IPEA INSTITUTO DE PLANEJAMENTO ECONÔMICO E SOCIAL

TEXTOS PARA DISCUSSÃO INTERNA

Nº 1

"Crédito ao Consumidor: Política de Limitação dos Juros Contábeis e seus Efeitos sobre a Taxa de Juros"

Clóvis de Faro

Maio de 1979

CRÉDITO AO CONSUMIDOR: POLÍTICA DE LIMITAÇÃO DOS JUROS CONTÁBEIS E SEUS EFEITOS SOBRE A TAXA DE JUROS

1- Introdução

Em reunião efetuada em 19 de abril do corrente ano de 1979, o Conselho Monetário Nacional, entre outras medidas que objetivavam combater o recrudescimento inflacionário, resolveu que os estabelecimentos comerciais que operam com recursos próprios não podem efetuar vendas a prazo que impliquem em um total de pagamentos que supere o preço a vista em mais de 30%. Isto é, em outras palavras, os juros contábeis nas operações de crediário ficam limitados ao máximo de 30% do preço a vista.

Entretanto, no que concerne à taxa periódica de juros que fica embutida em cada um dos planos de pagamento, cujos valores têm sido em muitos casos denunciados como abusivos, 1/ a política acima não necessariamente acarreta grandes implicações. Ou seja, uma vez que o valor cobrado a título de entrada é fixado livremente (desde que, obviamente, inferior ao preço a vista), e que o número de prestações é também uma variável sobre controle dos es

---

1/ Veja-se, por exemplo, Daniel Ribeiro de Oliveira e Clovis de Faro, "Crediário ou Agiotagem ? ", Boletim do IERJ, Ano 2, Nº 5 (Agosto de 1978), pp. 2-3.

tabelecimentos comerciais, a taxa de juros que está sendo efetivamente cobrada pode variar entre limites bastante amplos.

Concentrando atenção ao caso de prestações constantes, o propósito da presente nota é o de, para dois modelos básicos de fixação do valor da entrada e fazendo variar o número de prestações mensais, mostrar o comportamento da correspondente taxa mensal de juros que está sendo cobrada, para o caso limite em que a soma dos pagamentos é igual a 130% do preço a vista. Adicionalmente, tomando-se a entrada como uma dada fração do preço a vista, mostrar-se-á como a taxa de juros pode ser feita ainda maior mediante a adoção de esquemas de pagamentos variáveis. Especificamente, serão investigados os casos onde as prestações decrescem segundo progressões aritméticas, ou geométricas.

2- Prestações Constantes

Seja o caso de uma mercadoria cujo preço a vista é V e que, a prazo, pode ser adquirida mediante um pagamento imediato, chamado de entrada e representado por E, mais um certo número n de pagamentos periódicos, denominados de prestações, com valores constantes e iguais a p. Com esta notação, a política de limitar os juros contábeis ao máximo de $100 \times c$ por cento do preço a vista é traduzida pela desigualdade:

$$E + np \leq (1 + c) V \tag{1}$$

Para fins de análise, iremos nos concentrar no caso limite, onde a relação (1) é satisfeita como igualdade. Deste mo do, uma vez estabelecido o valor da entrada, segue-se que o valor da prestação, em função do número de pagamentos, será dado de acordo com a expressão abaixo:

$$p = \left[(1 + c) V - E \right] / n \qquad (2)$$

Isto é, uma vez fixados os valores de E e de n, o valor da prestação constante fica automaticamente determinado, como explicitado em (2). Resta, então, determinar a taxa periódica de juros que está implicitamente sendo cobrada em tal plano de compra a prazo. Representando-se por i, sob a forma dita unitária, tal taxa de juros, sabe-se da Matemática Financeira que seu valor será o da raíz real e positiva (que se garante existir e ser única) da seguinte equação do grau n: [2]

$$V - E = p \left[1 - (1+i)^{-n} \right] / i \qquad (3)$$

ou, face a (2)

$$n(V-E) / \left[(1+c) V - E \right] = \left[1 - (1+i)^{-n} \right] / i \qquad (3')$$

Infelizmente, de uma maneira geral, a solução da equação (3) só pode ser determinada por meio de métodos interativos, ou com o auxílio de tábuas financeiras (ou, ainda, mediante o uso de suas atuais substitutas, as modernas calculadoras eletro

[2] Com referência a Clovis de Faro, Matemática Financeira, 7ª Ed. Rio de Janeiro: APEC Editora S.A., 1978, pp. 108-112.

nicas de bolso). Todavia, sob forma aproximada, e que é bastante aceitável para os casos práticos mais comuns, o valor da taxa de juros i pode ser obtido por intermédio da chamada fórmula de Karpin: 3/

$$i = \frac{2c\ V\left[(3+c)\ V - 3\ E\right]}{(V - E)\left[2nc\ V + 3\ (n+1)(V-E)\right]} \qquad (4)$$

Para que tenhamos uma idéia dos valores numéricos da taxa de juros associada a alguns casos particulares de interesse prático, vamos considerar dois distintos modelos de fixação da entrada.

2.1 - <u>Entrada fixada como uma fração do preço a vista</u>

Seja o caso onde:

$$E = f\ V \quad, \text{ para } \quad 0 \leq f < 1 \qquad (5)$$

De (2) e de (4), segue-se, então, respectivamente que:

$$p = V\ (\ 1 + c - f)\ /\ n \qquad (6)$$

e

$$i \simeq \frac{2\ c\ (3 - 3f + c)}{(1-f)\left[\ (2c + 3 - 3f)n + 3\ (1-f)\right]} \qquad (7)$$

3/ Uma análise do desempenho da fórmula de Karpin é apresentada em Clovis de Faro, "Taxas de Juros em Empréstimos com Pagamentos Constantes: desempenhos das fórmulas aproximadas de Evans e de Karpin, e de suas extensões para o caso de prestações variáveis em progressão geométrica", <u>Rumos do Desenvolvimento</u>, Ano 2, Nº 7 (set/out. de 1977), pp. 44-47.

Na Tab:'la 1, supondo-se que o preço a vista seja Cr$. 1.000,00, são apresentados os correspondentes valores da prestações mensal e da taxa mensal de juros, para c igual a 0,3 e para alguns valores escolhidos de f, em função do número n de pagamentos.

2.2 - Entrada fixada como uma proporção da prestação

Considere-se agora o caso onde:

$$E = Kp \;, \quad \text{para} \quad K \geq 0 \tag{8}$$

Logo, face às expressões (2) e (4), decorre, respectivamente, que:

$$p = (1 + c)\, V \,/\, (n + K) \tag{9}$$

e

$$i = \frac{2c\,(n + K)\left[(3 + c)n - 2Kc\right]}{(n - Kc)\left[(3 + 2c)n^2 + 3n - (n + 3)Kc\right]} \tag{10}$$

Para alguns valores de K, e com os demais parametros tais como no caso anterior, são apresentados na Tabela 2 os correspondentes valores da prestação mensal e da taxa mensal de juros, quando se faz variar o número de pagamentos.

3- Pagamentos Variáveis

Uma maneira de, mantendo-se fixos o valor da entrada e o número de pagamentos, aumentar a taxa de juros cobrada em operações de venda a prazo, é a de lançar mão de esquemas de pagamentos variáveis com o tempo. No caso geral, sendo p_j a prestação

TABELA 1

TAXA MENSAL DE JUROS E PRESTAÇÃO CONSTANTE PARA O CASO EM QUE E = fV

n	f = 0,05		f = 0,10		f = 0,15		f = 0,20	
	p (Cr$)	i (%)	p (Cr$)	i (%)	p (Cr$)	i (%)	p (Cr$)	i (%)
1	1 250,00	31,58 (2 593,26)[1]	1 200,00	33,33 (3 055,98)	1 150,00	35,29 (3 660,00)	1 100,00	37,50 (4 467,01)
2	625,00	20,40 (827,94)	600,00	21,51 (935,96)	575,00	22,73 (1 067,91)	550,00	24,11 (1 235,62)
3	416,67	15,07 (438,95)	400,00	15,87 (485,67)	383,33	16,76 (541,99)	366,67	17,76 (611,17)
4	312,50	11,95 (287,52	300,00	12,58 (314,51)	287,50	13,28 (346,52)	275,00	14,06 (384,84)
5	250,00	9,90 (210,44)	240,00	10,42 (228,53)	230,00	10,99 (249,47)	220,00	11,64 (274,83)
6	208,33	8,45 (164,70)	200,00	8,89 (177,88)	191,67	9,38 (193,26)	183,33	9,93 (211,45)
7	178,57	7,37 (134,74)	171,43	7,75 (144,91)	164,29	8,18 (156,90)	157,14	8,65 (170,62)
8	156,25	6,53 (113,63)	150,00	6,87 (121,96)	143,75	7,25 (131,62)	137,50	7,67 (142,74)
9	138,89	5,87 (98,28)	133,33	6,17 (105,13)	127,78	6,51 (113,15)	122,22	6,89 (122,46)
10	125,00	5,33 (86,48)	120,00	5,60 (92,29)	115,00	5,91 (99,18)	110,00	6,25 (106,99)
11	113,64	4,88 (77,14)	109,09	5,13 (82,27)	104,55	5,41 (88,18)	100,00	5,72 (94,93)
12	104,17	4,50 (69,59)	100,00	4,73 (74,12)	95,83	4,99 (79,38)	91,67	5,27 (85,21)
18	69,44	3,06 (43,58)	66,67	3,22 (46,27)	63,89	3,40 (49,36)	61,11	3,59 (52,69)
24	52,08	2,32 (31,68)	50,00	2,44 (33,55)	47,92	2,57 (35,60)	45,83	2,72 (37,99

[1] Números entre parênteses denotam as correspondentes taxas anuais de juros.

TABELA 2

TAXA MENSAL DE JUROS E PRESTAÇÃO CONSTANTE PARA O CASO EM QUE E = kp

n	k = 0		k = 1		k = 1,5		k = 2	
	p (Cr$)	i (%)	p (Cr$)	i (%)	p (Cr$)	i (%)	p (Cr$)	i (%)
1	1 300,00	30,00 (2 229,81)[1]	650,00	85,71 (> 100000)	520,00	136,36 (>3 x 10^6)	433,33	224,98 (>4 x 10^8)
2	650,00	19,41 (740,40)	433,33	33,61 (3 136,44)	371,43	42,55 (6 940,55)	325,00	53,20 (16 614,95)
3	433,33	14,35 (399,84)	325,00	20,88 (873,31)	288,89	24,62 (1 302,98)	260,00	28,77 (1 978,63)
4	325,00	11,38 (264,49)	260,00	15,14 (442,89)	236,36	17,21 (572,32)	216,67	19,43 (742,10)
5	260,00	9,43 (194,87)	216,67	11,87 (284,21)	200,00	13,19 (342,28)	185,71	14,58 (412,04)
6	216,67	8,05 (153,22)	185,71	9,76 (205,72)	173,33	10,68 (237,93)	162,50	11,63 (274,43)
7	185,71	7,02 (125,72)	162,50	8,29 (160,05)	152,94	8,96 (180,03)	144,44	9,65 (202,07)
8	162,50	6,23 (106,52)	144,44	7,21 (130,58)	136,84	7,72 (144,09)	130,00	8,25 (158,90)
9	144,44	5,59 (92,08)	130,00	6,37 (109,81)	123,81	6,78 (119,72)	118,18	7,19 (130,07)
10	130,00	5,08 (81,23)	118,18	5,71 (94,71)	113,04	6,04 (102,13)	108,33	6,37 (109,81)
11	118,18	4,65 (72,53)	108,33	5,17 (83,11)	104,00	5,44 (88,83)	100,00	5,72 (94,93)
12	108,33	4,29 (65,54)	100,00	4,73 (74,12)	96,30	4,96 (78,77)	92,86	5,19 (83,52)
18	72,22	2,92 (41,25)	68,42	3,12 (44,58)	66,67	3,22 (46,27)	65,00	3,32 (47,98)
24	54,17	2,21 (29,99)	52,00	2,33 (31,84)	50,98	2,38 (32,61)	50,00	2,44 (33,55)

[1] Números entre parênteses denotam as correspondentes taxas anuais de juros.

vencível j meses após a data da compra, a política de limitação de juros contábeis implica em que, no caso extremo, se tenha:

$$E + \sum_{j=1}^{n} p_j = (1 + a) V \tag{11}$$

O objetivo desta seção será o de evidenciar que, em relação ao caso de prestações constantes, a taxa de juros será majorada se os pagamentos forem decrescentes. Para tanto, iremos considerar dois tipos específicos para a sucessão de prestações.

3.1 - Pagamentos decrescentes em progressão aritmética.

Considere-se o caso em que, em analogia ao chamado Sistema de Amortizações Constantes (SAC), 4/ de larga utilização em empréstimos no Sistema Financeiro de Habitação, é utilizado um esquema de prestações decrescentes em progressão aritmética. Especificamente, o valor de j-ésimo pagamento será dado por:

$$p_j = p_1 - (j-1)\ r \quad , \quad j = 1,\ldots,n \tag{12}$$

onde, para $E = fV$, se tem:

$$p_1 = \frac{V\left[\ 2na + (n+1)(1-f)\right]}{n\ (n+1)} \tag{13}$$

4/ Veja-se Clovis de Faro, Matemática Financeira, op. cit., pp. 234-236.

e

$$r = \frac{2\ c\ V}{n\ (n+1)} \tag{14}$$

Nesse caso, o valor exato da taxa periódica de juros que está implícita em tal plano de crediário é:

$$i = \frac{2c}{(n+1)(1-f)} \tag{15}$$

Na Tabela 3, para $c = 0,3$ e para $V = Cr\$1.000,00$, são apresentados os correspondentes valores da prestação inicial, da razão r e da taxa mensal de juros, quando se fazem variar f e n.

O cotejo dos resultados da Tabela 3 com os apresentados na Tabela 1, evidenciam que o esquema de pagamentos decrescentes em progressão aritmética produz taxas de juros que são superiores às respectivamente associadas ao esquema de prestações constantes.

3.2 - Pagamentos decrescentes em progressão geométrica

Uma vez fixada a razão q, positiva e inferior à unidade, admita-se agora que seja estipulado um esquema de prestações decrescentes em progressão geométrica, de tal forma que.

$$p_j = p_1\ q^{\ j-1} \tag{16}$$

Então, para o caso em que $E = fV$, lembrando-se da expressão da soma de termos em progressão geométrica e tendo em vista a (11), segue-se que a prestação inicial será:

TABELA 3

TAXA MENSAL DE JUROS, PRESTAÇÃO INICIAL E RAZÃO,

PARA PAGAMENTOS EM P.A. e E - fV

n	f = 0		f = 0,10		f = 0,15		f = 0,20	
	p_1/r (Cr$)	i (%)	p_1/r (Cr$)	i (%)	p_1/r (Cr$)	i (%)	p_1/r (Cr$)	i (%)
1	1 300,00 -	30,00 (2 229,81)[1]	1 200,00 -[2]	33,33 (3 055,98)	1 150,00 -[2]	35,29 (3 660,00)	1 100,00 -[2]	37,50 (4 457,01)
2	700,00 100,00	20,00 (791,61)	650,00	22,22 (1 010,98)	625,00	23,53 (1 162,61)	600,00	25,00 (1 355,19)
3	483,33 50,00	15,00 (435,03)	450,00	16,67 (536,08)	433,33	17,65 (603,24)	416,67	18,75 (686,33)
4	370,00 30,00	12,00 (289,60)	345,00	13,33 (348,89)	332,50	14,12 (387,91)	320,00	15,00 (435,03)
5	300,00 20,00	10,00 (213,84)	280,00	11,11 (254,03)	270,00	11,76 (279,70)	260,00	12,50 (310,99)
6	252,38 14,29	8,57 (168,24)	235,71	9,52 (197,80)	227,38	10,08 (216,59)	219,05	10,71 (239,03)
7	217,86 10,71	7,50 (138,18)	203,57	8,33 (161,21)	196,43	8,82 (175,74)	189,29	9,38 (193,26)
8	191,67 8,33	6,67 (117,02)	179,17	7,41 (135,80)	172,92	7,84 (147,38)	166,67	8,33 (161,21)
9	171,11 6,67	6,00 (101,22)	160,00	6,67 (117,02)	154,44	7,06 (126,74)	148,89	7,50 (138,18)
10	154,50 5,45	5,45 (89,04)	144,55	6,06 (102,59)	139,55	6,42 (111,00)	134,55	6,82 (120,71)
11	140,91 4,55	5,00 (79,59)	131,82	5,56 (91,42)	127,27	5,88 (98,50)	122,73	6,25 (106,99)
12	129,49 3,85	4,62 (71,94)	121,15	5,13 (82,27)	116,99	5,43 (88,61)	112,82	5,77 (96,04)
18	87,13 1,75	3,16 (45,26)	81,58	3,51 (51,28)	78,80	3,72 (55,01)	76,02	3,95 (59,18)
24	65,67 1,00	2,40 (32,92)	61,50	2,67 (37,19)	59,42	2,82 (39,61)	57,33	3,00 (42,58)

[1] Números entre parêntesis denota as correspondentes taxas anuais de juros.

[2] Os valores de r são respectivamente idênticos ao do caso onde f = 0.

$$p_1 = \frac{(1-q)(1+c-f)V}{1-q^n} \qquad (16)$$

Por outro lado, definindo-se o parametro

$$a' = \frac{n(1-q)(1+c-f) - q\ (1-q^n)(1-f)}{q\ (1-q^n)(1-f)} \qquad (17)$$

o valor da taxa periódica de juros que estará sendo cobrada, pode ser aproximado via a seguinte extensão da fórmula de Karpin:

$$i \simeq \frac{2a'\ (3+a')q - \left[2\ na' + 3\ (n+1)\right](1-q)}{2na' + 3\ (n+1)} \qquad (18)$$

Ainda para o preço a vista fixado em Cr$1.000,00, e para o caso em que tenha sido estipulado que cada prestação seja 5% inferior à precedente, o que implica em que se tenha $q = 0,95$, a Tabela 4 apresenta os correspondentes valores da prestação inicial e da taxa mensal de juros, em função de n e de f. Uma vez mais, o confronto com a Tabela 1 evidencia que a taxa de juros é majorada em relação ao caso de prestações constantes.

4 - Conclusão

Evidenciou-se aqui que uma política de limitação de juros contábeis, embora podendo ser efetiva como fator de redução de demanda, não necessariamente implica em redução na taxa de juros que é cobrada em operações de crediário. Em particular, o limite fixado de 30% não impede a permanência de casos abusivos, como o do de uma taxa anual de juros de 414%, que foi apontado no mencionado

TABELA 4

TAXA MENSAL DE JUROS E PRESTAÇÃO INICIAL PARA PAGAMENTOS EM P.G., COM q = 0,95 e F = fV

n	f = 0		f = 0,10		f = 0,15		f = 0,20	
	P_1 (Cr$)	i (%)	P_1 (Cr$)	i (%)	P_1 (Cr$)	i (%)	P_1 (Cr$)	i (%)
1	1 300,00	30,00 (2 229,81)[1]	1 200,00	33,33 (3 055,98)	1 500,00	35,29 (3 660,00)	1 100,00	37,50 (4 467,01)
2	666,67	19,58 (754,87)	615,38	21,70 (955,57)	589,74	22,94 (1 092,12)	564,10	24,32 (1 262,99)
3	455,74	14,61 (413,65)	420,68	16,16 (503,50)	403,16	17,07 (562,75)	385,63	18,09 (635,46)
4	350,42	11,70 (277,26)	323,46	12,93 (330,24)	309,98	13,65 (364,34)	296,51	14,46 (405,64)
5	287,33	9,78 (206,39)	265,23	10,81 (242,73)	254,18	11,42 (266,06)	243,13	12,09 (293,37)
6	245,37	8,43 (164,12)	226,49	9,32 (191,34)	217,06	9,84 (208,41)	207,62	10,41 (228,17)
7	215,47	7,43 (136,32)	198,90	8,21 (157,76)	190,61	8,66 (170,92)	182,32	9,17 (186,58)
8	193,12	6,66 (116,78)	178,26	7,35 (134,22)	170,84	7,76 (145,18)	163,41	8,21 (157,76)
9	175,79	6,04 (102,13)	162,27	6,67 (117,02)	155,51	7,04 (126,23)	148,75	7,45 (136,85)
10	161,99	5,54 (90,99)	149,53	6,12 (103,97)	143,30	6,46 (111,95)	137,07	6,83 (120,96)
11	150,74	5,12 (82,06)	139,15	5,66 (93,61)	133,35	5,97 (100,54)	127,55	6,32 (108,63)
12	141,42	4,77 (74,92)	130,54	5,27 (85,21)	125,10	5,57 (91,64)	119,66	5,89 (98,73)
18	107,83	3,48 (50,76)	99,54	3,84 (57,17)	95,39	4,05 (61,03)	91,24	4,29 (65,54)
24	91,81	2,83 (39,78)	84,74	3,13 (44,75)	81,21	3,30 (47,64)	77,68	3,49 (50,93)

[1] Números entre parêntesis denotam as correspondentes taxas anuais de juros.

trabalho publicado no *Boletim do IERJ*.

A afirmativa acima é tanto mais verdade quando se constata que, em anúncio veiculado no *Jornal do Brasil* que circulou no dia 20 de maio de 1979, a Casa Garson listava a venda de um TV Philco B-267 ou à vista por Cr$4.940,00, ou à prazo com uma entrada de Cr$1.450,00 e mais três prestações mensais do mesmo valor. Nesse caso, os juros contábeis são de somente 17,41% do preço à vista, mas a taxa mensal de juros que está implícita em tal plano iguala o nada razoável valor de 11,87% (o que corresponde a mais de 284% ao ano).