DOCUMENTO PRELIMINAR
GRUPO DE ENERGIA
Nº 5

"Um Modelo de Planejamento de Oferta de Energia Elétrica"

Octávio A. F. Tourinho

Março de 1982

INSTITUTO DE PLANEJAMENTO ECONÔMICO E SOCIAL

IPEA / INPES / Grupo de Energia

UM MODELO DE PLANEJAMENTO DE OFERTA DE ENERGIA ELÉTRICA

Octávio A. F. Tourinho

Rio de Janeiro - Março 1982

SUMÁRIO

Trabalho elaborado em setembro de 1980

1. Descrição geral

Este documento apresenta a formulação de um modelo de planejamento de expansão do sistema de suprimento de energia elétrica que visa a calcular os custos médio e marginal por kWh entregue às várias regiões consumidoras, para satisfazer níveis totais de demanda regional predeterminados, e enfatizando três aspectos principais do problema:

a) o processo de exaustão dos potenciais das bacias hidrográficas é caracterizado por não-linearidades;

b) existe a possibilidade de transporte de grandes blocos de energia das bacias amazônicas para as diversas regiões consumidoras;

c) é desejável modelar explicitamente o caráter estocástico da energia hídrica para calcular adequadamente a despesa esperada com combustível.

Este modelo não trata, entretanto, dos requisitos de potência, embora este seja um aspecto relevante, mas não crítico, do planejamento. O problema é contornado incluindo no custo das usinas o custo da motorização adicional necessária para obter um fator de carga predeterminado e invariante.

Os períodos de planejamento são plurianuais, contendo um número δ de anos. O primeiro período, que começa no primeiro ano para o qual existe flexibilidade de decisão, é caracterizado pelo valor unitário para o superscrito t. O número total de períodos considerados é θ e a taxa de juros é R.

2. Investimentos

Os investimentos requeridos para desenvolver as várias fontes de energia e implantar o sistema de transmissão, tratados separadamente a seguir, levam em conta as peculiaridades de cada caso. Vale a pena ressaltar agora, entretanto, que o cálculo do custo de capital considera também a diferença entre as vidas úteis dos investimentos, pois isto afeta a solução ótima. Assim, após o cálculo do investimento no período ele é anualizado de acordo com sua vida e depois toma-se o conjunto de "prestações" de recuperação de capital que ocorrem antes do horizonte de planejamento. Chamando de $\rho(\tau)$ o fator de recuperação de capital em τ anos[1], isto equivale a multiplicar o investimento no período t por $\dfrac{\rho\,(v)}{\rho\left[\delta(\theta-t)+\delta/2\right]}$, onde v é a vida do investimento considerado. Este procedimento presupõe que a vida

---

[1] O fator de recuperação de capital (ρ) pode ser calculado através da fórmula $\rho = \dfrac{R\ (1+R)^{\tau}}{(1+R)^{\tau} - 1}$, onde R é a taxa de juros e τ a vida do investimento em anos.

dos novos investimentos excede o horizonte de planejamento, o que é consistente com o fato de não tratarmos do problema de desativação de equipamentos. No que se segue, os fatores correspondentes às hidrelétricas, térmicas do tipo k e linhas de transmissão serão denominados respectivamente ξ^{Ht}, ξ_k^{Tt} e ξ^{Yt} os quais multiplicarão o investimento no período para fornecer o que chamaremos de investimento corrigido.

2.1. Energia hídrica

O total da energia firme anual da região i (i=1, ... ,q) aproveitada antes do primeiro período de planejamento será denominado $\hat{H}_i$ e a energia firme anual [2] da região i aproveitada entre o período inicial e o período t será denominada H_i^t. Como o potencial aproveitado não pode ser reduzido de um período para outro, o seguinte conjunto de restrições deve ser respeitado:

$$H_i^t \geqq H_i^{t-1} \qquad \forall i ; \forall t \geqq 2 \qquad (1)$$

Além disto, devemos também considerar que existe um limite superior para o potencial aproveitável em cada região, que será denotado $\tilde{H}_i$, dando origem às seguintes restrições:

$$H_i^{\Theta} \leqq \tilde{H}_i \qquad \forall i \qquad (2)$$

[2] A energia firme anual é aquela que pode ser fornecida pela usina mesmo que as piores condições hidrológicas já registradas venham a se repetir. A margem de segurança implícita na utilização deste dado pode ser facilmente alterada nas análises de sensibilidade tomando um múltiplo de H_i^t como parâmetro de planejamento, para atendimento da demanda.

Considerando a expansão do aproveitamento até o período t, o investimento total necessário para elevar em H_i^t a capacidade inicial instalada será uma função $I_i^H(\cdot)$ deste incremento total de capacidade.

Implícita nesta função de investimento está a hipótese de que ela tenha sido construída respeitando a ordenação mais econômica das usinas em cada bacia, isto é, em ordem crescente de custo por kWh de energia firme gerada. Portanto, ela será convexa devido à exaustão progressiva das localizações favoráveis nas bacias hidrográficas, pois o investimento médio por kWh cresce com o aumento do potencial aproveitado. A Figura 1 a seguir mostra o aspecto desta função.

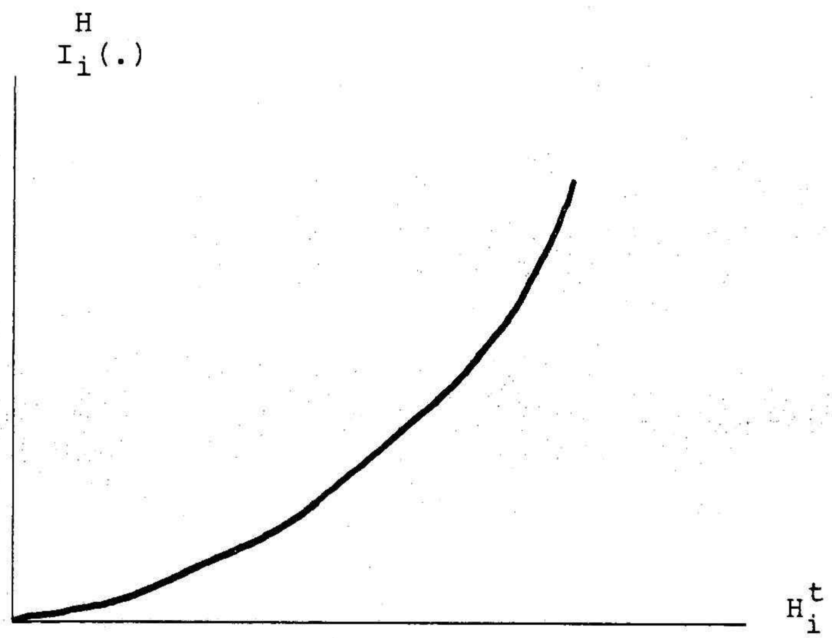

FIGURA 1

O investimento corrigido em geração hídrica (denominado ψ_1^t) no período t pode então ser obtido da diferença no investimento total, agregada para todas as regiões:

$$\psi_1^t = \xi^{Ht} \Sigma_{i=1}^q \left[I_i^H (H_i^t) - I_i^H (H_i^{t-1}) \right] \quad (3)$$

Esta formulação difere da usual[3] por não possuir variáveis de decisão para projetos específicos, ignorando as indivisibilidades que ocorrem na construção de hidrelétricas. Assim, a função de investimentos, que é na realidade descontínua, em forma de degraus, é aproximada por outra contínua, com derivada contínua. Embora incorreta para planejamento de obras no curto prazo, quando as indivisibilidades são de fundamental importância, não se espera que esta aproximação produza distorções significativas nas estimativas dos custos médio e marginal, no longo prazo, por duas razões principais: a primeira é que a motorização das usinas muitas vezes se faz ao longo de vários anos, o que introduz alguma flexibilidade no planejamento; a segunda é que as usinas a construir representarão, cada vez mais, frações menores do mercado total, pois os aproveitamentos de grande porte vão escasseando à medida que o mercado cresce. Finalmente, vale também lembrar que os dados disponíveis para algumas bacias são ainda bastante preliminares e incertos, e a utilização de uma curva ajustada nestes casos possivelmente não introduz distorções adicionais.

O emprego de apenas uma variável para caracterizar a capacidade de geração hídrica na região tem a virtude de reduzir drasticamente o número de variáveis e viabilizar a introdução de variáveis estocásticas no modelo, como veremos adiante.

---

[3] Para um apanhado bastante completo dos principais modelos descritos na literatura, ver C. Anderson. "Models for determining least-cost investments in electricity supply", Bell Journal of Economics, 1972.

2.2. Energia térmica (carvão e nuclear)

Consideremos que existem vários tipos de usinas térmicas entre nucleares, carvão, óleo, etc., sendo a capacidade anual de geração térmica de usinas do tipo k (k=1, ..., n), instaladas na região i e existentes no primeiro período de planejamento, denominada $\hat{T}_{ik}$. O incremento na capacidade anual de geração térmica do tipo k na região i ocorrido no período t será designado como T^t_{ik}.

Uma vez que a capacidade não pode ser reduzida de um período para outro, temos o seguinte conjunto de restrições:

$$T^t_{ik} \geq 0 \qquad \forall\, i,k,t \qquad (4)$$

Vamos também supor que existe um limite superior para a capacidade de geração dos vários tipos de térmicas, em função de limitações na disponibilidade de combustível (por exemplo, tamanho das reservas de carvão):

$$\Sigma^{\theta}_{\tau=1} \Sigma^{q}_{i=1} T^{\tau}_{ik} \leq \tilde{T}_k \qquad \forall\, k \qquad (5)$$

Consideraremos ainda que o investimento necessário para aumentar a geração térmica anual em usinas do tipo k ($I^T_k(\cdot)$) não depende da região onde o aumento da capacidade ocorre, e é proporcional a este incremento de acordo com um fator V_k, desprezando indivisibilidades e efeitos de escala.

O investimento corrigido em geração térmica efetuado no período t (denominado ψ^t_2) pode ser obtido do incremento no investimento total, agregado para todos os tipos de térmicas:

$$\psi^t_2 = \sum_{k=1}^{n} \xi^{Tt}_k \; V_k \; (\Sigma^{q}_{i=1} \; T^t_{ik}) \qquad (6)$$

2.3. Transmissão

A energia gerada pode ser consumida na própria região ou pode ser transmitida. Seja $\hat{Y}_{ij}$ a capacidade anual de transmissão entre i e j (i=1,...,q e j=i+1,...,q) existente no sistema no período inicial e seja Y_{ij}^{t} o incremento na capacidade anual de transmissão entre i e j ocorrido no período t. Será suposto que o investimento necessário para concretizar um aumento de capacidade é proporcional, de acordo com um fator L_{ij}, à magnitude do incremento. Implícita nesta formulação está a hipótese que expansões de capacidade de transmissão fazem-se segundo retornos constantes de escala, sendo desprezadas economias de escala que possivelmente existam. O investimento total no período t pode ser obtido agregando os investimentos para todas as linhas:

$$\psi_3^t = \xi^{yt} \Sigma_{i=1}^{q} \quad \Sigma_{j=i+1}^{q} L_{ij} \quad Y_{ij}^{t} \qquad (7)$$

3. Atendimento aos requisitos de energia

O caráter estocástico da disponibilidade de energia hídrica será explicitamente considerado para que seja possível calcular diretamente no modelo a despesa esperada com combustível na geração térmica.[4]

A densidade de probabilidades da hidraulicidade pode ser tratada de maneira discreta associando uma probabilidade a

---

[4] Este problema também é discutido num contexto mais geral, no manuscrito não-publicado "Um tratamento alternativo para estimação do custo de geração térmica", julho (1980), deste autor.

cada estado s de hidraulicidade. Os estados, por sua vez, serão caracterizados por vetores que indicam a hidraulicidade em cada região, o que pode ser formalizado denominando de hidrorregião r ($r=1, ..., h$) o conjunto de regiões que têm o mesmo regime hidrológico (a rigor, regimes hidrológicos altamente correlacionados) e chamando de J_r o conjunto de índices das regiões que integram a hidrorregião r. A energia disponível na região $i \in J_r$ no estado s pode ser expressa como um múltiplo M_r^s da energia firme instalada até aquele momento, ficando então o estado s caracterizado pela h-upla $(M_1^s, ..., M_h^s)$ e por uma probabilidade p^s de ocorrência. O fato de considerarmos vários estados para a hidraulicidade exige que definamos variáveis que caracterizam a energia efetivamente transmitida entre as regiões, nos vários estados. Assim, seja X_{ij}^{ts} a energia transmitida anualmente de i para j no período t, no estado s. Naturalmente, a restrição de capacidade de transmissão deve ser satisfeita:

$$X_{ij}^{ts} \leqq \hat{Y}_{ij} + \Sigma_{\tau=1}^{t} Y_{ij}^{\tau} \quad , \quad \forall s,t,i,j \qquad (8)$$

É necessário também considerar que o nível de operação das térmicas vai depender do estado de hidraulicidade, pois um excedente de energia hídrica permite sua redução naquele período. Definindo U_{ik}^{ts} como a energia gerada anualmente no período t e no estado s pelas térmicas do tipo k instaladas na região i, devemos garantir que ela é sempre inferior à capacidade instalada respectiva:

$$U_{ik}^{ts} \leqq \hat{T}_{ik} + \Sigma_{\tau=1}^{t} T_{ik}^{\tau} \qquad \forall s,t,i,k \qquad (9)$$

Finalmente, devemos garantir que a demanda em cada região é atendida pela soma das energias hídrica e térmica geradas na mesma com a energia líquida transmitida de outras regiões, subtraída da energia transmitida para outras regiões:

$$M_r^s \, (\hat{H}_i + H_i^t) + \Sigma_{k=1}^{n} \, U_{ik}^{ts} + \Sigma_{j=1}^{q} \, (1 - P_{ij}) \, X_{ji}^{ts} -$$

$$- \, \Sigma_{j=1}^{q} \, X_{ij}^{ts} \geqq Q_i^t \qquad \forall \, r,t,s,i \varepsilon J_r \qquad (10)$$

Na expressão acima, as perdas de transmissão entre i e j são uma proporção P_{ij} da energia transmitida e debitadas à região importadora.

4. Operação, manutenção e custo de combustível

Os custos operacionais das térmicas podem ser divididos em duas parcelas: uma "fixa", proporcional à capacidade de geração já instalada, e outra "variável", proporcional ao valor esperado da quantidade de energia gerada. Definindo F_{ik} como o custo operacional anual por unidade de capacidade de geração e E_{ik}^{t} como o custo operacional anual por unidade de energia gerada (incluindo combustível e manutenção), podemos escrever uma expressão para o custo operacional esperado de geração das térmicas do tipo k instaladas na região i, durante o período t (denominado ψ_4^t):

$$\psi_4^t = \delta \, \Sigma_{k=1}^{n} \, \Sigma_{i=1}^{q} \left[E_{ik}^{t} \, \Sigma_{s=1}^{m} \, (U_{ik}^{ts} \, p^{s}) + F_{ik} \, (\hat{T}_{ik} + \Sigma_{\tau=1}^{t} \, T_{ik}^{\tau})\right] \quad (11)$$

Os custos operacionais das hidrelétricas são considerados proporcionais à capacidade de geração já instalada na bacia, de acordo com um fator G_i. A despesa total no período t (denominada ψ_5^t) será:

$$\psi_5^t = \delta \, \Sigma_{i=1}^{q} \, G_i \, (H_i^t + \hat{H}_i) \quad (12)$$

5. Formulação final

Podemos agora formular o problema de otimização que deve ser resolvido para definir a expansão ótima do sistema para atender trajetórias de demanda Q_i^t nas várias regiões, para evoluções alternativas dos preços dos combustíveis, que estão embutidos em E_{ik}^t. A função objetivo a ser minimizada (Z), que é não-linear, é a soma dos valores descontados para cada período, dos custos de recuperação do capital investido (que chamamos de investimento corrigido) com os custos operacionais:

$$Z = \Sigma_{t=1}^{\theta} \quad (1 + r)^{-[t(\delta-1) + \delta/2]} \; \Sigma_{z=1}^{5} \; \psi_z^t \tag{13}$$

onde os fatores ψ_z^t, (z=1, ...,5) são dados pelas equações(3), (6), (7), (11) e (12), respectivamente, e as variáveis de decisão são H_i^t, Y_{ij}^t, T_{ik}^t, X_{ij}^{ts} e U_{ik}^{ts}, para quaisquer i,j,k,t e s. A minimização é sujeita às restrições usuais de não-negatividade, além dos conjuntos de equações (1), (2), (4), (5), (8), (9) e (10).

Está implícito nesta formulação que os investimentos realizam-se no meio do período no qual se dá o aumento de capacidade. Os custos são também contabilizados no meio do período a que eles se referem.

6. Programa de desembolsos e restrições de capital

A soma dos investimentos atribuídos ao período t ($\Sigma_{z=1}^{3} \psi_z^t$) é a soma dos custos totais das obras que terminaram naquele período. Como a construção pode englobar vários períodos, o cálculo do desembolso efetivo no período t exige que se leve em consideração o padrão de desembolso ao longo do tempo para os vários tipos de obras. Assim, denominando de d_1^ϕ, d_2^ϕ e d_3^ϕ a proporção do desembolso total realizada no ϕ-ésimo período (ϕ=1, ... ,Φ_z) de construção de hidrelétricas, térmicas e linhas de transmissão, respectivamente, temos que o desembolso no período t é:

$$\Sigma_{z=1}^{3} \; \Sigma_{\phi=1}^{\Phi_z} \; d_z^\phi \; \psi_z^{t+\phi-\Phi_z} \qquad ,\forall t \qquad (14)$$

Esta expressão permite introduzir, se necessário, uma restrição de capital na otimização, fazendo com que o desembolso seja inferior a um valor D^t, o máximo permitido no períoro t. Entretanto, fazer isto é complicado, pois estas restrições são não-lineares, o que introduz sérios problemas de ordem computacional.