

2555

**HÁ FUNDAMENTALIDADE NOS MODELOS DE
VAR FISCAL TÍPICOS PARA O BRASIL?**

TEXTO PARA DISCUSSÃO

**Christian Vonbun
Elcyon Caiado Rocha Lima**



HÁ FUNDAMENTALIDADE NOS MODELOS DE VAR FISCAL TÍPICOS PARA O BRASIL?¹

Christian Vonbun²

Elcyon Caiado Rocha Lima³

1. Os autores agradecem os valiosos comentários de Kelly Cristina Mota Gonçalves; Antônio Salazar Pessoa Brandão; Hugo Pedro Boff e Luciano Vereda de Oliveira. Agradecem também a Luca Sala, Fabio Canova, Eric Leeper, Todd Walker, Alain Guay, Franck Portier e, principalmente, Mehdi Sahneh, por enviarem códigos de programas. Além disso, agradecem as diversas contribuições de Geraldo Sandoval Goes; Estêvão Kopschitz Xavier Bastos; Helena Nobre de Oliveira; Felipe Martins; Renata Santos de Mello Franco; Janine Pessanha de Carvalho; Felipe Moraes Cornélio; Víctor Henrique Farias Mamede; Júlio Cezar M. Barros; Ana Paula F. Abreu; e Luan Borelli.

2. Técnico de planejamento e pesquisa na Diretoria de Estudos e Políticas Macroeconômicas (Dimac) do Ipea. *E-mail*: <christian.vonbun@ipea.gov.br>.

3. Professor associado no Programa de Pós-Graduação em Ciências Econômicas da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ).

Governo Federal

Ministério da Economia

Ministro Paulo Guedes

ipea Instituto de Pesquisa
Econômica Aplicada

Fundação pública vinculada ao Ministério da Economia, o Ipea fornece suporte técnico e institucional às ações governamentais – possibilitando a formulação de inúmeras políticas públicas e programas de desenvolvimento brasileiros – e disponibiliza, para a sociedade, pesquisas e estudos realizados por seus técnicos.

Presidente

Carlos von Doellinger

Diretor de Desenvolvimento Institucional

Manoel Rodrigues Junior

Diretora de Estudos e Políticas do Estado, das Instituições e da Democracia

Flávia de Holanda Schmidt

Diretor de Estudos e Políticas Macroeconômicas

José Ronaldo de Castro Souza Júnior

Diretor de Estudos e Políticas Regionais, Urbanas e Ambientais

Nilo Luiz Saccaro Júnior

Diretor de Estudos e Políticas Setoriais de Inovação e Infraestrutura

André Tortato Rauen

Diretora de Estudos e Políticas Sociais

Lenita Maria Turchi

Diretor de Estudos e Relações Econômicas e Políticas Internacionais

Ivan Tiago Machado Oliveira

Assessora-chefe de Imprensa e Comunicação

Mylena Fiori

Ouvidoria: <http://www.ipea.gov.br/ouvidoria>

URL: <http://www.ipea.gov.br>

Texto para Discussão

Publicação seriada que divulga resultados de estudos e pesquisas em desenvolvimento pelo Ipea com o objetivo de fomentar o debate e oferecer subsídios à formulação e avaliação de políticas públicas.

© Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada – **ipea** 2020

Texto para discussão / Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada.- Brasília : Rio de Janeiro : Ipea , 1990-

ISSN 1415-4765

1. Brasil. 2. Aspectos Econômicos. 3. Aspectos Sociais. I. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada.

CDD 330.908

As publicações do Ipea estão disponíveis para *download* gratuito nos formatos PDF (todas) e EPUB (livros e periódicos).
Acesse: <http://www.ipea.gov.br/portal/publicacoes>

As opiniões emitidas nesta publicação são de exclusiva e inteira responsabilidade dos autores, não exprimindo, necessariamente, o ponto de vista do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada ou do Ministério da Economia.

É permitida a reprodução deste texto e dos dados nele contidos, desde que citada a fonte. Reproduções para fins comerciais são proibidas.

JEL: C11; C32; C53; E3; E6; E31; H6.

SUMÁRIO

SINOPSE

ABSTRACT

1 INTRODUÇÃO	7
2 A LITERATURA EMPÍRICA SOBRE RESULTADOS FISCAIS	10
3 O PROBLEMA DA NÃO FUNDAMENTALIDADE	17
4 O MÉTODO DE PESQUISA.....	23
5 APLICAÇÃO EMPÍRICA DOS TESTES DE NÃO CAUSALIDADE E DE NÃO FUNDAMENTALIDADE – DADOS E RESULTADOS.....	37
6 CONCLUSÃO	45
REFERÊNCIAS	48
BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR.....	53
APÊNDICE A – TESTE CH DA INCLUSÃO DA VARIÁVEL EXPECTATIVAS DE INFLAÇÃO EM UM HORIZONTE DE DOZE MESES DO BOLETIM <i>FOCUS</i> , DO BANCO CENTRAL DO BRASIL (BCB)	54
APÊNDICE B – RESULTADO DA SAÍDA E VIEWS DO VETOR AUTORREGRESSIVO (VAR) CLÁSSICO CAUSAL PARA VARIÁVEIS BRASILEIRAS, TESTES DE NORMALIDADE E DE COINTEGRAÇÃO.....	56

SINOPSE

Os modelos de vetor autorregressivo (VAR) consistem na pedra angular da pesquisa empírica macroeconômica contemporânea, em particular no que tange à mensuração dos impactos da política fiscal. Podem servir de modelos ateóricos, bem como para auxiliar na estimação e nos testes de adequação aos dados dos modelos de equilíbrio geral estocástico dinâmico (*dynamic stochastic general equilibrium* – DSGE) –, a principal ferramenta teórica de modelos macroeconômicos modernos. Podem, todavia, padecer de patologias, entre elas, duas que podem viesar as estimativas em qualquer direção e intensidade: a não causalidade e a não fundamentalidade. Ambas são inter-relacionadas e associadas à não suficiência do conjunto de informação do econometrista para estimar os coeficientes do modelo. Este estudo é o primeiro que emprega os testes mais eficazes para detectar a não fundamentalidade – os testes de Mario Forni e Luca Gambetti e de Fabio Canova e Mehdi Hamidi Sahneh – em dados fiscais do Brasil. Ambos os testes de fundamentalidade refutaram a existência de fundamentalidade nos modelos de VAR fiscais típicos da literatura brasileira.

Palavras-chave: política fiscal; VAR; macroeconometria; causalidade; fundamentalidade.

ABSTRACT

The vector autoregressive and structural vector autoregressive (VAR/SVAR) models are the cornerstone of the contemporaneous empirical macroeconomic research, in particular for measuring the impact of fiscal policy shocks. They may be employed as atheoretical models, as well as a mean to support the estimation and to test dynamic stochastic general equilibrium (DSGE) models – the main theoretical tool for modern macroeconomics. Nevertheless, VAR models may be subject to pathologies, such as the non-causality and the non-fundamentalness. They are capable of biasing the estimates in any direction or intensity. The former is related to the existence of explosive roots in the autoregressive polynomials from stationary processes. The latter consists of the non-invertibility of the moving average (MA) representation on the positive powers of the lag operator. Both refer to the insufficiency of the econometrician's data to estimate the model's correct parameters. This study is the first to employ the latest and most efficient tests for non-fundamentalness: the Mario Forni and Luca Gambetti and the Fabio Canova e Mehdi Hamidi Sahneh, in order to test for these pathologies in Brazilian typical fiscal VAR model using contemporary data. The data and model were found to be non-fundamental.

Keywords: fiscal policy; VAR; macroeconometrics; causality; fundamentalness.

1 INTRODUÇÃO

O objetivo deste texto é investigar empiricamente se ocorre o problema da não fundamentalidade na estimação de vetores autorregressivos (VARs) fiscais para o Brasil. Especificamente, são testados modelos com conjuntos de dados fiscais brasileiros típicos da literatura e em período recente,¹ sendo que este é o primeiro trabalho que emprega testes de não fundamentalidade em VARs fiscais brasileiros.

Para entender a importância dessa investigação, é preciso ressaltar a relevância do VAR como ferramenta de investigação empírica, a importância do artigo de Blanchard e Perotti (2002), além de, muito importante, conceituar os problemas da não causalidade e da não fundamentalidade.

Os modelos de vetores autorregressivos estruturais (*structural vector autoregression* – SVARs), propostos por Sims (1980), consistem em uma das ferramentas mais relevantes para o estudo empírico da macroeconomia, incluindo aí os VARs fiscais. De acordo com Kilian e Lütkepohl (2017), esses modelos constituem-se de um sistema de equações de regressão que estimam cada variável com base nas defasagens delas próprias, bem como das defasagens das demais variáveis do modelo. Os modelos VAR, na forma reduzida, são muito utilizados para o estudo de séries temporais e consideram todas as variáveis simetricamente, sendo úteis para a previsão, mas insuficientes para medições de relações de causa e efeito e de dependência e independência.

A literatura empírica adota os modelos SVAR, que, por meio do uso de restrições de identificação que se fazem necessárias, conseguem estimar os impactos de choques estruturais específicos (choques de política monetária, inovações fiscais etc.) sobre as variáveis do VAR. Esses modelos permitem construir as funções impulso-resposta, as quais fornecem as trajetórias seguidas pelas variáveis de interesse ao longo do tempo, em resposta aos choques estruturais identificados.

Os modelos VAR/SVAR podem ser empregados tanto como uma ferramenta atórica, para o estudo dos choques estruturais identificados e seus impactos sobre as

1. Este texto é diretamente derivado da tese de doutorado defendida junto à Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), em 16 de setembro de 2019 (Vonbun, 2019).

variáveis do modelo, quanto como uma ferramenta para testar empiricamente os resultados dos modelos teóricos de equilíbrio geral estocástico dinâmico (*dynamic stochastic general equilibrium* – DSGE), uma das principais ferramentas teóricas da moderna pesquisa em macroeconomia. Isso se dá porque os modelos DSGE, ao serem resolvidos, geram uma forma estrutural similar aos modelos empíricos SVAR, capazes de identificar o impacto e a importância dos diversos choques estruturais sobre suas variáveis.

Naturalmente, a literatura acerca da estimação dos efeitos de choques estruturais sobre variáveis macrofiscais também emprega os modelos SVAR, e o artigo seminal de Blanchard e Perotti (2002) foi um dos mais importantes ao utilizar uma técnica de identificação do VAR que considera a demora com que os formuladores de política fiscal têm de se deparar para reagir a mudanças nas variáveis macroeconômicas de interesse. Na literatura de VARs fiscais que se seguiu, boa parte do esforço se concentrou no aprimoramento das técnicas de identificação dos SVARs fiscais.

O emprego generalizado das expectativas racionais nos modelos DSGE, todavia, ressalta uma relevante limitação dos modelos VAR em geral: como as expectativas são frequentemente não observáveis e costumam ser determinantes para a obtenção dos resultados macroeconômicos (nos modelos DSGE), os modelos VAR usados para sua validação empírica podem estimar ou prever incorretamente os efeitos de interesse se não incorporarem todas as variáveis relevantes na formação dessas expectativas.

Evidentemente, isso também vale para modelos fiscais, em especial, pois há um lapso temporal até a efetiva implementação das políticas, o qual precisa aguardar o devido curso das aprovações das medidas em diversas instâncias previstas em lei, o que possibilita aos agentes econômicos formar expectativas antes de a política fiscal ser verdadeiramente instituída. Isso pode trazer problemas para o econométrico que não conseguir incorporar corretamente os efeitos dessas expectativas, pois frequentemente elas não são observáveis.

Portanto, a ausência de variáveis importantes para a formação das expectativas, quando for o caso, apresenta a possibilidade de um importante viés de variável omitida que pode trazer problemas à estimação do VAR² – e esse viés se dá na forma reduzida do modelo. Assim, a questão consiste em um problema prévio ao de identificação, visto

2. Essa é uma das causas possíveis da não fundamentalidade e da não causalidade.

que, uma vez que os choques e os demais parâmetros são estimados incorretamente, o esforço de identificação não é capaz de reverter o viés inicial.

Um fato complicador é que os modelos VAR consomem muitos graus de liberdade, pois requerem a estimação de grande número de parâmetros. Isso leva à necessidade de parcimônia na formulação dos modelos, já que a adoção de um maior número de variáveis aumenta rapidamente a quantidade de parâmetros a estimar. A necessidade de os modelos serem compactos pode levar os pesquisadores a deixar de lado as variáveis por eles consideradas não essenciais à análise. Com isso, gera-se o risco de se ignorarem variáveis potencialmente relevantes, o que pode levar ao referido viés de variável omitida.

De fato, a literatura reconheceu essas limitações, e a identificação desses problemas remonta a Hansen e Sargent (1980). Os modelos VAR que padecem desse tipo de problema são conhecidos como não causais e também como não fundamentais. Embora esses problemas sejam muito similares, não são idênticos, como será visto adiante. Ainda assim, em um contexto de variáveis estacionárias, não causalidade implica não fundamentalidade – e vice-versa. Os fenômenos da não causalidade e da não fundamentalidade podem ser considerados patologias dos modelos econométricos, em particular dos autorregressivos.

Modelos VAR de processos estacionários, na sua representação causal, que apresentam ao menos uma raiz da equação característica dentro do círculo unitário, são não causais. A representação causal linear de processos não gaussianos não causais não é economicamente relevante, e seus resíduos não são ruídos brancos independentes. Nesse caso, o operador de defasagens da representação, chamado média móvel (*moving average* – MA), relevante no processo, terá pelo menos uma potência negativa, ou seja, será função dos resíduos futuros – possivelmente também dos passados –, e o modelo será não fundamental.

A representação MA de processos estacionários não fundamentais se caracteriza também pela presença de pelo menos uma raiz dentro do círculo unitário do polinômio característico. Há, contudo, um aspecto interessante que diferencia os testes diretos de não causalidade dos de não fundamentalidade, que seriam os testes indiretos de não causalidade. Os primeiros são impossíveis de serem feitos se o processo estacionário for gaussiano, enquanto os segundos podem ser feitos mesmo em modelos VAR estacionários gaussianos, ao se introduzir no teste um conjunto adicional de variáveis em relação às contidas no conjunto inicial, o que ficará claro mais adiante.

A não fundamentalidade em VARs fiscais,³ por sua vez, está associada à diferença entre o conjunto de informações, necessário para mapear os choques na política fiscal, e o conjunto de informações disponível para o macroeconometrista. O fato mais relevante é que os vieses decorrentes da não fundamentalidade podem atuar em qualquer intensidade e direção, tornando as estimativas não apenas imprecisas mas também não confiáveis. Por isso, examinar a existência desses possíveis vieses na estimação de modelos VAR empregados na mensuração de efeitos macroeconômicos de variáveis fiscais é essencial para minimizar a chance de as estimativas, e, logo, as conclusões, serem enganosas.

Para se escolher os conjuntos de dados analisados, foi feito um apanhado da literatura de VARs fiscais relevantes, do qual se selecionaram as variáveis típicas empregadas pelos econométricos, a fim de se testar se um VAR baseado nelas padece ou não dessas patologias. Mais especificamente, são utilizados, neste trabalho, os testes de Forni e Gambetti (2014) e de Canova e Sahneh (2018) para a não fundamentalidade. Após uma extensa revisão da literatura, não há registro encontrado de execução dos referidos testes em variáveis fiscais para o Brasil.

Os resultados indicam que o conjunto modelo e dados do VAR representativo brasileiro foram diagnosticados como não fundamentais.

A próxima seção contém uma breve revisão das literaturas brasileira e internacional de VARs fiscais, bem como mostra um apanhado da literatura sobre não causalidade e não fundamentalidade. A terceira seção define a não causalidade e a não fundamentalidade, expondo considerações acerca de seus possíveis efeitos, além de avaliar a literatura dos testes para a captação dos referidos problemas. A quarta seção, por seu turno, propõe os métodos de pesquisa. A quinta, exhibe os resultados dos testes realizados e as considerações. Em seguida, são apresentadas as conclusões e as recomendações para pesquisas futuras.

2 A LITERATURA EMPÍRICA SOBRE RESULTADOS FISCAIS

2.1 A literatura empírica internacional

A literatura empírica acerca da estimação dos VAR fiscais pode ser considerada recente, com os primeiros trabalhos se originando ao final da década de 1990. De acordo com

3. Em processos estacionários, a não causalidade também estará associada às diferenças dos conjuntos de informação.

Mertens e Ravn (2012), a literatura ainda não atingiu um consenso que possa orientar os formuladores de política. Há divergências acerca do tamanho do multiplicador, bem como dos efeitos dos choques fiscais sobre o consumo e sobre os salários reais. Os modelos SVAR, em desarmonia com os primeiros e principais modelos DSGE, concluem que o consumo e os salários reais crescem após um choque de gastos (Blanchard and Perotti, 2002; Perotti, 2005; Galí, Vallés e López-Salido, 2007; Mountford and Uhlig, 2009).

Mertens e Ravn (2012) dividem a literatura empírica sobre os multiplicadores em dois grandes subgrupos, separados em função da técnica de identificação dos choques por eles empregada. O primeiro se constitui de modelos SVAR diversos, baseados em diferentes técnicas de identificação – necessárias para converter os coeficientes do modelo na forma reduzida nos coeficientes na forma estrutural, os quais têm paralelo com a teoria – que permitem a geração das funções impulso-resposta. Nesse grupo estão os chamados modelos recursivos, que usualmente empregam a decomposição de Cholesky, mormente os baseados na ordenação dos efeitos dos choques; os baseados em restrições, que consideram *lags* (defasagens) na reação a decisões, ou na disponibilização de dados; e os que empregam restrições de sinais na resposta de certas variáveis aos dados choques. O segundo grupo identifica, pela chamada abordagem narrativa,^{4,5} os choques exógenos, por meio da análise de documentos históricos, e permite a estimação por diferentes modelos, não se restringindo aos VARs/SVARs.

Os modelos SVAR fiscais empregam informações exógenas acerca do *timing* das decisões dos agentes ou da disponibilização de dados para classificar ou ordenar as relações contemporâneas entre as variáveis, com vistas a identificá-las – o que é necessário para inferir a causalidade entre as variáveis, possibilitando a mensuração de efeitos de choques em determinada variável sobre as demais (Peres, 2007).⁶

Um amplo conjunto de artigos emprega o SVAR como modelo principal de estimação de efeitos de política fiscal, como os de Fatás e Mihov (2001); Blanchard e

4. A estratégia narrativa foi empregada, entre outros, por Edelberg, Eichenbaum e Fischer (1999); Ramey e Shapiro (1998); Burnside, Eichenbaum e Fischer (2004); Romer e Romer (2010) e Cloyne (2011).

5. Siqueira (2016) faz uma descrição mais detalhada de seus métodos e resultados e descreve diversas aplicações de diferentes modelos VAR desenvolvidos a partir da restrição de sinais.

6. Os modelos VAR inicialmente eram propostos como ateóricos, e se buscava obter as informações a partir dos dados. Alguns modelos SVAR, porém, empregam restrições com base na teoria econômica.

Perotti (2002); Perotti (2007); Almunia *et al.* (2009); Monacelli, Perotti e Trigari (2010); Gordon e Krenn (2010); e Unal (2011). Entre eles, destaca-se o trabalho seminal de Blanchard e Perotti (2002), que parte do pressuposto de que a política fiscal, em função de procedimentos políticos e burocráticos inerentes às democracias modernas, reage lentamente aos estímulos oriundos das demais variáveis macroeconômicas, empregando, portanto, essa hipótese na identificação das variáveis do SVAR. Isso difere dos modelos dedicados ao estudo de efeitos da política monetária, visto que os bancos centrais podem ter muito mais flexibilidade na manipulação da taxa de juros, podendo responder mais prontamente a choques nas variáveis macroeconômicas que a autoridade fiscal. Todavia, os modelos monetários podem ter uma maior dificuldade em observar variáveis macroeconômicas de interesse, dificultando a obtenção de informações que embasem as referidas decisões de política.

A técnica de Blanchard e Perotti (2002) permitiu identificar o SVAR de forma a manter os gastos fiscais constantes, em um primeiro momento, e de modo que a arrecadação reagisse às demais variáveis – usualmente associadas às variações na base de arrecadação – por meio de elasticidades pré-estimadas, o que é coerente com o pressuposto de alíquotas tributárias constantes no curto prazo. Seus resultados mostram os choques nos gastos do governo obtendo impactos positivos sobre a produção e os aumentos nos impostos obtendo impactos negativos, tendo ambos os multiplicadores impactos classificados como tipicamente pequenos. Todavia, os impactos estimados dos gastos e dos aumentos dos impostos sobre o investimento são negativos, ou seja, ainda que o produto tenha um comportamento “keynesiano”, o investimento padece de *crowding out*, apresentando um comportamento neoclássico.

Fatás e Mihov (2001) estudaram a economia norte-americana e inferiram, por meio de um SVAR identificado com o método de Blanchard e Perotti (2002) – cuja primeira versão fora publicada como artigo no National Bureau of Economic Research (NBER) em 1999 –, mas com conclusões quantitativamente bem diferentes, que o multiplicador fiscal com relação aos gastos seria maior que a unidade, e que a resposta do investimento privado ao choque de gastos seria insignificante.

Mountford e Uhlig (2009), por sua vez, empregam um VAR com a identificação por restrição de sinais, que reconhece esse VAR com base em conclusões teóricas sobre os sinais esperados das respostas das variáveis de interesse. Esse modelo veio a ser

fortemente criticado por Arias, Rubio-Ramírez e Waggoner (2014), por conta de uma falha na obtenção da distribuição *a posteriori*, como será discutido mais adiante.

É possível notar na literatura resultados contrastantes, muitos incoerentes com a teoria e todos dependentes da estratégia de identificação.

Com vistas a esclarecer esses contrastes, Caldara e Kamps (2012) fizeram um modelo não estocástico para analisar os efeitos das diferentes formas de identificação do SVAR bivariado sobre os valores possíveis dos multiplicadores fiscais. Eles concluíram que diferentes esquemas de identificação implicam diferentes *prioris* sobre as elasticidades, portanto, sobre os multiplicadores, que, assim, estariam, *a priori*, limitados, pela identificação, a intervalos predeterminados. Os autores mapearam esses intervalos por método de identificação, para avaliar o impacto de cada um sobre os intervalos dos multiplicadores fiscais e de impostos. Caldara e Kamps (2012) empregaram seu modelo para *i*) o approach recursivo, proposto por Sims (1980); *ii*) o método proposto por Blanchard e Perotti (2002); *iii*) a restrição de sinais, em linha com o método proposto por Mountford e Uhlig (2009); *iv*) o método de restrição de sinais com a função perda, como em Uhlig (2005), assim testando o modelo de Mountford e Uhlig (2009), com e sem a função perda; e *v*) a estimação do VAR, usando a abordagem narrativa, como em Romer e Romer (2010) e em Ramey (2011).

A conclusão dos autores, portanto, foi que a forma de identificação influencia os intervalos em que os multiplicadores estimados vão se encontrar, e que, embora essa identificação não seja tão agnóstica quanto se faz supor, o modelo de Mountford e Uhlig (2009), desde que com a correção proposta por Arias, Rubio-Ramírez e Waggoner (2014), é o que mais se aproxima da neutralidade.

Owyang, Ramey e Zubairy (2013) empregaram o modelo de Auerbach e Gorodnichenko (2011) com mudança de regime, mas usando a identificação narrativa. Utilizaram dados históricos dos Estados Unidos e do Canadá, que, contudo, não dispõem de dados sobre arrecadação, o que faz com que os multiplicadores estimados não sejam puramente os efeitos de uma expansão de gastos financiados com dívida, e nem incluem transferências. Seus resultados divergiram da maior parte da literatura ao não apontarem uma diferença entre expansões e recessões nos multiplicadores para os Estados Unidos mas, sim, para o Canadá.

Arias, Rubio-Ramírez e Waggoner (2014) estudaram a formulação proposta por Mountford e Uhlig (2009) e por Beaudry, Nam e Wang (2011) e concluíram que seu algoritmo apresenta não apenas um viés em seu resultado como também intervalos de confiança subdimensionados, que levam à aceitação de resultados incorretos. O problema está na geração da distribuição *a posteriori* na presença de restrições de sinais.

Assim, Arias, Rubio-Ramírez e Waggoner (2014) desenvolveram, a partir de Rubio-Ramírez, Waggoner e Zha (2010), um algoritmo que corrige esses problemas e permite a estimação correta, com o emprego da restrição de sinais e da inserção de zeros na matriz de identificação. Esse algoritmo se baseia em extrações da distribuição uniforme, com respeito à medida de Haar no conjunto de matrizes ortogonais condicionais às restrições nos coeficientes. Suas conclusões invalidam os resultados obtidos por Mountford e Uhlig (2009), que indicam que os cortes nos impostos teriam maior eficácia como estímulo ao produto que um aumento de gastos. O trabalho faz crítica similar ao artigo de Beaudry, Nam e Wang (2011), que emprega o mesmo método para avaliar os efeitos do otimismo sobre o produto agregado.

A despeito de haver controvérsias, a análise das pesquisas mencionadas sugere que o método de identificação por restrição de sinais é menos invasivo e mais agnóstico que os demais, desde que a correção de Arias, Rubio-Ramírez e Waggoner (2014) seja empregada. Além de não restringir as elasticidades das receitas fiscais, ele é compatível com uma gama mais ampla de multiplicadores fiscais e de impostos, pois não apresenta restrições *a priori* tão severas como na decomposição de Cholesky e na identificação de Blanchard e Perotti (2002).

2.2 Literatura fiscal para o Brasil

A literatura para o Brasil é tida como incipiente por Orair, Siqueira e Gobetti (2016) e restrita pelas limitações das fontes de dados. Entre essas limitações, estão o fato de as séries serem curtas, em parte em função de a estabilização inflacionária ter se dado apenas em 1994; a existência de muitas quebras estruturais, graças a diversas mudanças de moedas, regimes monetários, regimes cambiais; e a ocorrência de crises políticas e financeiras, nacionais e internacionais, que afetaram a economia de diversas maneiras.

Peres (2007) e Peres e Ellery Junior (2009) empregaram a abordagem de Blanchard e Perotti (2002) para o Brasil, com o intuito de estimar os multiplicadores fiscais do governo central entre 1994 e 2005. Os resultados foram multiplicadores positivos para gastos e negativos para impostos, mas com magnitudes e persistências baixas. Um resultado interessante de Peres (2007) foi que os investimentos públicos são mais eficientes para gerar crescimento que os gastos públicos correntes.

Mendonça, Medrano e Sachsida (2009), com base no procedimento agnóstico de Mountford e Uhlig (2009), ainda que sem o emprego da correção de Arias, Rubio-Ramírez e Waggoner (2014), obtêm que choques de gastos podem levar a uma ligeira retração do produto e que choques positivos de receita podem implicar uma elevação do produto interno bruto (PIB) no médio prazo, resultados classificados como não keynesianos por Orais, Siqueira e Gobetti (2016). Entendem-se resultados keynesianos como efeitos positivos de gastos públicos (multiplicador positivo dos gastos sobre a atividade) e efeitos negativos (multiplicador negativo) para impostos. Contudo, dadas as severas críticas tecidas por Arias, Rubio-Ramírez e Waggoner (2014) ao modelo de Mountford e Uhlig (2009), é preciso interpretar esses resultados com cautela.

Cavalcanti e Silva (2010) exibiram a obtenção de resultados por meio de um SVAR identificado pelo emprego da decomposição de Cholesky, adaptada por uma restrição específica para considerar os efeitos dos resultados sobre a dívida pública (e vice-versa) no sistema, visto que ela se comporta de maneira não linear. Esse trabalho, que usa um método inspirado em Favero e Giavazzi (2007), além de ressaltar a importância da inclusão da variável dívida pública no modelo, obteve resultados que mostram que o não emprego dessa variável pode induzir a um viés de variável omitida que leva a uma superestimação dos efeitos da política fiscal. Considerando-se a dívida pública constante,⁷ o impacto de um choque de gastos sobre o produto se aproxima de zero. Um choque na receita tributária teria um efeito parecido.

Além disso, Cavalcanti e Silva (2010) identificaram a possibilidade de que os choques estruturais fossem previsíveis aos agentes, o que remete à não fundamentalidade. Assim, realizaram testes de previsibilidade de choques estruturais. Todavia, no nível de “5% de significância, os choques estruturais estimados não parecem ser explicados por

7. Isto é, empregando-se uma função de reação para levar a uma dívida pública constante.

nenhum dos conjuntos de regressores considerados”; nos níveis de “10% e 15% de significância (...), os gastos públicos defasados ajudam a prever choques de gastos e os choques tributários defasados ajudam a prever os choques tributários contemporâneos”. Em seguida, os autores inferem que existem, dessa maneira, “alguns indícios de que os choques estruturais podem ser parcialmente previsíveis a partir de informações passadas”, concluindo pela necessidade de “estudos posteriores visando investigar a robustez dos resultados à hipótese de antecipação das medidas fiscais pelos agentes econômicos” (Cavalcanti e Silva, 2010, p. 404).

Pires (2012) fez uma análise empírica utilizando um SVAR, empregando o método proposto por Blanchard e Perotti (2002), e estima multiplicadores fiscais de 0,99 para o consumo do governo e de 1,26 para o investimento público, quando ambos são desagregados, e de 1,11 para a despesa pública agregada.

Matheson e Pereira (2016), por sua vez, também estimaram um SVAR, empregando a decomposição de Cholesky para determinar o multiplicador fiscal para o Brasil. O multiplicador de gasto estimado foi de 0,5 – o mesmo valor do de crédito. O de receita também teve o valor de 0,5, mas com o sinal trocado, conforme esperado.

Já Orair, Siqueira e Gobetti (2016) utilizaram um modelo inspirado em Auerbach e Gorodnichenko (2011), empregando a base de dados sobre finanças públicas e investimentos públicos proposta em Santos *et al.* (2011). Essa base de dados mensal agrega dados do setor público consolidado, com um método similar aos dados empregados na literatura internacional, eliminando algumas incongruências entre as estatísticas oficiais brasileiras e os dados requeridos para a estimação de modelos empíricos, notadamente nos Estados Unidos. Além disso, consideraram-se receitas e gastos consolidados do setor público municipal, estadual e federal. Seus resultados sugerem que choques em investimentos públicos, benefícios sociais e em despesas com pessoal são significativos e maiores que 1, sendo estimados, respectivamente, em 1,68; 1,51; e 1,33 (em momentos de recessão). Em momentos de expansão econômica, porém, esses multiplicadores são “próximos de zero ou pouco persistentes” (Orair, Siqueira e Gobetti, 2016). Como empregam o modelo de Auerbach e Gorodnichenko (2011), estão sujeitos à crítica de que a mudança de regime não é endógena.

Castelo-Branco, Lima e De Paula (2017) usaram um modelo de VAR estrutural bayesiano com mudanças de regime markovianas (*Markov switching-structural Bayesian vector autoregression* – MS-SBVAR), um instrumento em que todas as variáveis do modelo são endógenas e todos os parâmetros e valores podem mudar, como efeito de variações no estado da economia. Os resultados sugerem que os multiplicadores são estáveis ao longo do tempo, mas que as variâncias dos resíduos das equações mudam significativamente com o estado da economia, e é elevada a probabilidade de o multiplicador do investimento público ser maior que 1, e o da carga tributária ser negativo e menor que 1 em módulo.

3 O PROBLEMA DA NÃO FUNDAMENTALIDADE

Na maioria das vezes, o econometrista não dispõe das observações futuras e/ou das expectativas relevantes para determinar se as variáveis em questão são não observáveis ou quantificáveis, levando a uma assimetria entre a sua própria informação e a dos agentes econômicos no mercado, o que gera a não fundamentalidade (e a não causalidade).

Conforme a definição de Canova e Sahneh (2018, p. 13, tradução nossa):

a não fundamentalidade ocorre quando os valores observados das séries não contêm informação suficiente para se recuperar o vetor de choques estruturais. (...) Nesse caso, choques obtidos via procedimentos-padrão de identificação têm pouca relação com os verdadeiros distúrbios, mesmo quando a identificação é feita corretamente, tornando as evidências do SVAR não confiáveis.

O problema da não fundamentalidade pode existir por mais de um motivo (Canova e Sahneh, 2018), mas está fortemente – ainda que não somente – associado às consequências dos efeitos das expectativas ou de informações que geram expectativas sobre a ação dos agentes que influenciam as variáveis macroeconômicas. Segue, portanto, a definição formal de não fundamentalidade, de acordo com Kilian e Lütkepohl (2017, p. 590-594), com pequenas mudanças textuais e considerações adicionais.

A definição clássica (definição 1) de um modelo VAR, como aproximação de um processo gerador de dados, é:

$$\Theta(L)x_t = u_t \quad (1)$$

Em que u_t é o erro de previsão um passo à frente, baseado na informação passada $\{x_{t-1}, x_{t-2}, \dots\}$; e obtém-se $\Theta(L) = \Phi(L)^{-1}$ por meio do modelo linear em questão.

Uma representação MA do VAR é conhecida como uma representação fundamental. Um VAR (p) fundamental deve ter a seguinte representação (do processo x_t , K -dimensional):

$$x_t = \Phi(L)u_t \quad (2)$$

Em que $t \in \mathbb{Z}$. Portanto, um VAR fundamental tem uma única representação MA, da forma (2), mas “é concebível que os choques do processo MA representativo do processo gerador de dados não coincidam com os erros de previsão de um determinado processo VAR” (Kilian e Lütkepohl, 2017, p. 590, tradução nossa). Assim, a representação MA do processo gerador de dados pode ser:

$$x_t = \Phi^*(L)u_t^* \quad (3)$$

Em que u_t^* não é o erro de previsão linear baseado em $\{x_{t-1}, x_{t-2}, \dots\}$. Há, então, duas representações MA distintas de uma mesma série de dados e não é possível recuperar os coeficientes da primeira por intermédio dos choques da segunda, muito menos os choques da segunda por intermédio dos coeficientes da primeira. Os momentos de primeira e segunda ordem de ambas as representações, porém, são os mesmos (Kilian e Lütkepohl, 2017, p. 590).

Portanto, por meio dos coeficientes de $\Phi^*(L)$, não será possível recuperar as funções impulso-resposta dos erros de previsão u_t . Como a representação MA é relevante para a análise de impulso-reposta, as funções impulso-resposta de um MA não fundamental podem ser consideravelmente diferentes das de uma representação fundamental.

Assim, um VAR não fundamental é aquele que possui mais de uma representação MA, e isso está fortemente associado à não invertibilidade da representação MA obtida, na qual constam apenas potências positivas no operador de defasagens. No caso de variáveis covariância estacionárias, os conceitos de não causalidade e não fundamentalidade são equivalentes.

O ponto nevrálgico da não fundamentalidade é que o econometrista não observa toda a informação que os agentes possuem, o que naturalmente remete ao papel das expectativas, que podem incluir informações exógenas ao modelo em questão. “Assim, os erros de previsão que governam o processo gerador de dados não podem ser igualados às inovações da forma reduzida do VAR montado pelo econometrista” (Kilian e Lütkepohl, 2017, p. 591, tradução nossa).

Com isso, os choques estimados pelo modelo podem ser não fundamentais, como o exemplo proposto por Leeper, Walker e Yang (2011), em que os agentes detinham mais informações antecipadas sobre a política fiscal que o econometrista era capaz de sumariar em seu VAR, o que levaria a erros de estimação no multiplicador fiscal.

Considere, então, a formulação (2) – na qual $u_t \sim (0, \Sigma_u)$ é um processo de ruído branco M -dimensional com média zero e matriz de covariância Σ_u invariante no tempo e não singular, com erros serialmente não correlacionados, em que é permitido que a dimensão do processo de ruído branco seja diferente da dimensão de x_t – e o operador:

$$\Phi(L) = \sum \Phi_i L^i \quad (4)$$

O operador, portanto, é uma matriz $K \times M$ de progressão geométrica matricial potencialmente de ordem infinita no operador de defasagem L , com matrizes de coeficientes absolutamente somáveis Φ_i , o que admite representações VAR e VARMA (acrônimo para *vector autoregression moving average*).

Seja o espaço de Hilbert⁸ $\mathcal{L}^2(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ baseado no espaço de probabilidade $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ – em que Ω é o espaço amostral; \mathcal{F} é a sigma-álgebra⁹ descrevendo todos os eventos possíveis; e \mathbb{P} é a medida de probabilidade –, suponha que todas as variáveis aleatórias de interesse pertençam a esse espaço. Além disso, considere que \mathcal{H}_{t-1}^x seja o subespaço de $\mathcal{L}^2(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ gerado por $\{x_{t-1}, x_{t-2}, \dots\}$ e que \mathcal{H}_t^u seja o subespaço de $\mathcal{L}^2(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ gerado por $\{u_{t-1}, u_{t-2}, \dots\}$. Então, se u_t é o erro de previsão um período à frente associado ao modelo linear ótimo de previsão, teremos o seguinte.

8. O espaço de Hilbert é um espaço métrico, real ou complexo, completo quanto à função distância induzida pelo produto interno.

9. Trata-se de uma coleção de subconjuntos do conjunto de interesse, incluindo o conjunto vazio, sendo fechada para operações contáveis de união, interseção e complemento do conjunto de interesse e de seus subconjuntos. Juntamente com o conjunto de interesse, a sigma-álgebra forma o espaço mensurável.

Definição 1: o processo u_t é x_t fundamental se $\mathcal{H}_t^x = \mathcal{H}_t^u \forall t \in \mathbb{Z}$. O processo é não fundamental se $\mathcal{H}_t^x \subset \mathcal{H}_t^u \wedge \mathcal{H}_t^x \neq \mathcal{H}_t^u$ para algum $t \in \mathbb{Z}$.¹⁰

Assim, a definição textual de Lütkepohl (2014, p. 577, grifo nosso, tradução nossa) é a seguinte: “A representação MA é fundamental se o erro de previsão de um passo à frente, associado à previsão *linear* ótima, u_t , depender apenas de x_t defasados”. Logo, o erro não fundamental não depende apenas de x_t defasado, de forma linear.

Se $M \leq K$, Forni *et al.* (2009) observam que u_t é fundamental se o posto de $(\Phi(z)) = M$ para todo z no círculo unitário complexo.¹¹ Se $M = K$ ¹² e se todas as raízes de $\det(\Phi(z))$ estiverem fora do círculo unitário, (6)¹³ é uma representação fundamental que pode ser invertida para obter a representação (1) do VAR, possivelmente de ordem infinita. Portanto, o erro de previsão um passo adiante, associado à previsão linear ótima de x_t , é baseado em \mathcal{H}_{t-1}^x .

A não fundamentalidade pode também estar relacionada à disposição da equação de estimação ou a não linearidades observadas no mundo real, com as quais determinados modelos VAR, notadamente os de pequena dimensão, não estão equipados para lidar. Há exemplos desses casos em Leeper, Walker e Yang (2011) e em Canova e Sahneh (2018), alguns dos quais serão discutidos na próxima seção. Killian e Lütkepohl (2017), por sua vez, observam que a fundamentalidade não se refere ao processo verdadeiro, mas de sua representação. “O processo é sempre fundamental, no sentido de que admite uma representação fundamental, pelo menos quando se consideram processos gaussianos, ou se apenas primeiro e segundo momentos forem de interesse” (*op. cit.*, p. 596, tradução nossa).

Um ponto central, porém, é que os agentes econômicos observam tanto os fundamentos quanto as expectativas (suas e as do mercado) e tomam decisões considerando todo esse conjunto de informações. Já o econométrico, que utiliza

10. A definição de Killian e Lütkepohl (2017, p. 592) implica que a representação MA tenha uma representação explosiva quando o polinômio característico estiver em potências positivas do operador de defasagens.

11. Lütkepohl (2014) observa que Forni *et al.* (2009) empregaram resultados de Rozanov (1967) *apud* Lütkepohl (2014) para chegar a essa conclusão.

12. Lembrando que M se refere ao número de choques e K ao de variáveis do VAR. Forni, Gambetti e Sala (2018) se referem à condição $M = K$ como um sistema “quadrado”, em oposição a um “retangular”, no qual essa condição não se verifica.

13. Essa equação encontra-se na próxima seção.

as séries temporais para estimar os efeitos de uma determinada política, raramente dispõe de uma série histórica confiável de expectativas dos agentes. Assim, os conjuntos de informações do econometrista e dos agentes são diferentes, ainda que a variável omitida em questão não seja, obrigatoriamente, uma expectativa ou um componente expectacional. Ocorre que muitas políticas, especialmente no que tange à política fiscal, são implementadas após um anúncio público. Com isso, as expectativas dos agentes são imediatamente afetadas, mas o início efetivo dessas políticas apresenta uma defasagem, o que leva o econometrista a ter um relevante *deficit* informacional, quando comparado aos agentes, no momento do anúncio. Esse problema não existiria se a efetivação das políticas se desse no mesmo momento do anúncio ou se houvesse uma forma confiável de medir as expectativas em tempo real.

Esse *deficit* de informação leva a evidentes vieses de estimação, uma vez que as variáveis macroeconômicas de interesse se movem em função do anúncio, mas antes que qualquer variável de controle de política fiscal a ser modificada pelas referidas políticas tenha se alterado (Canova e Sahneh, 2018; Jasiak e Gourieroux, 2015; Leeper, Walker e Yang, 2011; Alessi, Barigozzi e Capasso, 2008; Fernández-Villaverde *et al.*, 2007). Dependendo do caso, isso pode levar a uma subestimativa do efeito da política, bem como a uma superestimativa de tal efeito (Leeper, Walker e Yang, 2011) – e o viés pode ser de tamanho considerável, a ponto de inverter o sinal da função impulso-resposta.

Ainda de acordo com Kilian e Lütkepohl (2017), a identificação do problema remonta a Hansen e Sargent (1980), que associaram a questão da não fundamentalidade a um componente MA não invertível. Isso significa que o MA não pode ser representado por um VAR, nem mesmo como aproximação. Se o processo gerador de dados tem um componente MA, a representação VAR somente é adequada sob certas condições – no caso, se ocorrer a invertibilidade do MA (Alessi, Barigozzi e Capasso, 2008). Assim, a invertibilidade do componente de médias móveis é condição necessária para o emprego correto dos modelos VAR/SVAR tradicionais; caso contrário, depara-se com o problema da não fundamentalidade.

De fato, Lanne e Saikkonen (2013) e Gourieroux e Zakoïan (2013) afirmam que variáveis omitidas são um problema recorrente em aplicações financeiras, tendo em vista a dificuldade na avaliação de quais variáveis devem ser incluídas no modelo.

Já no artigo original, Blanchard e Perotti (2002, p. 18, tradução nossa) renunciaram a possibilidade de ocorrência de problemas associados à antecipação da política fiscal por intermédio das expectativas.

Implícita em nosso *approach* está a hipótese de que as inovações de políticas que nós estimamos foram, de fato, não antecipadas pelo setor privado. Ainda que compartilhemos essa hipótese com toda a literatura VAR, reconhecemos que isso é particularmente problemático aqui: a maioria das mudanças em impostos e em programas de transferências é conhecida pelo menos alguns trimestres antes de ser implementada. (...) Não temos uma solução geral para esse problema.

Ademais, Forni, Gambetti e Sala (2018, p. 1, tradução nossa) resumem assim a questão.

Métodos de VARs estruturais objetivam estimar as funções impulso-resposta de choques de uma representação MA da macroeconomia. Se tal representação for não fundamental, então as variáveis no VAR não transmitem informação suficiente para se recuperarem os choques estruturais e as funções impulso-resposta relacionadas, de modo que os resultados empíricos do VAR podem ser falaciosos. A não fundamentalidade é provável de ocorrer em VARs pequenos, particularmente na presença de choques de notícias, efeitos de anúncios de política e previsões fiscais, e é uma característica de modelos com noise shocks [choques de ruído].

A relação entre a suficiência do conjunto de informação para a estimação do VAR e a invertibilidade da representação MA do VAR, considerando-se as potências positivas do operador de defasagens, é estrita, de modo que também é possível definir a não fundamentalidade com base nessa condição. Uma definição alternativa (definição 2) para a não fundamentalidade pode ser encontrada em Alessi, Barigozzi e Capasso (2008), transcrita a seguir.

Definição 2 (fundamentalidade em sistemas quadrados):¹⁴ dado um processo vetorial covariância estacionário x_t , a representação $x_t = \Phi(L)u_t$ é fundamental se:

- i) u_t é um vetor de ruído branco;
- ii) $\Phi(L)$ não tem polos de módulo menores ou iguais à unidade, isto é, não tem polos dentro do círculo unitário; e
- iii) $\det \Phi(z)$ não tem raízes com módulo menor que a unidade, isto é, todas as raízes estão fora do círculo unitário $\leftrightarrow \det \Phi(z) \neq 0, \forall z \in \mathbb{C}; |z| < 1$.

14. Sistemas quadrados são os que têm o mesmo número de choques estruturais e de variáveis.

Ou seja, se a sua representação MA relevante contém um polinômio com potências positivas do operador de defasagens e é invertível.

Assim, um sistema não fundamental tem sua representação MA dependendo funcionalmente de choques futuros. Naturalmente, essa dependência não decorre de uma causalidade de um acontecimento futuro para um passado, mas é fruto da configuração que resta à MA. É crível, contudo, que alguma variável não observada no presente esteja em ação e impactando as variáveis de interesse.

Os métodos para se tratar a não fundamentalidade envolvem o acréscimo das informações faltantes ou o uso de modelos que permitam a ocorrência de componentes MA não invertíveis, no caso de não causalidade, conforme o VAR não causal proposto por Lanne e Saikkonen (2013).

Lütkepohl (2014) ressalta que o uso de modelos de fatores comuns e técnicas bayesianas para expandir os conjuntos de informação pode não ser suficiente para lidar com o problema. O autor recomenda utilizar variáveis escolhidas meticulosamente para tal, como feito em Leeper, Walker e Yang (2013) e em Kilian e Murphy (2014).¹⁵

4 O MÉTODO DE PESQUISA

A proposta de estudo é a execução de testes de não fundamentalidade em conjuntos de dados relevantes para a execução de VARs fiscais para o Brasil. Assim, são empregados o teste de Forni e Gambetti (2014) e o teste CH, de Canova e Sahneh (2018), como ferramentas para testar a existência da não fundamentalidade.

Importante notar que, como se trata de conjuntos de dados estacionários, a ocorrência de não causalidade e de não fundamentalidade é concomitante. Nas palavras de Lanne e Saikkonen (2013, p. 471-472, tradução nossa),

a não fundamentalidade é proximamente relacionada à não causalidade, e checar para não causalidade pode ser visto como uma forma de testar para a não fundamentalidade. Por conta de a

15. Essa solução pode não ter sido suficiente em uma das aplicações de Leeper, Walker e Yang (2013). Ver Vonbun (2019).

não fundamentalidade frequentemente invalidar o uso de métodos convencionais, ser capaz de detectá-la previamente é importante.

4.1 O teste CH e o teste de Forni e Gambetti (2014)

São transcritos, a seguir, o teste de Forni e Gambetti (2014) e o teste CH (Canova e Sahneh, 2018) – este inclui a tentativa de salientar o porquê de o teste, por meio da causalidade de Granger, falhar em detectar corretamente a não fundamentalidade, na opinião dos autores. Em seguida, é exposta uma comparação entre os testes, como a apresentada por Forni, Gambetti e Sala (2018). Importante notar que o teste supõe que os erros são gaussianos, portanto, não é adequado para captar a não causalidade, apenas a não fundamentalidade.¹⁶

4.1.1 Hipóteses acerca da não fundamentalidade

Assim, como suposto e apresentado em Canova e Sahneh (2018), a economia é representada por um vetor n -dimensional de variáveis estacionárias χ_t impactadas por s (s não necessariamente igual a n) choques mutuamente não correlacionados e primitivos ϑ_t .

Na hipótese 1 (representação da economia), o vetor χ_t satisfaz:

$$\chi_t = \Gamma(L)\vartheta_t \tag{5}$$

Em que ϑ_t é um vetor de ruído branco; $\Gamma(L) = \sum_{i=1}^{\infty} \Gamma_i L^i$, são matrizes $(n \times s) \forall i$; L é o operador de defasagem; e $\sum_{i=0}^{\infty} \Gamma_i^2 < \infty$.

A hipótese 1 pode ser derivada formalmente a partir do teorema de Wold, assumindo uma representação linear e aplicando repetidamente o operador de projeção (Canova, 2011 *apud* Canova e Sahneh, 2018). Dada uma amostra, o número de variáveis n é geralmente grande; para estimar as matrizes Γ_i , um pesquisador necessita dar atenção especial a um subvetor m -dimensional de χ_t .

16. Em termos conceituais, sob a hipótese de estacionariedade dos erros, um modelo não causal é necessariamente não fundamental.

A hipótese 2 (conjunto de informação do VAR) diz que o VAR é organizado em termos de x_t , um subvetor de χ_t , impactado por um subvetor u_t de \mathfrak{G}_t de dimensão k , em que k é não necessariamente igual a m :

$$x_t = \Pi(L)u_t \quad (6)$$

Em que $m \leq n$ e $k \leq s$; $\Pi(L) = \sum_{i=0}^{\infty} \Pi_i L^i$ não tem raiz no círculo unitário; e $\sum_{i=0}^{\infty} \Gamma_i^2 < \infty$.

Por construção, u_t são combinações lineares de valores correntes e possivelmente passados de \mathfrak{G}_t .

Assim, de acordo com a definição 2, o modelo é fundamental se e somente se as raízes do determinante de $\Pi(L)$ estão fora do círculo unitário no plano complexo. Nesse caso, teremos $\mathcal{H}_t^u = \mathcal{H}_t^x \forall t$.

A fundamentalidade é um conceito fortemente associado à invertibilidade: a invertibilidade requer que nenhuma raiz do determinante de $\Pi(L)$ esteja sobre ou dentro do círculo unitário. Como se considera a estacionaridade, ambos os conceitos são equivalentes nesse arcabouço.

4.1.2 Abordagem de Forni e Gambetti (2014) para detectar a não fundamentalidade
Ainda segundo Canova e Sahneh (2018), é complicado checar se um VAR gaussiano é fundamental, porque a função de verossimilhança e a densidade espectral não conseguem distinguir entre uma representação fundamental e uma não fundamental, como sugerem trabalhos de Lippi e Reichlin (1993; 1994). Esses autores comparam informalmente a dinâmica produzida por representações fundamentais e não fundamentais selecionadas.

Assim, Giannone e Reichlin (2006) e Forni e Gambetti (2014) propuseram a utilização de testes de Granger, por meio da adição de variáveis auxiliares para executar o teste. O procedimento funciona como descrito a seguir.¹⁷

17. Toda a formulação é transcrita, com pequenas alterações, do trabalho de Canova e Sahneh (2018).

Suponha que se aumente o vetor¹⁸ x_t com outro vetor de variáveis adicionais y_t , tal que:

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Pi(L) & 0 \\ B(L) & C(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_t \\ v_t \end{bmatrix} \quad (7)$$

Em que v_t são y_t específicos e ortogonais a u_t . Assumindo que todas as raízes do determinante de $B(L)$ estejam fora do círculo unitário, se o modelo é fundamental:

$$u_t = \Pi(L)^{-1}x_t \quad (8)$$

$$y_t = B(L)\Pi(L)^{-1}x_t + C(L)v_t \quad (9)$$

Em que $B(L)\Pi(L)^{-1}$ é um polinômio unilateral (*one-sided*) nas potências não negativas de L . Logo, sob fundamentalidade, y_t é função dos valores correntes e passados de x_t , mas x_t não depende de y_t . O teste, portanto, consiste em checar se há causalidade de Granger de y_t defasados para x_t .

Segundo Canova e Sahneh (2018), tal *approach* pode ser útil para checar se há variáveis omitidas do VAR, e eles argumentam estar se testando se a representação aumentada do MA é triangular inferior. De acordo com os autores, porém, não está claro que esse procedimento pode detectar a não fundamentalidade de forma confiável. Para saber se esse é o caso, é preciso conhecer o mapeamento entre os choques do SVAR, u_t , e os choques primitivos, ϑ_t .

Uma argumentação enfatizada por Canova e Sahneh é que, em um VAR de pequena escala, o número de variáveis é menor que o de choques primitivos interessantes.¹⁹ Com isso, é impossível que os choques primitivos sejam obtidos a partir dos valores passados e presentes observados, e os pesquisadores aplicados consideram apenas sistemas com o mesmo número de choques das variáveis observáveis ($m = k$). Esses sistemas, entretanto, agregam choques primitivos em um número menor de

18. Pode-se entender aquele x_t como aquele que representa o VAR que se busca testar; e o vetor y_t como um conjunto de variáveis auxiliares – que podem ser compreendidas como uma espécie de grupo de controle –, o qual é usado para testar a fundamentalidade do VAR que contém apenas x_t , não y_t .

19. Forni, Gambetti e Sala (2018) contra-argumentam que, sob essas condições, o VAR sempre vai ser não fundamental.

choques estruturais ($m = k < s$). Essa agregação não é inócua, como expõem Chang e Hong (2006) apud Canova e Sahneh (2018). Eles mostram que choques agregados e setoriais se comportam de forma bastante diferente.²⁰

4.1.3 Considerações de Canova e Sahneh sobre a agregação e a eficácia do teste de Forni e Gambetti

De acordo com Canova e Sahneh (2018, p. 7, tradução nossa), em geral, “as agregações levam a conclusões espúrias ao se testar a fundamentalidade”. Segundo os autores, seu exemplo transcrito a seguir demonstra isso.

Suponha, no exemplo 1, um escalar x_t impactado por dois choques primitivos:

$$x_t = \vartheta_{1t} + b\vartheta_{1t-1} + \vartheta_{2t} \quad (10)$$

Em que $\vartheta_{1t} \sim iid(0, \sigma_1^2)$ e $\vartheta_{2t} \sim iid(0, \sigma_2^2)$ são mutuamente independentes em todos os *lags* e *leads*. Claramente, não é possível recuperar ϑ_{1t} e ϑ_{2t} de x_t . Ao considerar um sistema com uma variável observável e um choque estrutural, o econometrista implicitamente assume que x_t tem a forma:

$$x_t = u_t + cu_{t-1} \quad (11)$$

Em que u_t é *iid* e c e σ_u^2 são obtidos pelas condições de momentos:

$$E(x_t^2) = (1 + b^2)\sigma_1^2 + \sigma_2^2 = (1 + c^2)\sigma_u^2 \quad (12)$$

$$E(x_t x_{t-1}) = b\sigma_1^2 = c\sigma_u^2 \quad (13)$$

Essas duas condições podem ser combinadas para se obter a equação quadrática:

$$bc^2 - \left[(1 + b^2) + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \right] c + b = 0 \quad (14)$$

20. Forni, Gambetti e Sala (2018) rejeitam a possibilidade de existência de um modelo estrutural agregado, conforme argumentado por Canova e Sahneh (2018).

Dados b , σ_1^2 e σ_2^2 e, há duas soluções para o problema anterior: uma fundamental c^* e uma não fundamental \tilde{c}^* . Como u_t é ruído branco, não pode ser previsto por meio de valores defasados de u_t e de x_t . Contudo, pode ser previsto por meio de ϑ_{1t} e ϑ_{2t} defasados, independentemente de u_t ser fundamental para x_t ou não. De fato, usando as equações (10) e (11) e c^* , tem-se:

$$\begin{aligned} u_t &= (1 + c^*L)^{-1}[\vartheta_{1t} + b\vartheta_{1t-1} + \vartheta_{2t}] = (\vartheta_{1t} - c^*\vartheta_{1t-1} + c^{*2}\vartheta_{1t-2} - c^{*3}\vartheta_{1t-3} + \dots) \\ &= +b(\vartheta_{1t-1} - c^*\vartheta_{1t-2} + c^{*2}\vartheta_{1t-3} - c^{*3}\vartheta_{1t-4} + \dots) \\ &+ (\vartheta_{2t} - c^*\vartheta_{2t-1} + c^{*2}\vartheta_{2t-2} - c^{*3}\vartheta_{2t-3} + \dots) \end{aligned} \quad (15)$$

Tal que $\mathbb{P}[u_t | \vartheta_{1t-1}, \vartheta_{1t-2}, \dots, \vartheta_{2t-1}, \vartheta_{2t-2}, \dots] \neq 0$, em que \mathbb{P} é o operador de projeção linear. Como u_t é previsível, portanto x_t é previsível.

De acordo com Canova e Sahneh (2018), esse *setup* simples mostra um contraexemplo à proposição 3 de Forni e Gambetti (2014, p. 126), concluindo que a existência de variáveis que causam x_t no sentido de Granger pode não ter relação com o fato de o sistema ser ou não fundamental.²¹

Uma proposição que generaliza a conclusão de que os testes de Granger “são irrelevantes” vem a seguir. A princípio, essa proposição mostra que, mesmo ao se satisfazerem as proposições de Forni e Gambetti (2014), isto é, não havendo erro de medida, os *lags* de ϑ_{1t} e ϑ_{2t} preveem x_t em ambos os casos, o que tornaria os testes de Granger “irrelevantes”.

Proposição 1: seja Θ_{1t} um processo $MA(q_1)$ de média zero, então:

$$\Theta_{1t} = \vartheta_{1t} + \Phi_1\vartheta_{1t-1} + \Phi_2\vartheta_{1t-2} + \dots + \Phi_{q_1}\vartheta_{1t-q_1} \equiv \Phi(L)\vartheta_{1t} \quad (16)$$

Com $E[\vartheta_{1t}\vartheta_{1t-j}] = \sigma_1^2$ se $j = 0$ (e 0, caso contrário).

Seja Θ_{2t} um processo $MA(q_2)$:

$$\Theta_{2t} = \vartheta_{2t} + \Psi_1\vartheta_{2t-1} + \Psi_2\vartheta_{2t-2} + \dots + \Psi_{q_2}\vartheta_{2t-q_2} \equiv \Psi(L)\vartheta_{2t} \quad (17)$$

21. Forni, Gambetti e Sala (2018) contra-argumentam que esse sistema é retangular, e sistemas retangulares “curtos”, isto é, com menos choques (independentes) relevantes que variáveis, não são fundamentais.

Com $E[\vartheta_{2t}\vartheta_{2t-j}] = \sigma_2^2$ se $j = 0$ (e 0, caso contrário).

Assuma que Θ_{1t} e Θ_{2t} sejam independentes em todos os *leads* e *lags*. Assim:

$$x_t = \Theta_{1t} + \Theta_{2t} = u_t + \Pi_{1t}u_{t-1} + \Pi_{2t}u_{t-2} + \dots + \Pi_{qt}u_{t-q} \equiv \Pi(L)u_t \quad (18)$$

Em que $q = \max.\{q_1, q_2\}$; e u_t é um processo de ruído branco. A demonstração pode ser encontrada em Hamilton (1994, p. 106).

A seguir, demonstra-se que, ainda que u_t seja imprevisível, dados os seus valores passados, u_t pode ser previsto dados os valores de ϑ_{1t} e ϑ_{2t} . Isso ocorre porque o conjunto de informação contido em ϑ_{1t} e ϑ_{2t} não está otimamente agregado em u_t .

Proposição 2: seja x_t um processo m -dimensional obtido como na proposição 1, então ϑ_{1t} e ϑ_{2t} Granger-*causa* x_t . Para se obter a demonstração, basta mostrar que:

$$[x_t | x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, \vartheta_{1t-1}, \vartheta_{1t-2}, \dots, \vartheta_{2t-1}, \vartheta_{2t-2}, \dots] \neq \mathbb{P}[x_t | x_{t-1}, x_{t-2}, \dots] \quad (19)$$

Da proposição 1, tem-se:

$$\Pi(L)u_t = \Phi(L)\vartheta_{1t} + \Psi(L)\vartheta_{2t} \quad (20)$$

Logo:

$$u_t = \Pi(L)^{-1}\Phi(L)\vartheta_{1t} + \Pi(L)^{-1}\Psi(L)\vartheta_{2t} \quad (21)$$

Em que existe $\Pi(L)^{-1}$, já que o modelo é fundamental. Assim, $\Pi(L)^{-1}$ e $\Pi(L)^{-1}\Psi(L)$ são um polinômio unilateral nas potências não negativas de L , e:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}[u_t | u_{t-1}, u_{t-2}, \dots, \vartheta_{1t-1}, \vartheta_{2t-2}, \dots, \vartheta_{2t-1}, \vartheta_{2t-2}, \dots] \\ = \mathbb{P}[u_t | \vartheta_{1t-1}, \vartheta_{2t-2}, \dots, \vartheta_{2t-1}, \vartheta_{2t-2}, \dots] \neq 0 \end{aligned} \quad (22)$$

Em que a igualdade ocorre por u_t ser um processo de ruído branco.

A proposição 2 implica que os valores defasados das variáveis desagregadas ou dos fatores obtidos de um grande conjunto de dados provendo sinais de choques

primitivos podem causar, no sentido de Granger, variáveis VAR. Logo, a hipótese nula de fundamentalidade pode ser rejeitada mesmo se for verdadeira.

Até aqui, a análise de Canova e Sahneh (2018) tem sido concentrada na fundamentalidade do vetor u_t , pois é comum, na literatura do VAR, dar-se atenção a apenas um choque (Christiano, Eichenbaum e Evans, 1999; Galí, 1999).

O próximo exemplo (exemplo 2), segundo os autores, mostra como se pode recuperar um choque de valores correntes e passados de observáveis, mesmo com um sistema não fundamental.

Considere três modelos MA:

$$\begin{cases} x_{1,t} = u_{1t} + 2u_{2t-1} \\ x_{2,t} = u_{1t} - u_{2t-1} \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} x_{1,t} = u_{1t} \\ x_{2,t} = u_{1t} + u_{2t} - 3u_{2t-1} \end{cases} \quad (24)$$

$$\begin{cases} x_{1,t} = u_{1t} - 2u_{2t-1} \\ x_{2,t} = u_{1t} + u_{2t-1} \end{cases} \quad (25)$$

Os três sistemas são não fundamentais, já que os determinantes das matrizes MA são $-3L$, $1 - 3L$ e $L(1 - 2L)$, respectivamente, e desaparecem para $L < 1$.

Assim, é impossível recuperar $u_t = (u_{1t}, u_{2t})$ de um $x_t = (x_{1t}, x_{2t})'$ defasado.

Contudo, enquanto no primeiro sistema u_{2t} pode ser recuperado de forma que $u_{2t} = \frac{(x_{1,t+1} - x_{2,t+1})}{3}$ e u_{1t} pode ser recuperado como $u_{1t} = \frac{(x_{1,t} + 2x_{2,t})}{3}$, no segundo sistema apenas u_{1t} pode ser recuperado a partir de $x_{1,t}$ – no terceiro, nenhum choque pode ser recuperado por meio de combinações lineares de x_t .

Para Canova e Sahneh (2018), uma condição necessária para que o choque estimado seja uma inovação é que ele seja ortogonal às variáveis observadas passadas. Forni e Gambetti (2014) sugerem que o choque derivado, como no segundo sistema do exemplo 2, é fundamental se for ortogonal aos componentes principais obtidos de um conjunto grande de observáveis.

Três pontos importantes têm de ser ressaltados sobre tal estratégia. Primeiro, a fundamentalidade é uma propriedade do sistema, não do choque. Logo, de acordo com Canova e Sahneh (2018), os resultados de testes de ortogonalidade são insuficientes para detectar a fundamentalidade do sistema. Segundo, quando um choque pode ser recuperado, não foi ele o causador da não fundamentalidade (Leeper, Walker e Yang, 2011). Finalmente, para Canova e Sahneh (2018), os testes de ortogonalidade têm os mesmos problemas do teste de causalidade de Granger: vão rejeitar uma hipótese nula correta pela ortogonalidade do choque agregado com respeito a algum choque desagregado, ou a alguns fatores que criem uma informação ruidosa (*noisy*) sobre eles. Pelas mesmas razões, em sua opinião, o teste de Granger vai falhar.

4.2 O teste CH

O teste CH consiste em uma estratégia alternativa para testar para não causalidade e que supostamente não sofre problemas de agregação e de não observância. Segue a descrição feita por Canova e Sahneh (2018).

Considere um vetor de variáveis adicionais y_t que aumente a formulação (6):

$$y_t = B(L)u_t + C(L)v_t \quad (26)$$

Se $x_t = \Pi(L)u_t$ é fundamental, então u_t pode ser obtido pelos valores correntes e passados de x_t :

$$u_t = x_t - \sum_{j=1}^r w_j x_{t-j} \quad (27)$$

Em que $w(L) = \Pi(L)^{-1}$ e r geralmente é finito. Portanto, sob fundamentalidade, x_t apenas depende dos valores correntes e passados de u_t .

Se $x_t = \Pi(L)u_t$ não é fundamental, u_t não pode ser recuperado a partir de valores correntes e passados de x_t . Um economista pode apenas recuperar:

$$u_t^* = x_t - \sum_{j=1}^r w_j^* x_{t-j} \quad (28)$$

Em que $w(L)^* = \Pi(L)^{-1} \theta(L)^{-1}$, que é relacionado a u_t via:

$$u_t^* = \theta(L)u_t \quad (29)$$

Em que $\theta(L)$ é a matriz Blaschke de funções racionais nos operadores de defasagem L . Portanto, o relacionamento entre as variáveis adicionais y_t e os choques recuperados pelo econometrista é:

$$y_t = B(L) \theta(L)^{-1} \theta(L)u_t + C(L)v_t \equiv B(L)^*u_t^* + C(L)v_t \quad (30)$$

Como $B(L)^*$ normalmente é um polinômio bilateral, y_t depende de valores correntes, passados e futuros de u_t^* . Isso prova o que segue.

Proposição 3: o modelo é fundamental se $u_{t+j}^*; j \geq 1$ não causa y_t no sentido de Granger.

Essa proposição é diferente do que há na literatura, e é robusta a transformações lineares dos choques primitivos, uma vez que, quando x_t é o componente principal de um grande conjunto de dados, inclui mais informações que o VAR – logo, sob fundamentalidade, não deveria ser Granger-causado por choques VAR futuros. O *setup* aqui proposto é suficientemente geral para lidar com a não fundamentalidade decorrente de causas estruturais, variáveis omitidas ou *proxies*.

Suponha o seguinte sistema, que parte da equação de equilíbrio do capital:

$$K_t = ak_{t-1} + u_{t,A} - u_{t,\tau} - cu_{t-1,\tau} \quad (31)$$

Em que $u_{t,\tau}$ é um choque tributário agregado *iid* e c é obtido a partir de:

$$\theta c^2 - \left[(1 + \theta^2) + \left(\frac{k_y^2 \sigma_y^2}{k_y^2 \sigma_k^2} \right) \right] c + \theta = 0 \quad (32)$$

Assim, as condições de equilíbrio para o capital e a taxa de impostos agregada são:

$$\begin{bmatrix} \hat{\tau}_t \\ (1 - \alpha L) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + cL & 0 \\ -1 - cL & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{t,r} \\ u_{t,A} \end{bmatrix} = \Pi(L)u_t \quad (33)$$

O determinante de $\Pi(L)$ se torna $L = -1/c$; e c é uma função de τ_k e τ_y por meio de θ e κ_k e κ_y . Portanto, ao variar τ_k , o sistema se torna fundamental ou não fundamental.

Para testar, é preciso incluir dados adicionais não usados no VAR original. Assumiu-se que o econometrista usou dados observados em um painel de $n = 30$ séries temporais, geradas por:

$$y_{i,t} = \gamma_i \vartheta_{t,A} + (1 - \gamma_i) \vartheta_{t,\tau} + (\vartheta_{t,y} + \vartheta_{t,k}) \xi_{i,t} \quad (34)$$

Em que $i = 1, \dots, n$.

As propriedades do procedimento são examinadas com a seguinte regressão:

$$f_t = \phi_0 + \phi_1 f_{t-1} + \dots + \phi_p f_{t-p} + \psi_0 u_t + \psi_{-p} u_{t-p} + \psi_1 u_{t+1} + \dots + \psi_q u_{t+q} + e_t \quad (35)$$

Em que f_t é o vetor de componentes principais da equação imediatamente anterior e u_t é obtido por meio da estimação da seguinte equação:

$$x_t = w_0 + w_1 x_{t-1} + \dots + w_r x_{t-r} + u_t \quad (36)$$

Em que $x_t = (\widehat{\tau}_t, k_t)'$. A hipótese nula de que u_{t+i} , $i = 1, \dots, q$ são irrelevantes é:

$$\mathbb{H}_0^{CH}: R\Psi = 0 \quad (37)$$

Em que $\Psi = Vec[\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_q]$; e R é uma matriz de zeros e uns – a hipótese nula pode ser checada por meio de um teste F padrão.

Em suma, o teste CH estima um VAR para testar se as variáveis objetivo formam um sistema não fundamental. Para isso, usa fatores comuns obtidos em um segundo conjunto de dados e testa se os resíduos do referido VAR são explicados pelos *leads* desses fatores. Os autores mostram, por meio da simulação de Monte Carlo, que sua potência é “boa” e que reduz os supostos problemas de não fundamentalidade espúria, presente nos testes de causalidade de Granger e de ortogonalidade, propostos por Forni e Gambetti (2014) e por Forni, Gambetti e Sala (2014).

4.3 A diferença entre os testes de Forni e Gambetti e de Canova e Sahneh

Esta subseção é transcrita de Forni, Gambetti e Sala (2018, p. 3, tradução nossa), com pequenas modificações textuais, ressaltando a diferença entre os testes.

Considere a representação da função impulso-resposta a seguir:

$$x_t = A(L) \zeta_t \quad (38)$$

Em que x_t é um vetor n -dimensional de variáveis macroeconômicas; $A(L)$ é uma matriz $n \times q$ de funções racionais nos operadores de defasagem L (funções impulso-resposta racionais); e ζ_t é um vetor de choques estruturais que, por hipótese, são serialmente não correlacionados e mutuamente ortogonais em todas as defasagens (*lags*) e *leads*. Apenas para salientar, q é o número de choques e n o número de variáveis.

Essa representação é fundamental se ζ_t pertence ao espaço informacional gerado pelos x_t passados e presentes. Nesse caso, as variáveis retornam exatamente a mesma informação que os choques. Em contrapartida, a representação é não fundamental se a história de x_t até o tempo t não provê informação suficiente para se recuperar ζ_t . Assim, as variáveis contêm menos informações que os choques.

Essa definição simples e geral é válida para sistemas quadrados (*square*) – isto é, representações com o mesmo número de choques e de variáveis – e sistemas retangulares (obviamente, com esses números diferindo). Os sistemas curtos (*short*), por sua vez, são os que têm $n < q$ e são sempre não fundamentais, já que n variáveis não podem prover a mesma informação que q choques nesse caso. Os sistemas quadrados são caracterizados pela condição bem conhecida sobre as raízes dos determinantes da matriz de impulso-resposta: todas as raízes devem ter valor maior que 1, em módulo, ou igual a 1.²² Já os sistemas altos (*tall*) são fundamentais, exceto por casos especiais (Forni *et al.*, 2009 *apud* Forni, Gambetti e Sala, 2018).

A fundamentalidade é relacionada à causalidade de Granger (Forni e Reichlin, 1996 *apud* Forni, Gambetti e Sala, 2018; Giannone e Reichlin, 2006; Forni e

22. Invertibilidade (causalidade) requer raízes maiores que 1. Logo, invertibilidade implica fundamentalidade.

Gambetti, 2014). Forni e Gambetti (2014) consideram um vetor de variáveis y_t ($y_{1,t}, \dots, y_{N,t}$)' não incluídas no VAR, que também são dependentes de choques estruturais ζ_t e, possivelmente, de erros idiossincráticos, $\xi_t = (\xi_{1,t}, \dots, \xi_{N,t})'$ associados a erros de medida:

$$y_t = B(L) \zeta_t + \xi_t \quad (39)$$

Por meio do uso das variáveis em y_t , é possível obter informação independente sobre ζ_t . Tal informação pode ser eficientemente extraída pelos componentes principais de y .

Suponha, por exemplo, $f_t = (f_{1,t}, \dots, f_{s,t})'$ os s componentes principais. Os autores reconhecem se tratar de um modelo de fatores em que, sob certas condições, componentes principais são estimadores consistentes dos fatores comuns (Stock e Watson, 2002), e os fatores entregam a mesma informação que os choques (Forni *et al.*, 2009 *apud* Forni, Gambetti e Sala, 2018).

Como f_t traz informações dos choques, em princípio pode ajudar a prever x_t , mas isso apenas ocorreria no caso de não fundamentalidade, já que, sob fundamentalidade, os x_t já teriam toda a informação, provida pelos choques. Logo, se f_t Granger-causa x_t , a representação estrutural (38) é não fundamental.

A volta não vale, em geral, segundo os autores. Pode ser o caso em que os choques são mais informativos que x_t , mas a informação adicional provida por f_t não ajuda a prever as variáveis. De acordo com Forni e Gambetti (2014), esse caso especial não ocorre quando o sistema é quadrado, ou seja, quando há o mesmo número de variáveis e de choques (proposição 3). Para sistemas quadrados, a ausência de causalidade de Granger implica a fundamentalidade – assim, a não fundamentalidade equivale à causalidade de Granger.

Dessa maneira, a proposta de teste de Forni e Gambetti (2014) é computar os s componentes principais do conjunto de dados auxiliares $f_t = (f_{1,t}, \dots, f_{s,t})'$ e estimar a regressão a seguir:

$$x_t = \mu + \sum_{j=1}^{p_1} \alpha_j x_{t-j} + \sum_{j=1}^{p_2} \beta_j f_{t-j} + v_t \quad (40)$$

Em seguida, testar se os coeficientes β_j são nulos utilizando um teste F.²³ Importante notar que é usado um teste de causalidade fora da amostra, baseado em Gelper e Croux (2007) *apud* Forni, Gambetti e Sala (2018).

Canova e Sahneh (2018), por seu turno, alegam que o teste anterior não tem boas propriedades, particularmente para modelos com agregação, o que é contra-argumentado por Forni, Gambetti e Sala (2018), e sugerem um método alternativo, o teste CH, resumido a seguir. Assim, os autores recomendam computar os s componentes principais do conjunto de dados auxiliares $f_t = (f_{1,t}, \dots, f_{s,t})'$ e estimar o seguinte VAR:

$$x_t = \lambda + \sum_{j=1}^p \rho_j x_{t-j} + u_t \quad (41)$$

Em seguida, tomar o resíduo u_t e estimar a regressão:

$$f_t = \gamma + \sum_{j=1}^{p_3} \phi_j f_{t-j} + \sum_{j=1}^{p_4} \eta_j u_{t-j} + \sum_{j=1}^{p_5} \psi_j u_{t+j} + e_t \quad (42)$$

Posteriormente, testar se os coeficientes de ψ_j são nulos usando um teste F.

A regressão (42)²⁴ é, de acordo com Forni, Gambetti e Sala (2018), uma versão do teste de Sims (1972) proposta por Geweke, Meese e Dent (1983) *apud* Forni, Gambetti e Sala (2018). A única diferença, segundo esses autores, é que se tem u_t no lugar de x_t , ou seja, as variáveis são *pre-whitened* (pré-transformadas em ruído branco) antes do teste.

Isso não é, para Forni, Gambetti e Sala (2018), uma grande diferença, visto que Granger-causa $u_t \Leftrightarrow f_t$ Granger-causa x_t . Eles concluem, assim, que os testes são assintoticamente similares e que devem atingir os mesmos resultados em amostras grandes. Seus resultados empíricos confirmam o bom desempenho de ambos os testes nas simulações de Monte Carlo.

23. A distribuição assintótica da forma quadrática λ_w do teste de Wald é uma χ^2 com N graus de liberdade, em que N é o número de restrições. Para uma melhor distribuição amostral, os autores usam a estatística $\lambda_F = \frac{\lambda_w}{N}$, que é aproximadamente distribuída com a distribuição F (N , número de observações, número de parâmetros). Para mais informações, checar Lütkepohl (2005) *apud* Forni, Gambetti e Sala (2018).

24. A equação (42) é equivalente à equação (35), reescrita.

5 APLICAÇÃO EMPÍRICA DOS TESTES DE NÃO CAUSALIDADE E DE NÃO FUNDAMENTALIDADE – DADOS E RESULTADOS

Partindo do pressuposto de que empregar um modelo VAR/SVAR causal tradicional quando se verifica não causalidade ou não fundamentalidade nos dados implica um erro de especificação – o qual pode ter como consequência vieses em qualquer sentido ou intensidade nas estimativas –, conclui-se ser imprescindível testar os dados para essas patologias. Importante notar também que especificar um modelo VAR não causal em variáveis causais/fundamentais também consiste em um erro de especificação (Lanne e Saikkonen, 2013; Sahneh, 2016) – logo, não basta estimar um VAR não causal²⁵ sem verificar se há justificativa para tal. Além disso, há o fato de os VARs não causais não resolverem por completo os problemas de não fundamentalidade e de ainda não terem uma representação que permita facilmente a identificação dos choques estruturais de interesse.

O teste CH, apresentado por Canova e Sahneh (2018), parece ser a melhor ferramenta para a detecção da não fundamentalidade (Lütkepohl, 2014). Além disso, como argumentam Forni, Gambetti e Sala (2018), ainda que seja assintoticamente equivalente ao teste de Forni e Gambetti (2014), uma vez que pode apresentar resultados díspares em pequenas amostras, é recomendável realizar também o referido teste.

5.1 Dados básicos do Brasil

No caso do Brasil, o objetivo foi buscar maximizar o uso da amostra, de modo a compensar, ainda que parcialmente, a limitação do tamanho da amostra de dados disponível.²⁶

Para definir as variáveis a serem testadas no VAR, realizou-se um levantamento dos principais trabalhos feitos com VARs fiscais para o Brasil, brevemente descritos na tabela 1. Tal levantamento tornou possível a verificação das variáveis mais frequentemente empregadas em VARs fiscais para o Brasil.

25. Vale ressaltar que, em um contexto covariância-estacionário, não causalidade e não fundamentalidade são conceitos equivalentes.

26. Isso limitou o número de variáveis do grupo de controle. Variáveis cujo período de observação foi menor que o período em que os dados principais estavam disponíveis não foram consideradas.

TABELA 1
Brasil: variáveis usadas nos principais VARs fiscais

Autor(es)	Ano	Variável 1	Variável 2	Variável 3	Variável 4	Variável 5	Variável 6	Variável 7
Orair, Siqueira e Gobetti	2016	PIB	Gastos em benefícios sociais	Investimentos públicos	Subsídios	Gastos públicos em pessoal	Outras despesas	Despesas totais
Peres e Ellery Junior	2009	PIB	Gastos correntes (capital e serviços) do governo		Impostos líquidos			
Mendonça, Medrano e Sachsida	2009	PIB real sazonalmente ajustado	Gasto total do governo/PIB (incluindo capital)	Selic nominal	Receita do governo/PIB	IPCA	Consumo privado/PIB	
Cavalcanti e Silva	2010	PIB real	Gastos primários públicos	Ajustes patrimoniais sobre a dívida	Receitas tributárias públicas	Juros reais sobre a dívida	Relação entre a dívida e o PIB	
Pires	2012	PIB	Consumo do governo	Investimento público	Carga tributária líquida			
Pires	2014	PIB	Consumo do governo	Investimento público	Carga tributária líquida			
Matheson e Pereira	2016	PIB real	Gasto do governo primário real	Receita real do governo	Crédito privado real ao setor privado	Salário mínimo real	IPCA	Selic
Castelo-Branco, Lima e De Paula	2017	PIB	Consumo do governo	FBCF do governo	Carga tributária líquida			

Elaboração dos autores.
Obs.: FBCF – formação bruta de capital fixo.

As variáveis usadas com maior recorrência englobam o seguinte: PIB (oito artigos); gastos correntes ou primários/consumo do governo (oito artigos); receita do governo/carga tributária (sete artigos); investimentos públicos (quatro artigos); taxas de juros/Selic (três artigos); inflação/Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) (dois artigos); consumo privado/PIB (um artigo); salário mínimo real (um artigo); e relação entre a dívida e o PIB (um artigo).

Assim, um VAR representativo das variáveis empregadas em VARs fiscais no Brasil deveria incluir: *i*) PIB; *ii*) gastos correntes ou primários do governo; *iii*) receita líquida ou carga tributária líquida; e *iv*) investimentos públicos.

Foram usados, portanto, os dados fiscais trimestrais calculados por Orair, Siqueira e Gobetti (2016),²⁷ que consolidaram as finanças públicas e dividiram-nas em investimento, gasto corrente e receita tributária líquida. Além disso, utilizou-se o PIB real trimestral a

27. Posteriormente, os dados foram atualizados até 2017 pela equipe de Finanças Públicas da Diretoria de Estudos e Políticas Macroeconômica (Dimac) do Ipea.

preços de mercado, calculado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), obtido junto ao sítio do Ipeadata.²⁸ Esses dados foram deflacionados pelo deflator do PIB e, em seguida, dessazonalizados por meio do Arima X-13.²⁹ As referidas variáveis iriam do primeiro trimestre de 1996 ao quarto trimestre de 2017, mas a primeira diferença levou à perda da primeira observação – assim, o período de análise foi compreendido entre o segundo trimestre de 1996 e o quarto trimestre de 2017.

Cavalcanti e Silva (2010), contudo, ressaltaram a importância de se introduzir a razão entre a dívida pública e o PIB, uma variável aparentemente importante para determinar as expectativas acerca da solvência do setor público, que pode alterar, portanto, as informações que separam os agentes dos econométricos (que não incluem essa variável). Sob uma relação entre a dívida e o PIB confortável, pode ser que os efeitos de uma expansão fiscal sejam diferentes dos de uma mesma expansão sob uma relação dívida-PIB elevada.

Infelizmente, foi necessário tirar a primeira diferença da razão entre a dívida e o PIB, em função da necessidade de dados estacionários. Com isso, são testados dois conjuntos de dados: com e sem a primeira diferença da razão da dívida pública sobre o PIB.

5.2 Teste CH em VARs fiscais para o Brasil

São testados dois conjuntos de variáveis para testes apresentados nesta seção: o primeiro, sem a razão entre a dívida pública e o PIB (em primeira diferença); e o segundo, incluindo essa razão.

Todavia, como todos os dados citados anteriormente apresentaram raiz unitária quando medidos pelos testes *augmented* Dickey-Fuller (ADF) e Phillips-Perron (PP), foi tomada a primeira diferença das variáveis, pois ambos exigem dados estacionários. Realizaram-se também testes de cointegração, que não identificam a cointegração para as variáveis do modelo a ser testado.

Como já exposto, é preciso incluir um conjunto adicional de dados para construir fatores comuns a acrescer as informações sobre os VARs originais. Logo, abrangeram-se variáveis que, espera-se, sejam capazes de captar expectativas acerca dos

28. Disponível em: <<http://www.ipeadata.gov.br>>.

29. Por meio da utilização do pacote *seasonal* do programa R.

desenvolvimentos fiscais brasileiros, supostamente sensíveis à variação das expectativas quanto às receitas e aos gastos públicos do Brasil, bem como de sumarizar os fatores que impactam as variáveis do VAR.

Para tal, os seguintes fatores foram selecionados: taxa de juros Selic Over; risco-Brasil Emerging Market Bond Index+ (EMBI+); média do câmbio efetivo real (exportações e importações); índice Ibovespa; Volatility Index (VIX);³⁰ a primeira diferença dos logaritmos dos preços das *commodities* carne, café, petróleo, soja e aço e ferro no mercado internacional; e a primeira diferença do índice Dow Jones, da London Interbank Offered Rate (LIBOR) e do logaritmo natural do índice de preços ao consumidor dos Estados Unidos.

Os dados foram colhidos no sítio do Ipeadata, exceto pelo VIX, que foi obtido no sítio do CBOE, e pelos preços internacionais, pela LIBOR e pela inflação dos Estados Unidos, oriundos do Federal Reserve Economic Data (FRED).³¹ Os dados são trimestrais, começando no segundo trimestre de 1996 e terminando no quarto trimestre de 2017. Todas as variáveis empregadas no teste são estacionárias.

Antes de comentar os resultados, é importante notar que a quantidade de componentes principais empregada tem, aqui, menor importância que em modelos em que se desejam estimativas exatas de algum parâmetro. Ainda que esse número possa ser escolhido com base em critérios de informação ou outro processo mais sofisticado de escolha, um esforço nesse sentido não tem tanta relevância. Isso porque, nesse contexto, busca-se aferir a existência de alguma correlação entre as variáveis do VAR e as informações integrantes do conjunto de variáveis auxiliares. Não importa fazer uma estimativa exata da sensibilidade dessa informação, mas apenas captar se há essas correlações. Por essa razão, não foi dada tanta atenção à seleção do número ótimo de componentes principais.

30. Índice de volatilidade dos mercados internacionais, medido pelo Chicago Board Options Exchange (CBOE).

31. As variáveis que coincidem com a descrição do conjunto de variáveis de controle dos Estados Unidos são as mesmas. As de preços internacionais, por sua vez, são: *crude oil west Texas intermediate (US\$)*; *producer price index by commodity for metals and metal products: iron and steel, index 1982 = 100*; *3-month LIBOR, based on U.S. dollar, percent*; *global price of beef, U.S. cents per pound*; *producer price index by commodity for farm products: soybeans, index 1982 = 100*; *producer price index by commodity for processed foods and feeds: coffee (whole bean, ground, and instant), index 1982 = 100*; *global price of beef, U.S. cents per pound, quarterly – U.S. East parts* (os valores a partir do terceiro trimestre de 2017 foram estimados com base na variação dos preços de importação de carne pelos Estados Unidos, oriunda da Nova Zelândia e da Austrália, *beef prices US\$/kg USDA – U.S. East*; esses preços têm o coeficiente de correlação de 0,988274 com a série anterior). Todas as variáveis são sazonalmente ajustadas pelo Arima X-13, pelo autor ou no próprio dado original do FRED, exceto câmbio e índices de bolsa de valores.

Os resultados do teste CH são sumariados na tabela 2, a seguir, e são testadas as variáveis principais empregadas em VAR fiscal.³² Em função da relevância da dívida pública e da importância teórica que sua razão em relação ao PIB carrega sobre a sustentabilidade das contas públicas, considerou-se necessário testar se essa variável acresce informação relevante às variáveis típicas de VARs fiscais para o Brasil.³³

TABELA 2
Resultados do teste CH para as variáveis mais empregadas em VARs fiscais no Brasil¹

Número de componentes principais	P-valor sem dívida e com dívida no grupo de controle (A)	P-valor sem dívida no grupo de controle (B)	Diferença das colunas anteriores (C = A - B)	P-valor com dívida no VAR principal (D)	Diferença das colunas anteriores (E = A - D)
1	0,2364	0,2364	0,0000	0,0014	0,2350
2	0,0836	0,0836	0,0000	0,0005	0,0830
3	0,0285	0,0285	0,0000	0,0015	0,0270
4	0,0154	0,0154	0,0000	0,0007	0,0146
5	0,0227	0,0227	0,0000	0,0002	0,0224
6	0,0432	0,0432	0,0000	0,0042	0,0390
7	0,0620	0,0620	0,0000	0,0046	0,0573
8	0,0277	0,0277	0,0000	0,0070	0,0208
9	0,0407	0,0407	0,0000	0,0006	0,0401

Elaboração dos autores.

Nota: ¹ P-valores do teste F para a hipótese nula de fundamentalidade em função dos referidos números de componentes principais para dois períodos à frente.

Os resultados da coluna (A) apontam que apenas no caso de se selecionar um único componente principal é possível rejeitar a hipótese nula de não fundamentalidade – com dois componentes principais, já se rejeita a não fundamentalidade no nível de 10% de significância. Todos os demais números de componentes principais rejeitam a hipótese nula no nível de 5% de significância. Isso leva a crer que o VAR fiscal “representativo” para o Brasil padece de não fundamentalidade para a amostra e o período selecionados. A coluna (B) exhibe os resultados quando se retira a variável primeira diferença do logaritmo neperiano da razão entre a dívida e o PIB do grupo de controle. Não há diferenças entre os

32. O menor número de graus de liberdade do teste CH da tabela 2 é 27, e ele decresce com o número de componentes principais. A defasagem do VAR foi determinada pelo critério Akaike: sem a razão entre a dívida e o PIB em primeira diferença, são seis defasagens; com a razão, são cinco (tabelas B.1 e B.4 do apêndice B).

33. Testou-se a inclusão da variável expectativas de inflação, calculada por meio do *Focus*, relatório de mercado do Banco Central do Brasil (BCB). Todavia, a amostra foi reduzida, pois a referida pesquisa só tem dados a partir do quarto trimestre de 2001. A inclusão dessas expectativas, contudo, piorou os P-valores, ao contrário do esperado, ao se incluir informação relevante. Possivelmente, os problemas de não linearidade são mais relevantes que os de insuficiência de informação, como sugere a combinação dos testes de não causalidade e não fundamentalidade citados. Resultados no apêndice A.

P-valores, como reportado na coluna (C). A quarta coluna, por sua vez, mostra os *P*-valores para o teste com a dívida incluída no VAR principal.

De forma um tanto surpreendente, a inclusão dessa variável leva a uma redução dos *P*-valores, elevando a probabilidade de rejeição da hipótese nula de fundamentalidade no modelo, o que sugere ser prejudicial a inclusão da razão entre a dívida e o PIB nos VARs fiscais brasileiros para o período e a amostra em questão. Não há a distribuição dos *P*-valores para que se possa avaliar se as mudanças nesses *P*-valores são significativas. Se fossem, porém, seria possível inferir que: ou a razão entre a dívida e o PIB não acrescenta informação, ou a introdução de uma variável adicional e as não linearidades oriundas do fato de a referida razão não depender linearmente das demais variáveis do VAR pode trazer mais prejuízos que benefícios à estimação.

Assim, de acordo com os resultados do teste CH, é recomendável evitar o uso dessa variável diretamente em VARs fiscais brasileiros em amostra semelhante.

O fato é que a evidência de ocorrência de não fundamentalidade põe em dúvida os multiplicadores fiscais e os demais resultados estimados pela literatura de VARs fiscais para o Brasil.³⁴ Dada a natureza do problema da não fundamentalidade, é possível gerar vieses de qualquer intensidade e direção, o que implica resultados duvidosos, ainda que não necessariamente incorretos, uma vez que esses vieses podem ser pequenos, como sugerido por Beaudry *et al.* (2019).

No apêndice A, está relatada uma nova tentativa de resolver o problema da não fundamentalidade no conjunto de informação do VAR fiscal representativo brasileiro, por meio da inclusão das expectativas de inflação, em um horizonte de doze meses, fornecido pelo relatório *Focus*.³⁵ Foi usado apenas o teste CH, pois a amostra que permite a inclusão dessa variável é ainda menor que a descrita anteriormente, e esse teste se revelou mais parcimonioso que o de Forni e Gambetti (2014). Todavia, a inclusão da variável não resolveu o problema, elevando a probabilidade de ocorrência de não fundamentalidade. Assim, a inclusão das variáveis razão entre a dívida pública e o PIB

34. Naturalmente, é necessário testar para cada amostra e formulação, individualmente.

35. Os autores agradecem a Estêvão Kopschitz Xavier Bastos pela disponibilização desses dados.

(em primeira diferença) e expectativas de inflação foi incapaz de acrescentar a informação relevante para resolver o problema da não fundamentalidade nesse contexto.

5.3 Teste de Forni e Gambetti em VARs fiscais para o Brasil

Ao se desempenhar o teste de Forni e Gambetti (2014) para o Brasil, com os mesmos dados da subseção anterior, revelaram-se diferenças significativas entre o teste CH e o dos autores, como mostra a tabela 3. Importante notar que o teste ora empregado usa as mesmas defasagens para os fatores e para as variáveis do grupo principal da equação (40). A escolha se dá automaticamente com base no critério Akaike.³⁶

TABELA 3
Resultados do teste de Forni e Gambetti (2014) para as variáveis mais empregadas em VARs fiscais no Brasil¹

Número de componentes principais	P-valor sem dívida e com dívida no grupo de controle (A)	P-valor sem dívida no grupo de controle (B)	Diferença das colunas anteriores (C = A - B)	P-valor com dívida no VAR principal (D)	Diferença das colunas anteriores (E = A - D)
1	0,3700	0,9360	-0,56600	0,3180	0,0520
2	0,6860	0,9300	-0,24400	0,3000	0,3860
3	0,7080	0,0360	0,67200	0,0100	0,6980
4	0,0000	0,0340	-0,03400	0,0000	0,0000
5	0,0000	0,0300	-0,03000	0,8520	-0,8520
6	0,4080	0,2680	0,14000	0,0020	0,4060
7	0,0000	0,8180	-0,81800	0,1200	-0,1200
8	0,0080	0,1280	-0,12000	0,0000	0,0080
9	0,0020	0,6140	-0,61200	0,9620	-0,9600
10	0,3540	0,9140	-0,56000	0,4480	-0,0940

Elaboração dos autores.

Nota: ¹ P-valores do teste F, para os referidos números de componentes principais (período entre o quarto trimestre de 2001 e o quarto trimestre de 2017), com hipótese nula de fundamentalidade.

Ainda que se rejeite a hipótese nula de fundamentalidade em diversos números de fatores comuns (o que pode ser considerado suficiente para a rejeição da hipótese nula de fundamentalidade), em vários deles, a hipótese nula não é rejeitada. Isso contrasta com o teste CH, que não rejeita a hipótese nula apenas em um caso: quando se supõe somente um fator comum, considerando o nível de significância de 10%.

36. Selecionou-se uma defasagem de quatro períodos para o conjunto de dados e o modelo para o Brasil com dívida e sem dívida.

No teste sem dívida, com seis montantes de componentes principais, rejeitou-se a hipótese nula sob o nível de significância de 1%. Ao se acrescentar a (variação da) dívida pública ao conjunto auxiliar, apenas se rejeita a hipótese nula no nível de 5% de significância.

Ao se inserir a dívida no VAR principal – e retirá-la do grupo de controle –, os *P*-valores caíram em relação ao caso anterior, em que estavam no conjunto auxiliar, em alguns números de fatores, mas se elevaram bastante para os casos de cinco e nove componentes principais. Após a adição da variável no conjunto principal de dados, porém, é possível rejeitar a hipótese nula considerando 1% de significância em quatro montantes de componentes principais.³⁷

Em geral, o teste de Forni e Gambetti (2014) rejeita a hipótese nula de fundamentalidade, porém com menos significância que o teste CH para variáveis brasileiras, o que é reforçado ao se inserir a variação da razão entre a dívida e o PIB no grupo de controle. Na soma dos *P*-valores, incluir a razão entre a dívida e o PIB no VAR principal aumentou um pouco o total, mas não o suficiente para evitar a rejeição da hipótese nula.

A verificação dos *P*-valores mais elevados e voláteis, quando se inclui a dívida no conjunto auxiliar (e não no principal), ressalta uma diferença em relação ao teste CH: dívida/PIB relaciona-se a *deficit* público/PIB (ambos em primeira diferença) e acresce pouca informação ao grupo principal, mas aparentemente eleva a probabilidade de erro tipo II, ao contrário do que foi sugerido por Canova e Sahneh (2018).³⁸ Nesse aspecto específico, o teste CH parece mais adequado para fazer essa comparação, por tratar do erro/resíduo/choque do VAR, não da causalidade direta entre as variáveis possivelmente correlatas.

Importante notar que o teste de Forni e Gambetti (2014) é bem menos parcimonioso que o teste CH para o modelo brasileiro.³⁹ O dos referidos autores, com a

37. O modelo escolheu automaticamente, por meio da variável Akaike, o número de quatro defasagens. O teste CH executado empregou seis defasagens, também como sugerido pela mesma variável, porém no contexto de uma estimação VAR, necessária para se gerarem os resíduos que são testados contra o conjunto de variáveis secundárias.

38. Canova e Sahneh (2018, p. 3, tradução nossa) sugerem que o teste de Forni e Gambetti (2014) seria sujeito à “não fundamentalidade espúria”, isto é, à rejeição da hipótese nula de fundamentalidade quando essa seria verdadeira, o que seria um erro do tipo I.

39. A falta de GLs decorre de amostras pequenas, em parte graças à ocorrência de muitas quebras estruturais, afetando pesquisas macroeconômicas de forma recorrente, no caso brasileiro.

razão entre a dívida pública e o PIB, tem 12 graus de liberdade (GLs) e dez componentes principais (o menor valor de GL) – sem a razão, tem 17 GLs, lembrando que o número de GLs é decrescente ao aumento do número de componentes principais. O teste CH apresenta 22 GLs com a razão da dívida e 25 GLs sem a razão da dívida.⁴⁰ Isso leva a crer que o teste CH é mais adequado aos dados brasileiros por ser menos sensível a amostras pequenas.

6 CONCLUSÃO

O propósito desta pesquisa foi avaliar se as especificações de modelos de VAR fiscal no Brasil estão corretas ou não, diante da possibilidade de ocorrência da não fundamentalidade, o que poderia levar a desconfiar sobre as estimativas dos modelos SVAR fiscais. A não fundamentalidade pode gerar vieses em qualquer intensidade e sentido, podendo invalidar estimativas até aqui tidas como confiáveis.

Para tal, testou-se a especificação entendida como “representativa” da literatura de VARs fiscais para dados do país. Além disso, testou-se a hipótese de que a razão entre a dívida e o PIB possa agregar informações ao VAR. Isso foi feito por meio do emprego do que parecem ser as ferramentas mais sofisticadas disponíveis para a detecção da não fundamentalidade: o teste de suficiência de Forni e Gambetti (2014) e o teste CH, proposto por Canova e Sahneh (2018). Após uma pesquisa na literatura, é possível concluir que este é o primeiro trabalho a fazer esses testes para as variáveis fiscais brasileiras, usando dados recentes, baseados naqueles gerados por Orair, Siqueira e Gobetti (2016), considerando a experiência dos VARs fiscais executados com dados brasileiros.

O teste CH para o Brasil rejeita a hipótese nula de fundamentalidade. Ao incluir a razão entre a dívida pública e o PIB no modelo, conforme sugerido por Cavalcanti e Silva (2010), o teste, mais uma vez, rejeitou a fundamentalidade, todavia, com *P*-valores menores.

No caso do teste de Forni e Gambetti (2014), os *P*-valores foram mais altos e muito mais voláteis que no caso do teste CH. Além disso, a inclusão da primeira diferença da razão entre a dívida pública e o PIB no conjunto de dados auxiliar aumentou quase todos

40. O teste CH para o Brasil, apresentado na tabela 2, exibe apenas nove componentes principais, e não dez, como o caso do teste de Forni e Gambetti (2014). Nesse cenário, o número de GLs com dívida é 27; e sem dívida, 30.

os P -valores, ao mesmo tempo que acrescê-la no grupo principal tornou os P -valores mais voláteis em função da variação do número de componentes principais. Em todos os casos, há números de componentes principais que levam a rejeição da hipótese nula de fundamentalidade no nível de 5% de significância (e, sem a dívida no grupo de controle, no nível de 0,0001% de significância), o que é suficiente para rejeitar a hipótese nula de fundamentalidade. Acrescer a primeira diferença da referida razão ao conjunto de variáveis auxiliares elevou os P -valores e sua volatilidade quando se varia o número de componentes principais, mas ainda assim não impediu a rejeição da fundamentalidade. Possivelmente, o teste de Forni e Gambetti (2014) se mostrou menos robusto a erros do tipo II que o teste CH, em especial na pequena amostra de dados brasileira, considerando-se que o teste CH foi mais parcimonioso que o de tais autores.

Em suma, os resultados sugerem que não é plenamente confiável empregar VARs fiscais de pequena dimensão nas amostras e nos períodos analisados, gerando um alerta para a literatura. Eles levantam suspeições sobre as estimativas da literatura de VARs fiscais para o Brasil. Dada a natureza do problema da não fundamentalidade, podem-se gerar vieses de qualquer intensidade e direção – o que implica resultados duvidosos, ainda que não necessariamente incorretos, pois esses vieses podem ser pequenos, como observado por Beaudry *et al.* (2019).

Naturalmente, é necessário testar cada formulação específica isoladamente para chegar a conclusões rigorosas para cada caso distinto, uma vez que mudanças podem significar fundamentalidade ou não fundamentalidade. Isso se mostra uma importante agenda de pesquisas futuras.

Sugere-se, ao usar dados brasileiros, muito cuidado com o emprego da razão entre a dívida e o PIB, já que sua inclusão parece piorar o problema da não fundamentalidade, ainda que não se tenha a distribuição dos P -valores de modo a aferir se sua variação após a inclusão dessa informação é, de fato, significativa.

Ressalta-se que a inclusão da razão entre a dívida e o PIB e a tentativa de inserir as expectativas de inflação para um horizonte de doze meses, oriundas do *Focus* (apêndice A), não reverteram o diagnóstico de não fundamentalidade. Isso reforça a percepção acerca da dificuldade de se obterem variáveis capazes de crescer as informações aos sistemas e dados não fundamentais, podendo ocorrer que essas variáveis inexistam, ao menos em alguns casos.

O uso do VAR como ferramenta confiável para a análise do impacto de e sobre variáveis fiscais deve depender de formas de crescer informação ao modelo, mas sempre considerando as limitações desse modelo quanto à sua arquitetura linear em um contexto em que as verdadeiras interações entre as variáveis macroeconômicas podem ser fortemente não lineares. Sugere-se sempre testar as formulações para não causalidade e não fundamentalidade.

Aconselha-se buscar soluções alternativas, por meio do emprego de VARs não causais, de modelos *factor augmented* VAR (FAVAR) e também de modelos VAR não lineares, sempre que possível testando para a ocorrência de não causalidade e não fundamentalidade em cada caso. É importante buscar variáveis que acrescentem informações para tornar o sistema fundamental, mas está evidente que essa solução não é muito fácil e, muitas vezes, não factível. Mesmo assim, não se pode garantir que esses métodos – em especial o FAVAR, que exige variáveis estacionárias – possam ser empregados em todas as circunstâncias e que não gerem outros tipos de erro de especificação.

Talvez a conclusão mais importante de todas seja a seguinte: é preciso muito cuidado no emprego de resultados de modelos de VAR fiscal como instrumento para a formulação de políticas ou mesmo em tirar deles conclusões empíricas enfáticas. Ainda que o modelo não seja inválido nem profundamente equivocado, é necessário interpretar seus resultados com cautela redobrada e muita parcimônia na leitura de suas conclusões – e testar sempre.

A limitação dos testes CH e de Forni e Gambetti (2014) de exigirem variáveis estacionárias elimina parte da informação, podendo levar a imprecisões na avaliação, além de gerar potenciais problemas de especificação do VAR. O nível da dívida pública, por exemplo, dá mais informações que a sua variação. Assim, a variável empregada no teste abre mão de informação, mas ela pode, em nível, eventualmente, trazer problemas ainda maiores de não linearidade. Apesar disso, essa é uma limitação do modelo fatorial empregado na análise (em ambos os testes), e somente testes mais sofisticados que devam surgir no futuro podem, talvez, resolver o problema.

Outra limitação dos testes CH e de Forni e Gambetti (2014) é a suposição de normalidade dos erros, o que impossibilita a detecção da não causalidade e pode dificultar a percepção da não fundamentalidade no caso de dados não gaussianos, como o desta pesquisa. Seria importante adaptar aos testes outras distribuições.

Sugestões às novas pesquisas incluem testar a causalidade e a fundamentalidade em outros contextos do uso de VAR. Além disso, sugere-se a formulação de novos testes de não fundamentalidade que não requeiram a estacionaridade de séries testadas e em dados de grupos de controle, possibilitando o uso de um escopo maior e mais completo de variáveis para referendar as conclusões. Pode ser interessante o uso de novas ferramentas para testar o número de componentes principais a incluir nos testes de não fundamentalidade, ainda que essa seja uma preocupação secundária nesse contexto.

Finalmente, a robustez da literatura empírica macroeconômica associada aos VARs fiscais depende de se testar se formulações VAR não causal, FAVAR e VAR não lineares são adequadas para lidar com o problema ou se é necessário buscar novas ferramentas empíricas para tais estimações, mas sempre mantendo a preocupação em avaliar os modelos para a presença dessas patologias.

REFERÊNCIAS

ALESSI, L.; BARIGOZZI, M.; CAPASSO, M. **A review of nonfundamentalness and identification in structural VAR models**. Frankfurt: European Central Bank, 2008. (Working Paper Series, n. 922).

ALMUNIA, M. *et al.* **From Great Depression to great credit crisis: similarities, differences and lessons**. Cambridge, United States: NBER, Nov. 2009. (Working Paper Series, n. 15524).

ARIAS, J. E.; RUBIO-RAMÍREZ, J. F.; WAGGONER, D. **Inference based on SVARs identified with sign and zero restrictions: theory and applications**. Washington: FED, 2014. (International Finance Discussion Papers, n. 100).

AUERBACH, J.; GORODNICHENKO. **Fiscal multipliers in recession and expansion**. Cambridge, United States: NBER, 2011. (Working Paper Series, n. w17447).

BEAUDRY, P. *et al.* When is nonfundamentalness in a VAR a real problem? **Review of Economic Dynamics**, v. 34, p. 221-243, Oct. 2019.

BEAUDRY, P.; NAM, D.; WANG, J. **Do mood swings drive business cycles and is it rational?** Cambridge, United States: NBER, 2011. (Working Paper Series, n. 17651).

BLANCHARD, O.; PEROTTI, R. An empirical characterization of the dynamic effects of changes in government spending and taxes on output. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 117, n. 4, p. 1329-1368, Nov. 2002.

BURNSIDE, C.; EICHENBAUM, M.; FISHER, J. Fiscal shocks and their consequences. **Journal of Economic Theory**, v. 115, n. 1, p. 89-117, 2004.

CALDARA, D.; KAMPS, C. **The analytics of SVAR: a unified framework to measure fiscal multipliers.** Washington: FED, 2012. (Finance and Economics Discussion Series).

CANOVA, F.; SAHNEH, M. H. Are small-scale SVARs useful for business cycle analysis? Revisiting non-fundamentalness. **Journal of the European Economic Association**, v. 16, n. 4, p. 1069-1093, Aug. 2018.

CASTELO-BRANCO, M. A.; LIMA, E. C. R.; DE PAULA, L. F. Mudanças de regime e multiplicadores fiscais no Brasil em 1999-2012: uma avaliação empírica com uso da metodologia MS-SBVAR. **Política e Planejamento Econômico**, v. 47, n. 2, p. 163-220, set. 2017.

CAVALCANTI, M. A. F. H.; SILVA, N. L. C. Dívida pública, política fiscal e nível de atividade: uma abordagem VAR para o Brasil no período 1995-2008. **Economia Aplicada**, v. 14, n. 4, p. 391-418, 2010.

CHRISTIANO, L.; EICHENBAUM, M.; EVANS, C. Monetary policy shocks: what have we learned and to what end? **Handbook of Macroeconomics**, v. 1, p. 65-145, 1999.

CLOYNE, J. **What are the effects of tax changes in the United Kingdom?** New evidence from a narrative evaluation. Munich: CESifo, Apr. 2011. (Working Paper Series, n. 3433).

EDELBERG, W.; EICHENBAUM, M.; FISCHER, J. Understanding the effects of a shock to government purchases. **Review of Economic Dynamics**, v. 2, n. 1, p. 166-206, Jan. 1999.

FATÁS, A.; MIHOV, I. **The effects of fiscal policy on consumption and employment: theory and evidence.** Washington: CEPR, Apr. 2001. (Discussion Papers, n. 2760).

FAVERO, C.; GIAVAZZI, F. **Debt and the effects of fiscal policy.** Boston: Boston FED, May 2007. (Working Papers, n. 7-4).

FERNÁNDEZ-VILLAYERDE, J. *et al.* ABCs (and Ds) of understanding VARs. **American Economic Review**, v. 97, n. 3, June 2007.

FORNI, M. *et al.* Opening the black box: structural factor models with large cross-sections. **Econometric Theory**, n. 25, p. 1319-1347, 2009.

FORNI, M.; GAMBETTI, L. Sufficient information in structural VARs. **Journal of Monetary Economics**, v. 66, n. C, p. 124-136, 2014.

FORNI, M.; GAMBETTI, L.; SALA, L. No news in business cycles. **The Economic Journal**, n. 124, p. 1168-1191, Dec. 2014.

_____. Fundamentalness, granger causality and aggregation: a comment on Canova and Sahneh. **Journal of the European Economic Association**, Nov. 2018.

GALÍ, J. Technology, employment and the business cycle: do technology shocks explain aggregate fluctuations? **American Economic Review**, v. 89, n. 1, p. 249-271, 1999.

GALÍ, J.; VALLÉS, J.; LÓPEZ-SALIDO, D. Understanding the effects of government spending on consumption. **Journal of the European Economic Association**, v. 5, n. 1, p. 227-270, Mar. 2007.

GIANNONE, D.; REICHLIN, L. Does information help recovering structural shocks from past observations? **Journal of the European Economic Association**, v. 4, n. 2-3, p. 455-465, 2006.

GORDON, R. J.; KRENN, R. **The end of the Great Depression 1939-41: policy contributions and fiscal multipliers**. Cambridge, United States: NBER, 2010. (Working Paper Series, n. 16380).

GOURIEROUX, C.; ZAKOÏAN, J.-M. **Explosive bubble modelling by noncausal processes**. Kettering, United Kingdom: CREST, 2013. (Working Paper).

HAMILTON, J. D. **Time series analysis**. New Jersey: Princeton University Press, 1994.

HANSEN, L. P.; SARGENT, T. J. Formulating and estimating dynamic linear rational expectations models. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 2, n. 1, p. 7-46, 1980.

JASIAK, J.; GOURIEROUX, C. Filtering, prediction and simulation methods for noncausal processes. **Journal of Time Series Analysis**, v. 37, May 2015. Disponível em: <<https://www.researchgate.net/publication/276292142>>.

KILIAN, L.; LÜTKEPOHL, H. **Structural vector autoregressive analysis**. Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press, Nov. 2017.

KILIAN, L.; MURPHY, D. P. The role of inventories and speculative trading in the global market for crude oil. **Journal of Applied Econometrics**, v. 29, p. 454-478, 2014.

LANNE, M.; SAIKKONEN, P. Noncausal vector autoregression. **Econometric Theory**, v. 29, n. 3, p. 447-481, 2013.

LEEPER, E. M.; WALKER, T. B.; YANG, S.-C. S. **Foresight and information flows**. Cambridge, United States: NBER, 2011. (Working Paper Series, n. w16951).

_____. Fiscal foresight and information flows. **Econometrica**, v. 81, n. 3, p. 1115-1145, May 2013.

LIPPI, M.; REICHLIN, L. The dynamic effects of aggregate demand and supply disturbances: comment. **American Economic Review**, v. 83, n. 3, p. 644-652, 1993.

_____. VAR analysis, nonfundamental representations, Blaschke matrices. **Journal of Econometrics**, v. 63, n. 1, p. 307-325, 1994.

LÜTKEPOHL, H. **New introduction to multiple time series analysis**. New York: Springer, 2014. 765 p.

MATHESON, J.; PEREIRA, J. **Fiscal multipliers for Brazil**. Washington: IMF, Mar. 2016. (Working Paper, n. 16/79).

MENDONÇA, M. J.; MEDRANO, L. A.; SACHSIDA, A. **Avaliando os efeitos da política fiscal no Brasil**: resultados de um procedimento de identificação agnóstica. Rio de Janeiro: Ipea, fev. 2009. (Texto para Discussão, n. 1377).

MERTENS, K.; RAVN, M. O. **A reconciliation of SVAR and narrative estimates of tax multipliers**. Washington: CEPR, 2012. (Discussion Papers, n. 8973).

MONACELLI, T.; PEROTTI, R.; TRIGARI, A. **Unemployment fiscal multipliers**. Cambridge, United States: NBER, 2010. (Working Paper Series, n. w15931).

MOUNTFORD, A.; UHLIG, H. What are the effects of fiscal policy shocks? **Journal of Applied Econometrics**, v. 24, n. 6, p. 960-992, 2009.

ORAIR, R. O.; SIQUEIRA, F. de F.; GOBETTI, S. W. **Política fiscal e ciclo econômico**: uma análise baseada em multiplicadores do gasto público. Brasília: STN, 2016. (XXI Prêmio do Tesouro Nacional).

OWYANG, M.; RAMEY, V. A.; ZUBAIRY, S. Are government spending multipliers greater during periods of slack? Evidence from the twentieth-century historical data. **American Economic Review**: Papers and Proceedings, v. 103, n. 3, p. 129-134, 2013.

PERES, M. A. F. **Efeitos dinâmicos dos choques fiscais do governo central no PIB do Brasil**. Brasília: STN, 2007. (XII Prêmio do Tesouro Nacional).

PERES, M. A. F.; ELLERY JUNIOR, R. de G. Efeitos dinâmicos dos choques fiscais do governo central no PIB do Brasil. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 39, n. 2, p. 159-206, ago. 2009.

PEROTTI, R. **Estimating the effects of fiscal policy in OECD countries**. Washington: CEPR, May 2005. (Discussion Papers, n. 4842).

_____. In search of the transmission mechanism of fiscal policy. *In*: ACEMOGLU, D.; ROGOFF, K.; WOODFOR, M. **NBER macroeconomics annual**. Chicago: University of Chicago Press, June 2007. v. 22.

PIRES, M. C. de C. Controvérsias recentes sobre multiplicadores fiscais. *In*: BANCO INTERAMERICANO DE DESENVOLVIMENTO. **Multiplicadores fiscais no Brasil**. 1. ed. Brasília: BID, 2012.

_____. Política fiscal e ciclos econômicos no Brasil. **Economia Aplicada**, v. 18, n. 1, p. 69-90, 2014.

RAMEY, V. A. Can government purchases stimulate the economy? **Journal of Economic Literature**, v. 49, n. 3, p. 673-685, Sept. 2011.

RAMEY, V. A.; SHAPIRO, M. D. Costly capital reallocation and the effects of government spending. **Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy**, v. 48, n. 1, p. 145-194, 1998.

ROMER, C.; ROMER, D. The macroeconomic effects of tax changes: estimates based on a new measure of fiscal shocks. **American Economic Review**, v. 100, p. 763-801, June 2010.

RUBIO-RAMÍREZ, J. F.; WAGGONER, D.; ZHA, T. Structural vector autoregressions: theory of identification and algorithms for inference. **Review of Economic Studies**, v. 77, p. 665-696, 2010.

SAHNEH, M. H. **Testing for non-fundamentalness**. Munich: University Library of Munich, June 2016. (MPRA Paper, n. 71924).

SANTOS, C. H. M. dos *et al.* **Uma metodologia de estimação da formação bruta de capital fixo das administrações públicas brasileiras em níveis mensais para o período 2002-2010**. Brasília: Ipea, set. 2011. (Texto para Discussão, n. 1660).

SIMS, C. Money, income, and causality. **The American Economic Review**, v. 62, n. 4, p. 540-552, 1972.

_____. Macroeconomics and reality. **Econometrica**, v. 48, n. 1, p. 1-48, 1980.

SIQUEIRA, F. de F. Política fiscal: uma revisão literária. **Temas de Economia Aplicada**, p. 9-36, mar. 2016.

STOCK, J. H.; WATSON, M. W. Forecasting using principal components from a large number of predictors. **Journal of the American Statistical Association**, v. 97, n. 460, Dec. 2002.

UHLIG, H. What are the effects of monetary policy on output? Results from an agnostic identification procedure. **Journal of Monetary Economics**, v. 52, p. 381-419, 2005.

UNAL, U. Rethinking the effects of policy on macroeconomic aggregates: a disaggregated SVAR analysis. **Journal for Economic Forecasting**, v. 0, n. 3, p. 120-135, Sept. 2011.

VONBUN, C. **Não causalidade e não fundamentalidade em VARs fiscais para o Brasil e para os EUA**. 2019. Tese (Doutorado) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

- AUERBACH, J.; GORODNICHENKO, Y. **Measuring the output responses to fiscal policy**. Cambridge, United States: NBER, 2010. (Working Paper Series, n. 16311).
- BREIDT, F. J. *et al.* Maximum likelihood estimation for noncausal autoregressive processes. **Journal of Multivariate Analysis**, n. 36, p. 178-198, 1991.
- CAGGIANO, G. *et al.* Estimating fiscal multipliers: news from a non-linear world. **Economic Journal**, v. 125, n. 584, p. 746-776, May 2015.
- EICHLER, M. **Statistics 39400 – autumn 2003**: spectral analysis of time series. Chicago: The University of Chicago, 2003. Disponível em: <<http://galton.uchicago.edu/~eichler/stat39400/>>.
- FORNI, M.; GAMBETTI, L. **Testing for sufficient information in structural VARs**. Washington: CEPR, 2011. (Discussion Papers, n. 8209).
- HONG, Y. Hypothesis testing in time series via the empirical characteristic function: a generalized spectral density approach. **Journal of the American Statistical Association**, v. 94, n. 448, p. 1201-1220, 1999.
- HONG, Y.; LEE, Y.-J. Generalized spectral tests for conditional mean models in time series with conditional heteroscedasticity of unknown form. **The Review of Economic Studies**, v. 72, n. 2, p. 499-541, 2005.
- HYEONGWOO, K. **Generalized impulse response analysis**: general or extreme? Munich: University Library of Munich, Aug. 2009. (MPRA Paper, n. 17014).
- LANNE, M.; LUOTO, J. **Noncausal bayesian vector autoregression**. Aarhus, Denmark: CREATES; AARHUS University, 2014. (Research Paper, n. 2014-7).
- MERTENS, K.; RAVN, M. O. Measuring the impact of fiscal policy in the face of anticipation: a structural VAR approach. **The Economic Journal**, v. 120, n. 5, p. 393-413, 2010.
- NYBERG, H.; SAIKKONEN, P. Forecasting with a noncausal VAR model. **Computational Statistics and Data Analysis**, v. 76, p. 536-555, Aug. 2014.
- SAHNEH, M. H. Testing for non-causal vector autoregressive representation. *In*: ECONOMICS AND FINANCE CONFERENCES, 4., 2015, London. **Proceedings...** London: International Institute of Social and Economic Sciences, 2015a.
- _____. **Are shocks obtained from SVAR fundamental?** Munich: University Library of Munich, June 2015b. (MPRA Paper, n. 65126).
- TSAY, R. S. **Analysis of financial time series**. New Jersey: Wiley and Sons, 2010.

APÊNDICE A

TESTE CH DA INCLUSÃO DA VARIÁVEL EXPECTATIVAS DE INFLAÇÃO EM UM HORIZONTE DE DOZE MESES DO BOLETIM *FOCUS*, DO BANCO CENTRAL DO BRASIL (BCB)

A fim de testar se a inclusão de expectativas de inflação pode resolver o problema da não fundamentalidade, foi incluída a variável expectativas de inflação em um horizonte de doze meses, oriunda do relatório *Focus*/BCB, cedido pelo Grupo de Conjuntura da Diretoria de Estudos e Políticas Macroeconômicas (Dimac) do Ipea. A variável foi considerada estacionária pelos testes *augmented* Dickey-Fuller (ADF) e Phillips-Perron (PP), ambos no nível de 5% de significância.

Os resultados estão na tabela A.1, a seguir. Inicialmente, se fez o mesmo teste CH apresentado anteriormente, sem a variável do *Focus*, mas com a amostra reduzida. Essa redução da amostra se deu porque a pesquisa do boletim começa no quarto trimestre de 2001.

TABELA A.1
Resultados do teste CH para variáveis mais empregadas em vetores autorregressivos (VARs) fiscais no Brasil, incluindo a variável do *Focus* (4º trim./2001-4º trim./2017)

Número de componentes principais	P-valor sem dívida, com <i>Focus</i> no grupo de controle (A)	P-valor com <i>Focus</i> no grupo de controle (B)	Diferença das colunas anteriores (C = A - B)
1	0,4470	0,2768	0,1702
2	0,5990	0,4395	0,1595
3	0,0510	0,0038	0,0473
4	0,0107	0,0016	0,0091
5	0,0012	0,0031	-0,0018
6	0,0002	0,0022	-0,0020
7	0,0010	0,0055	-0,0044
8	0,0001	0,0001	-0,0000
9	0,0000	0,0000	-0,0000
10	0,0000	0,0000	0,00000
11	0,0000	0,0000	0,00000
12	0,0000	0,0000	0,00000
13	0,0000	0,0000	0,00000
14	0,0000	0,0000	0,00000

Elaboração dos autores.

Obs.: P-valores do teste F para dois períodos à frente, para os referidos números de componentes principais.

O teste CH para um componente principal perde bastante em significância em relação ao teste iniciado em 1996, reportado anteriormente. Porém, à medida que se eleva o número de fatores principais, os P -valores caem e, novamente, rejeita-se a hipótese nula de fundamentalidade.

Quando se insere a variável do *Focus*, todavia, os P -valores caem de maneira intensa inicialmente e, com o crescimento do número de componentes principais, aumentam marginalmente. O cenário indica que a variável não apenas não reduziu a probabilidade de ocorrência de não fundamentalidade, à luz do teste CH, como pode tê-la aumentado, e levando a uma fraca evidência de que o problema da não fundamentalidade decorre de não linearidades mais do que de falta de informação sobre expectativas – partindo da hipótese de que o boletim *Focus* consegue captar corretamente as expectativas de mercado sobre a inflação, e que esta afeta o comportamento dos agentes e suas expectativas sobre a atividade econômica.

APÊNDICE B

RESULTADO DA SAÍDA EIEWS DO VETOR AUTORREGRESSIVO (VAR) CLÁSSICO CAUSAL PARA VARIÁVEIS BRASILEIRAS, TESTES DE NORMALIDADE E DE COINTEGRAÇÃO

TABELA B.1

Critério de seleção de ordem de defasagem do VAR – Brasil sem dívida

Defasagem	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-3143,625	n.a.	1,76e+29	78,69061	78,80971	78,73836
1	-2796,284	651,2636	4,44e+25	70,40710	71,00261*	70,64585*
2	-2775,904	36,17438	4,00e+25	70,29760	71,36951	70,72736
3	-2758,176	29,69384	3,86e+25	70,25441	71,80273	70,87517
4	-2744,885	20,93467	4,19e+25	70,32211	72,34684	71,13388
5	-2721,540	34,43361*	3,57e+25	70,13849	72,63962	71,14127
6	-2702,559	26,09797	3,44e+25*	70,06398*	73,04152	71,25776
7	-2699,087	4,427858	4,95e+25	70,37716	73,83110	71,76195
8	-2692,703	7,500060	6,76e+25	70,61759	74,54793	72,19337

Elaboração dos autores.

Obs.: 1. Variáveis endógenas: *G* (gastos do governo), *CTL* (carta tributária líquida), *IG* (investimento do governo), *PIB* (produto interno bruto); variável exógena: *C* (constante); data: 30 de maio de 2019; hora: 20h21; amostra: 1996T1 2019T2; número de observações incluídas: 80.

2. * indica a ordem de defasagem selecionada pelo critério.

3. *LogL* – *log-likelihood*; *LR* – estatística de teste *likelihood ratio* (*LR*) sequencial modificada (cada teste no nível de 5%); *FPE* – *final prediction error* (erro final de previsão); *AIC* – *Akaike information criterion* (critério de informação Akaike); *SC* – critério de informação Schwarz; *HQ* – critério de informação Hannan-Quinn; n.a. – não aplicável.

TABELA B.2
Estimativas do VAR – Brasil sem dívida

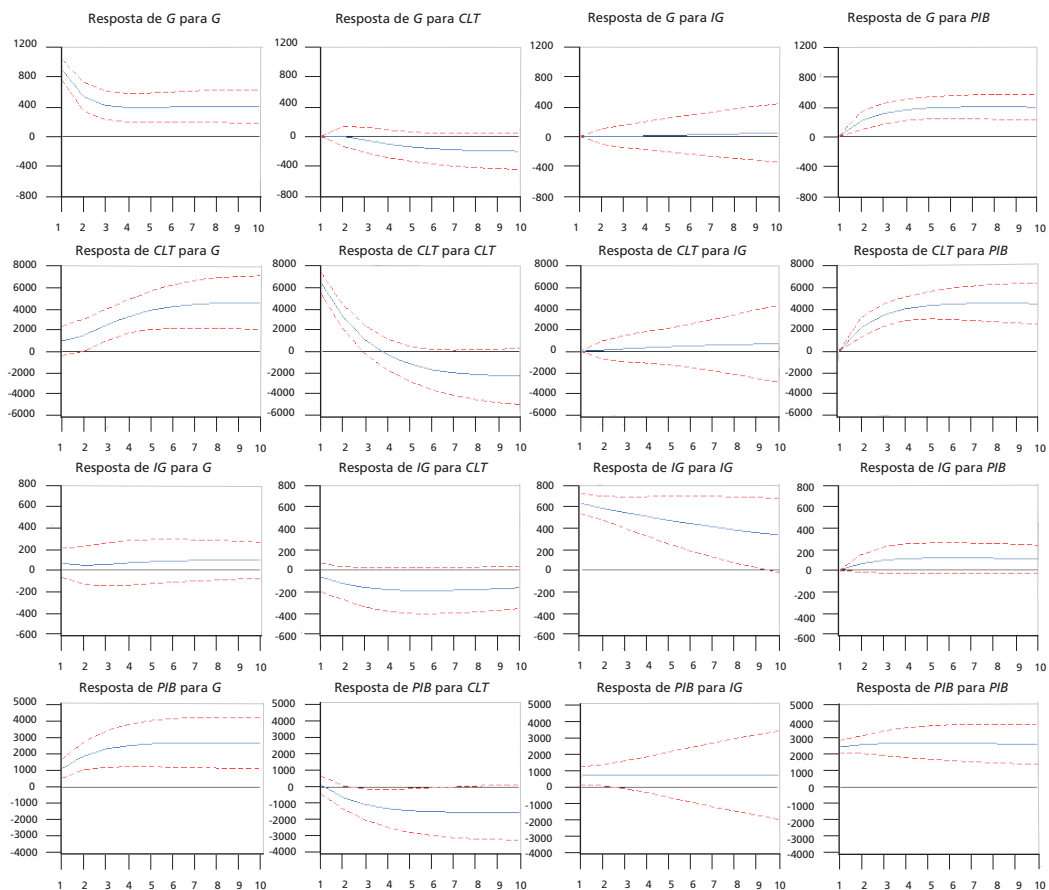
	<i>G</i>	<i>CTL</i>	<i>IG</i>	<i>PIB</i>
<i>G</i> (-1)	0,496111 (0,11134) [4,45568]	0,072892 (0,80586) [0,09045]	-0,038957 (0,07865) [-0,49530]	0,899025 (0,34104) [2,63615]
<i>CTL</i> (-1)	-0,003244 (0,01014) [-0,31997]	0,474640 (0,07337) [6,46895]	-0,010489 (0,00716) [-1,46465]	-0,120481 (0,03105) [-3,88015]
<i>IG</i> (-1)	-0,100527 (0,08311) [-1,20955]	-0,829682 (0,60153) [-1,37928]	0,898986 (0,05871) [15,3123]	-0,022294 (0,25456) [-0,08758]
<i>PIB</i> (-1)	0,084267 (0,02392) [3,52222]	0,917947 (0,17316) [5,30126]	0,026884 (0,01690) [1,59075]	1,062928 (0,07328) [14,5053]
<i>C</i>	4089,764 (3350,26) [1,22073]	-149425,3 (24248,0) [-6,16239]	-2707,908 (2366,62) [-1,14421]	-39425,78 (10261,6) [-3,84208]
<i>R</i> -quadrado ajustado	0,982452	0,992904	0,928774	0,996235
Soma dos quadrados dos resíduos	67005965	3,51E+09	33436108	6,29E+08
Erros quadrados da equação	903,9612	6542,549	638,5589	2768,766
Estatística <i>F</i>	1204,689	3009,403	281,3554	5690,162
<i>Log</i> verossimilhança	-713,0634	-885,2621	-682,8245	-810,4486
<i>AIC</i>	16,50720	20,46579	15,81206	18,74594
<i>SC</i>	16,64892	20,60751	15,95378	18,88766
Média das dependentes	46580,86	136167,7	6152,900	244957,6
Desvio-padrão das dependentes	6823,893	77668,00	2392,661	45124,28
Resíduos do determinante da covariância (ajustados pelos graus de liberdade – GLs)		8,05E+25		
Resíduos do determinante da covariância		6,35E+25		
<i>Log</i> verossimilhança		-3078,274		
<i>AIC</i>		71,22468		
<i>SC</i>		71,79155		

Elaboração dos autores.

Obs.: 1. Data: 30 de maio de 2019; hora: 20h20; amostra (ajustada): 1996T2 2017T4; observações incluídas: 87 após ajustes.

2. Erros-padrão entre parênteses e estatísticas *t* entre colchetes.

GRÁFICO B.1
Resposta a choques de um desvio-padrão ± 2 erros-padrão – Brasil sem dívida



Elaboração dos autores.

TABELA B.3
Testes de normalidade de resíduos do VAR

Componente	Assimetria	Qui-quadrado	GL	Probabilidade
1	-2,316679	77,82155	1	0,0000
2	-0,138122	0,276628	1	0,5989
3	0,080499	0,093962	1	0,7592
4	-0,986608	14,11425	1	0,0002
Valores com distribuição conjunta		92.30639	4	0.0000
Componente	Curtose	Qui-quadrado	GL	Probabilidade
1	16,08080	620,2643	1	0,0000
2	3,834746	2,525903	1	0,1120
3	4,255636	5,715255	1	0,0168
4	4,798800	11,72934	1	0,0006
Valores com distribuição conjunta		640.2348	4	0.0000
Componente	Jarque-Bera	GL	Probabilidade	
1	698,0859	2	0,0000	
2	2,802530	2	0,2463	
3	5,809218	2	0,0548	
4	25,84359	2	0,0000	
Valores com distribuição conjunta		8	0.0000	

Elaboração dos autores.

Obs.: Ortogonalização: decomposição de Cholesky (método de Lütkepohl); H_0 : resíduos são normais (multivariada); data: 30 de maio de 2019; hora: 20h21; amostra: 1996T1 2019T2; observações incluídas: 87.

TABELA B.4
Critério de seleção de ordem do VAR – Brasil com dívida

Defasagem	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-3380,707	NA	3,96e+30	84,64269	84,79156	84,70238
1	-2936,616	821,5688	1,12e+26	74,16540	75,05866*	74,52354*
2	-2907,957	49,43696	1,03e+26	74,07393	75,71157	74,73051
3	-2884,647	37,29626	1,09e+26	74,11617	76,49820	75,07120
4	-2862,133	33,20830	1,20e+26	74,17832	77,30473	75,43179
5	-2827,981	46,10539*	1,02e+26*	73,94952*	77,82031	75,50143
6	-2803,765	29,66458	1,13e+26	73,96912	78,58429	75,81947
7	-2791,516	13,47361	1,78e+26	74,28790	79,64746	76,43670
8	-2779,163	12,04367	2,96e+26	74,60409	80,70803	77,05133

Elaboração dos autores.

Obs.: 1. Variáveis endógenas: *CTL*, *DIVPIB* (dívida sobre o PIB), *G*, *IG*, *PIB*; variável exógena: *C*; data: 30 de maio de 2019; hora: 20h16; amostra: 1960T1 2019T2; número de observações incluídas: 80.

2. * indica a ordem de defasagem selecionada pelo critério.

TABELA B.5
Estimativas do VAR – Brasil com dívida

	<i>G</i>	<i>CTL</i>	<i>IG</i>	<i>PIB</i>	<i>DIVPIB</i>
<i>G</i> (-1)	0,379920 (0,11768) [3,22843]	0,486802 (0,87597) [0,55573]	0,000946 (0,08551) [0,01107]	0,906348 (0,37392) [2,42390]	0.000432 (0.00021) [2.10681]
<i>CTL</i> (-1)	0,008242 (0,01086) [0,75858]	0,433726 (0,08087) [5,36307]	-0,014433 (0,00789) [-1,82813]	-0,121205 (0,03452) [-3,51098]	4.40E-05 (1.9E-05) [2.32603]
<i>IG</i> (-1)	0,006466 (0,09139) [0,07075]	-1,210825 (0,68027) [-1,77992]	0,862242 (0,06641) [12,9838]	-0,029038 (0,29038) [-0,10000]	9.85E-07 (0.00016) [0.00618]
<i>PIB</i> (-1)	0,078860 (0,02331) [3,38375]	0,937209 (0,17348) [5,40244]	0,028741 (0,01694) [1,69711]	1,063269 (0,07405) [14,3584]	-0.000148 (4.1E-05) [-3.64573]
<i>DIVPIB</i> (-1)	36,80304 (14,8122) [2,48465]	-131,1040 (110,257) [-1,18907]	-12,63902 (10,7635) [-1,17425]	-2,319589 (47,0651) [-0,04928]	0.941229 (0.02581) [36.4667]
<i>C</i>	7131,083 (3472,23) [2,05375]	-160259,4 (25846,3) [-6,20049]	-3752,368 (2523,15) [-1,48717]	-39617,47 (11032,9) [-3,59086]	12.79253 (6.05046) [2.11431]
<i>R</i> -quadrado	0,984453	0,993350	0,933223	0,996410	0,967999
<i>R</i> -quadrado ajustado	0,983493	0,992940	0,929101	0,996189	0,966024
Soma dos quadrados dos resíduos	62260720	3,45E+09	32876456	6,29E+08	189.0491
Erros quadrados da equação	876,7274	6526,100	637,0888	2785,763	1.527724
Estatística F	1025,790	2419,957	226,4000	4496,752	490.0338
Log verossimilhança	-709,8682	-884,5093	-682,0903	-810,4473	-157.2079
<i>AIC</i>	16,45674	20,47148	15,81817	18,76890	3.751907
<i>SC</i>	16,62680	20,64154	15,98823	18,93897	3.921969
Média das dependentes	46580,86	136167,7	6152,900	244957,6	40.21264
Desvio-padrão das dependentes	6823,893	77668,00	2392,661	45124,28	8.288123
Resíduos do determinante da covariância (ajustados pelos GLs)		1,68E+26			
Resíduos do determinante da covariância		1,17E+26			
Log verossimilhança		-3228,380			
<i>AIC</i>		74,90528			
<i>SC</i>		75,75559			

Elaboração dos autores.

Obs.: 1. Data: 30 de maio de 2019; hora: 20h18; amostra (ajustada): 1996T2 2017T4; observações incluídas: 87 após ajustes.

2. Erros-padrão entre parênteses e estatísticas *t* entre colchetes.

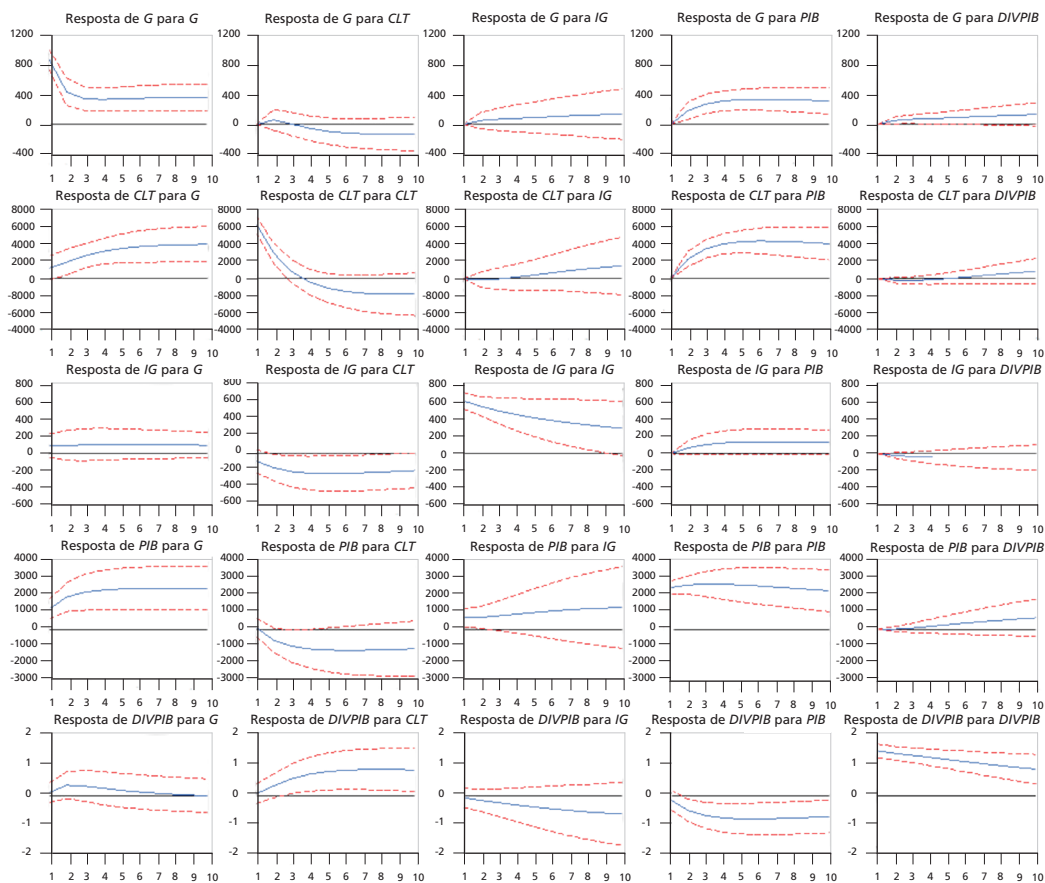
TABELA B.6
Testes de normalidade de resíduos do VAR – Brasil com dívida

Componente	Assimetria	Qui-quadrado	GL	Probabilidade
1	-1,647094	39,33732	1	0,0000
2	-0,190614	0,526837	1	0,4679
3	0,143454	0,298394	1	0,5849
4	-1,022201	15,15097	1	0,0001
5	1,193681	20,66069	1	0,0000
Valores com distribuição conjunta		75,97421	5	0,0000
Componente	Curtose	Qui-quadrado	GL	Probabilidade
1	11,74610	277,2914	1	0,0000
2	3,580260	1,220545	1	0,2693
3	4,130767	4,635045	1	0,0313
4	4,771458	11,37547	1	0,0007
5	7,712743	80,51106	1	0,0000
Valores com distribuição conjunta		375,0336	5	0,0000
Componente	Jarque-Bera	GL	Probabilidade	
1	316,6288	2	0,0000	
2	1,747382	2	0,4174	
3	4,933439	2	0,0849	
4	26,52644	2	0,0000	
5	101,1717	2	0,0000	
Valores com distribuição conjunta	451,0078	10	0,0000	

Elaboração dos autores.

Obs.: Ortogonalização: decomposição de Cholesky (método de Lütkepohl); H_0 : resíduos são normais (multivariada); data: 30 de maio de 2019; hora: 20h19; amostra: 1996T1 2019T2; observações incluídas: 87.

GRÁFICO B.2
Resposta a choques de um desvio-padrão ± 2 erros-padrão – Brasil com dívida



Elaboração dos autores.

TABELA B.7
Teste de cointegração – Brasil com dívida
Teste irrestrito de cointegração por posto (traço)

Número de CEs hipotético	Autovalor	Estatística (traço)	Valor crítico: 5%	Probabilidade**
Nenhum*	0,347957	80,61843	69,81889	0,0054
No máximo 1	0,225972	44,26865	47,85613	0,1045
No máximo 2	0,139546	22,49614	29,79707	0,2717
No máximo 3	0,084479	9,721089	15,49471	0,3028
No máximo 4	0,025766	2,218792	3,841466	0,1363

Teste de cointegração irrestrito de posto (autovalor máximo)				
Número hipotético de cointegrações	Autovalor	Estatística de máximo autovalor	Valor crítico: 5%	Probabilidade**
Nenhum*	0,347957	36,34978	33,87687	0,0248
No máximo 1	0,225972	21,77251	27,58434	0,2323
No máximo 2	0,139546	12,77505	21,13162	0,4731
No máximo 3	0,084479	7,502298	14,26460	0,4315
No máximo 4	0,025766	2,218792	3,841466	0,1363

Coeficientes cointegrados irrestritos (normalizados por $b^*S11^*b=I$)				
CTL	DIVPIB	G	IG	PIB
-4,64E-05	0,114646	-0,000668	0,000641	0,000158
-3,67E-05	-0,083021	0,001959	0,000533	-0,000263
-0,000174	-0,040819	0,000314	-0,000923	0,000285
6,22E-05	0,125139	0,000162	0,000183	-0,000134
-3,69E-05	-0,011600	0,000197	-0,000212	6,52E-05

Coeficientes de ajuste irrestritos (alfa)					
$d(CTL)$	2303,173	493,9773	980,0972	-1006,257	138.7120
$d(DIVPIB)$	-0,299141	0,200885	-0,075711	-0,187283	-0.166523
$d(G)$	254,9259	-149,2281	120,8291	57,97982	-71.09073
$d(IG)$	-188,8860	-112,8831	151,2376	-16,26035	-6.086251
$d(PIB)$	201,6034	603,6825	757,9997	309,9520	-86.95844

Uma equação cointegrada	Log verossimilhança		-3115,857
-------------------------	---------------------	--	-----------

Coeficientes cointegrados normalizados				
CTL	DIVPIB	G	IG	PIB
1,000000	-2468,400 (627,963)	14,37432 (7,09178)	-13,79316 (3,76207)	-3,401021 (1,15178)

Coeficientes de ajuste	
$d(CTL)$	-0,106972 (0,03009)
$d(DIVPIB)$	1,39E-05 (7,5E-06)

(Continua)

(Continuação)				
<i>CTL</i>	<i>DIVPIB</i>	<i>G</i>	<i>IG</i>	<i>PIB</i>
Coeficientes de ajuste				
<i>d(G)</i>	-0,011840 (0,00407)			
<i>d(IG)</i>	0,008773 (0,00294)			
<i>d(PIB)</i>	-0,009364 (0,01462)			
Duas equações cointegradas		<i>Log verossimilhança</i>	-3104,970	
Coeficientes normalizados de cointegração				
<i>CTL</i>	<i>DIVPIB</i>	<i>G</i>	<i>IG</i>	<i>PIB</i>
1,000000	0,000000	-20,97960 (6,03342)	-14,17914 (3,69428)	2,117660 (1,01217)
0,000000	1,000000	-0,014323 (0,00250)	-0,000156 (0,00153)	0,002236 (0,00042)
Coeficientes de ajuste				
<i>d(CTL)</i>	-0,125101 (0,03819)	223,0399 (91,3334)		
<i>d(DIVPIB)</i>	6,52E-06 (9,4E-06)	-0,050973 (0,02246)		
<i>d(G)</i>	-0,006364 (0,00508)	41,61533 (12,1587)		
<i>d(IG)</i>	0,012916 (0,00366)	-12,28345 (8,75053)		
<i>d(PIB)</i>	-0,031518 (0,01816)	-27,00505 (43,4315)		
Três equações cointegradas		<i>Log verossimilhança</i>	-3098,583	
Coeficientes normalizados de cointegração				
<i>CTL</i>	<i>DIVPIB</i>	<i>G</i>	<i>IG</i>	<i>PIB</i>
1,000000	0,000000	0,000000	3,997710 (1,44190)	-1,868326 (0,07590)
0,000000	1,000000	0,000000	0,012253 (0,00198)	-0,000485 (0,00010)
0,000000	0,000000	1,000000	0,866406 (0,16369)	-0,189993 (0,00862)
Coeficientes de ajuste				
<i>d(CTL)</i>	-0,295555 (0,11665)	183,0328 (93,5410)	-0,262298 (1,32918)	
<i>d(DIVPIB)</i>	1,97E-05 (2,9E-05)	-0,047882 (0,02334)	0,000569 (0,00033)	
<i>d(G)</i>	-0,027378 (0,01557)	36,68315 (12,4815)	-0,424606 (0,17736)	
<i>d(IG)</i>	-0,013387 (0,01088)	-18,45689 (8,72580)	-0,047561 (0,12399)	
<i>d(PIB)</i>	-0,163346 (0,05396)	-57,94620 (43,2706)	1,285959 (0,61486)	
Quatro equações cointegradas		<i>Log verossimilhança</i>	-3094,832	

(Continua)

(Continuação)

Coeficientes normalizados de cointegração				
<i>CTL</i>	<i>DIVPIB</i>	<i>G</i>	<i>IG</i>	<i>PIB</i>
1,000000	0,000000	0,000000	0,000000	-1,698571 (0,03600)
0,000000	1,000000	0,000000	0,000000	3,48E-05 (6,5E-05)
0,000000	0,000000	1,000000	0,000000	-0,153203 (0,00502)
0,000000	0,000000	0,000000	1,000000	-0,042463 (0,00691)
Coeficientes de ajuste				
<i>d(CTL)</i>	-0,358163 (0,12102)	57,11033 (120,604)	-0,424905 (1,31000)	0,649462 (0,78459)
<i>d(DIVPIB)</i>	8,04E-06 (3,0E-05)	-0,071319 (0,03033)	0,000539 (0,00033)	-4,89E-05 (0,00020)
<i>d(G)</i>	-0,023770 (0,01638)	43,93871 (16,3243)	-0,415237 (0,17731)	-0,017231 (0,10620)
<i>d(IG)</i>	-0,014399 (0,01148)	-20,49170 (11,4431)	-0,050189 (0,12429)	-0,323853 (0,07444)
<i>d(PIB)</i>	-0,144061 (0,05654)	-19,15897 (56,3402)	1,336046 (0,61196)	-0,192050 (0,36652)

Elaboração dos autores.

Obs.: 1. Data: 30 de maio de 2019; hora: 22h15; amostra (ajustada): 1996T4 2017T4; observações incluídas: 85 após ajustes; hipótese de tendência: tendência determinística linear; séries: *CTL*, *DIVPIB*, *G*, *IG*, *PIB*; intervalos de defasagens (em primeiras diferenças): 1 a 2.

2. Erros-padrão entre parênteses.

3. Teste do traço indica uma equação cointegrada no nível de 0,05%.

4. * denota a rejeição da hipótese no nível de 0,05%.

5. ** *P*-vaores MacKinnon-Haug-Michelis, de 1999.

6. CEs – *cointegration equations* (equações de cointegração).

Ipea – Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada

Assessoria de Imprensa e Comunicação

EDITORIAL

Coordenação

Reginaldo da Silva Domingos

Supervisão

Carlos Henrique Santos Vianna

Revisão

Bruna Oliveira Ranquine da Rocha

Carlos Eduardo Gonçalves de Melo

Elaine Oliveira Couto

Lis Silva Hall

Mariana Silva de Lima

Marlon Magno Abreu de Carvalho

Vivian Barros Volotão Santos

Laysa Martins Barbosa Lima (estagiária)

Editores

Aline Cristine Torres da Silva Martins

Mayana Mendes de Mattos

Louise de Freitas Sarmiento (estagiária)

Capa

Danielle de Oliveira Ayres

Flaviane Dias de Sant'ana

Projeto Gráfico

Renato Rodrigues Bueno

*The manuscripts in languages other than Portuguese
published herein have not been proofread.*

Livraria Ipea

SBS – Quadra 1 - Bloco J - Ed. BNDES, Térreo.

70076-900 – Brasília – DF

Fone: (61) 2026-5336

Correio eletrônico: livraria@ipea.gov.br

Missão do Ipea

Aprimorar as políticas públicas essenciais ao desenvolvimento brasileiro por meio da produção e disseminação de conhecimentos e da assessoria ao Estado nas suas decisões estratégicas.

ipea Instituto de Pesquisa
Econômica Aplicada

MINISTÉRIO DA
ECONOMIA



ISSN 1415-4765

