; *DEDESEM* = desigualdade docentes com ensino superior ensino médio; *DETXCEF* = desigualdade taxa de conclusão ensino fundamental; *DETXCEM* = desigualdade taxa de conclusão ensino médio; *DETXDEF* = desigualdade taxa distorção idade-série ensino fundamental; *DETXDEM* = desigualdade taxa distorção idade-série ensino médio.

2. IPD = índice parcial de desigualdade; ID = índice de desigualdade.

