CAPÍTULO 3

METODOLOGIAS DE CÁLCULO DA PRODUTIVIDADE TOTAL DOS FATORES E DA PRODUTIVIDADE DA MÃO DE OBRA

Alexandre Messa*

1 INTRODUÇÃO

A produtividade mede o grau de eficiência com que determinada economia utiliza seus recursos para produzir bens e serviços de consumo. Diferentes abordagens quanto ao uso do termo *recursos* dão origem, então, às distintas medidas de produtividade.

Dentre tais medidas, a mais elementar é, sem dúvida, a produtividade do trabalho, que expressa o produto gerado por cada hora de trabalho (ou por alguma outra medida do insumo trabalho) na economia em questão. Dessa forma, trata-se de um indicador apropriado tanto para identificar a evolução do padrão de subsistência dos trabalhadores, quanto para comparar tais padrões ao longo de diferentes economias.

Porém, por trás da simplicidade de seu cálculo reside o problema da produtividade do trabalho: a interpretação de sua dinâmica. De fato, há vários determinantes do comportamento desse indicador, o que dificulta a devida identificação das causas por trás de suas variações ao longo do tempo.

No outro extremo encontra-se a produtividade total dos fatores (PTF), que tem a pretensão de indicar a eficiência com que a economia combina a totalidade de seus recursos para gerar produto. A partir dessa conceituação, a dinâmica do indicador seria resultado do progresso tecnológico da economia.

No entanto, de forma diametralmente oposta à produtividade do trabalho, a aparente simplicidade da interpretação da dinâmica da PTF traz consigo a grande dificuldade do indicador, qual seja, seu cálculo. Realmente, a identificação de todos os recursos da economia, a mensuração de cada um deles e a determinação da forma com que tais recursos são combinados com vistas à atividade produtiva estão longe de ser tarefas triviais. Essa construção faz com que o cálculo da PTF seja bastante sensível a diferentes procedimentos visando à execução de tais tarefas.

* Técnico de Planejamento e Pesquisa da Diretoria de Estudos e Políticas Setoriais de Inovação, Regulação e Infraestrutura – DISET / Ipea.

A partir dessas questões, este artigo tem o objetivo de discutir esses dois indicadores de produtividade, abordando os diferentes métodos de cálculo e os problemas envolvidos, tanto no nível macroeconômico, quanto no da firma. Naturalmente, há várias outras medidas de produtividade, tais como a produtividade do capital ou a produtividade por unidade de consumo de energia elétrica. Contudo, uma vez que aqueles indicadores são os que permeiam o debate econômico, ao mesmo tempo em que o presente trabalho não tem a pretensão de ser exaustivo, optou-se pelo foco restrito a eles.

Com tal intuito, este trabalho compreende cinco seções, além desta introdução. A seção dois discute o cálculo da PTF no nível macroeconômico, enquanto a seção seguinte aborda a relação desta com a produtividade do trabalho. A seção quatro introduz extensões ao cálculo da PTF, tais como a introdução do progresso técnico incorporado ou do capital humano. Por sua vez, a seção cinco discute a estimação da PTF no nível da firma e, finalmente, a seção seis traça as conclusões.

2 PRODUTIVIDADE TOTAL DOS FATORES (PTF) NO NÍVEL MACROECONÔMICO

Inicialmente, considere a distinção entre fatores de produção e insumos intermediários. Os primeiros se referem aos insumos que são exógenos ao sistema produtivo, ou seja, aqueles cuja oferta ao longo do período de cálculo (no caso da produtividade, normalmente anual) é dada. Estes são os casos da força de trabalho e do estoque de capital da economia – ainda que, ao se observarem períodos maiores, ambos deixem de ser exógenos. Por sua vez, os insumos intermediários se referem àqueles endógenos ao sistema produtivo.

Seguindo Solow (1957), admita uma função de produção agregada com mudança técnica neutra,[1] tal que, a partir de uma função $f:\mathbb{R}_+^2 \longrightarrow \mathbb{R}$,

$$Y_t = A_t f\left(K_t, L_t\right), \tag{1}$$

em que Y_t representa o produto no instante t; K_t e L_t, os fatores de produção capital e trabalho, respectivamente, neste mesmo instante; e A_t, o estado da arte da tecnologia em t. Diferenciando a equação acima em relação ao tempo e dividindo-a por Y, tem-se, após omitir, por economia de notação, o subscrito t,

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + \frac{\partial Y}{\partial K}\frac{K}{Y}\frac{\dot{K}}{K} + \frac{\partial Y}{\partial L}\frac{L}{Y}\frac{\dot{L}}{L}, \tag{2}$$

em que, para uma variável X qualquer, $\dot{X} = dX / dt$.

1. Por mudança técnica neutra entenda-se toda aquela que não altera a taxa marginal de substituição entre os fatores de produção.

Admita então que, tal como prevê a teoria da firma, os fatores de produção são remunerados de acordo com seus produtos marginais. Normalizando o preço do produto como equivalente à unidade, e fazendo r e w os preços, respectivamente dos insumos capital e trabalho, tem-se $\partial Y / \partial K = r$ e $\partial Y / \partial L = w$. Dessa forma, obtém-se

$$\begin{cases} \dfrac{\partial Y}{\partial K}\dfrac{K}{Y} = \dfrac{rK}{Y} = s_K, \\ \dfrac{\partial Y}{\partial L}\dfrac{L}{Y} = \dfrac{wL}{Y} = s_L, \end{cases} \tag{3}$$

em que s_K e s_L representam as participações do capital e do trabalho, respectivamente, no valor do produto. Inserindo (3) em (2), rearranjando a equação resultante, e definindo $\overline{X} = \dot{X} / X$, tem-se

$$\overline{A} = \overline{Y} - s_K \overline{K} - s_L \overline{L}. \tag{4}$$

O termo à esquerda da equação acima representa a PTF, calculada, dessa forma, como a parte do crescimento do produto que não é explicada pelo crescimento dos insumos.

Neste ponto, é importante apontar alguns problemas envolvidos na derivação acima. Em primeiro lugar, deve-se notar que a PTF é calculada de forma residual, sendo constituída pela parcela do crescimento do produto que não é explicada pelo correspondente crescimento da utilização dos fatores de produção. Com isso, qualquer variável que esteja omitida em (1), ou cuja medida contenha erros, terá seu efeito sobre o produto absorvido pelo termo $\overline{A}$ em (4). Por este motivo, Abramovitz (1956) o denomina Medida da Nossa Ignorância, ao mesmo tempo em que Domar (1961) utiliza o termo Resíduo, evitando, deliberadamente, qualquer referência à noção de progresso técnico.

Note-se que, para se chegar à equação (4), as únicas suposições feitas foram as de mudanças técnicas neutras e de que os fatores de produção são remunerados de acordo com suas respectivas produtividades marginais. Dessa forma, a equação (4) permite o cálculo do crescimento da produtividade apenas com as informações de produto e insumos em dois instantes no tempo, além das respectivas participações dos fatores no valor do produto.

Para compreender a intuição envolvida nesse cálculo, suponha que a função f em (1) seja homogênea de grau um (no intuito de possibilitar sua representação em um gráfico de duas dimensões). Então, dividindo ambos os lados de (1) por L, tem-se

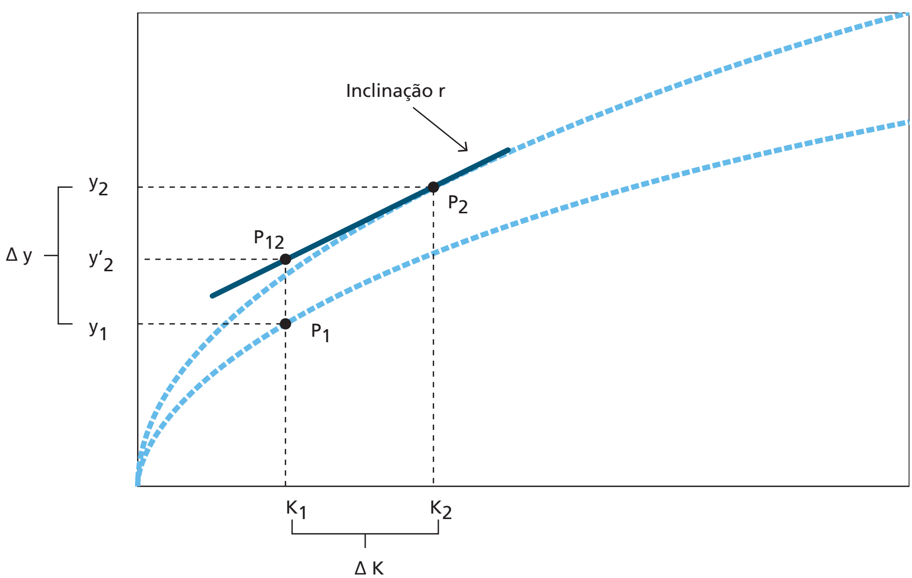
$$y_t = A_t f\left(k_t, 1\right),$$

em que $y_t = Y_t / L_t$ e $k_t = K_t / L_t$. A partir da equação acima, realizando manipulações algébricas semelhantes àquelas utilizadas para derivar (4), tem-se

$$\overline{A} = \overline{y} - s_K \overline{k}. \tag{5}$$

A figura 1 a seguir ilustra a situação em que o economista observa dois instantes no tempo. Neste caso, ele detém três informações: os pontos P_1 e P_2, e a inclinação r, dada pela remuneração do capital. Nota-se que ele não observa e nem conhece as funções de produção nesses instantes, e, justamente para salientar esse fato, a figura 1 as ilustra de forma tracejada.

FIGURA 1
A função de produção em dois instantes no tempo



Elaboração do autor.

Para estimar o progresso técnico entre os dois instantes, pode-se aproximar a função de produção desconhecida por sua tangente – que é observável. Fazendo isso para a função do segundo instante, o progresso técnico é dado então pela distância $\left(y_2' - y_1\right)/\, y_1$. Dessa forma, tem-se

$$\begin{aligned} \frac{\Delta A}{A} &= \frac{y_2' - y_1}{y_1} \\ &\cong \frac{\left[y_2 - \left(\partial y_2 / \partial k\right)\Delta k\right] - y_1}{y_1} = \frac{\left[y_2 - r\Delta k\right] - y_1}{y_1} \\ &= \frac{\Delta y}{y_1} - \frac{rk_1}{y_1}\frac{\Delta k}{k_1} = \frac{\Delta y}{y_1} - s_K \frac{\Delta k}{k_1}, \end{aligned} \tag{6}$$

que representa a contrapartida da equação (5) para o tempo discreto. Dessa forma, pode-se estimar, de maneira aproximada, o progresso técnico entre os dois instantes, observando apenas o produto, os fatores de produção empregados e a fração de cada um destes na renda, em dois instantes no tempo.

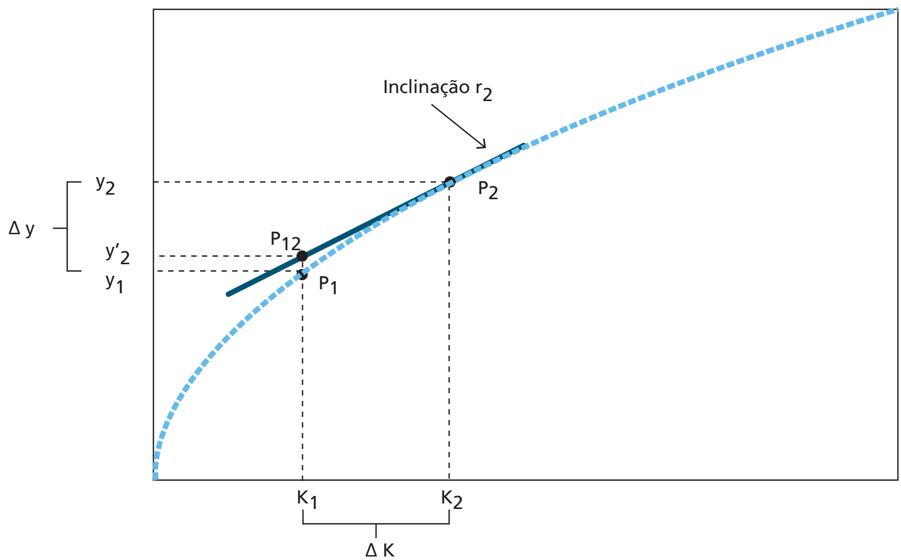
Porém, a derivação acima traz consigo alguns problemas. O mais óbvio deles diz respeito ao fato de que a estimação em (6) é uma aproximação do verdadeiro progresso técnico. Pela figura 1 percebe-se claramente que o erro resultante dessa aproximação será tão menor quanto menor for a variação dos insumos empregados – ou, no caso da situação ilustrada, em que há retornos constantes de escala, quanto menor for a variação do capital por trabalhador. De fato, na situação extrema em que os insumos empregados se mantêm constantes, a estimação será precisa.

De forma análoga, é natural imaginar que, quanto menor for o tempo transcorrido entre os dois instantes, menor tenderá a ser a variação dos insumos empregados. Portanto, outra interpretação da questão levantada acima é a de que quanto menor for o período de cálculo do crescimento da produtividade, menor tenderá a ser o erro incorrido.

Um problema adicional do método apresentado diz respeito ao ponto levantado por Stigler (1961), de que a variação nos preços dos insumos pode fazer com que o crescimento da produtividade calculado seja significativamente diferente daquele real. Para ilustrar esta ideia, as figuras 2 e 3 mostram uma situação em que não há qualquer progresso técnico entre os instantes analisados. Na situação ilustrada, a única diferença entre os dois instantes é que há uma queda, entre eles, no preço relativo do capital, levando à utilização de uma maior razão capital--trabalho na atividade produtiva.

FIGURA 2

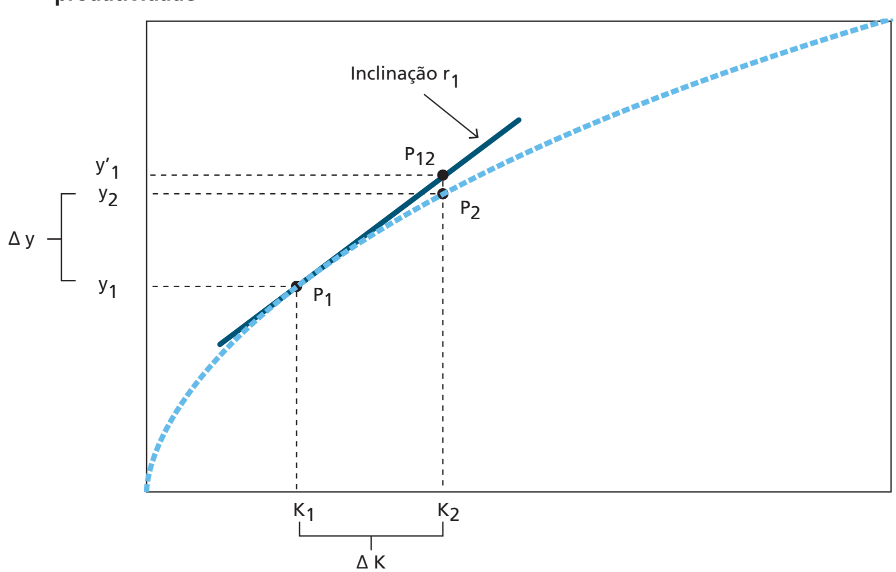
A função de produção em dois instantes no tempo, sem progresso técnico entre eles, utilizando-se o segundo instante como base para o cálculo do crescimento da produtividade



Elaboração do autor.

FIGURA 3

A função de produção em dois instantes no tempo, sem progresso técnico entre eles, utilizando-se o primeiro instante como base para o cálculo do crescimento da produtividade



Elaboração do autor.

Porém, conforme se pode perceber, dependendo de que período se utilize como base para o cálculo do crescimento da produtividade, as conclusões obtidas são distintas – e ambas erradas. Conforme se percebe pela figura 2, caso se utilize os preços observados no segundo instante, o resultado é um crescimento da produtividade equivalente a $\left(y_2' - y_1\right) / y_1 > 0$. Por outro lado, como se nota pela figura 3, caso sejam utilizados os preços referentes ao primeiro instante, tem-se uma queda da produtividade dada por $\left(y_2 - y_1'\right) / y_1 < 0$.

Para compreender a intuição desse resultado, admita que, a cada instante, as firmas optem pela combinação de insumos mais apropriada para os preços observados neste mesmo instante. Então, a utilização, sob tais preços, de uma combinação de insumos mais apropriada para outro conjunto de preços é percebida como uma fonte de ineficiência. Dessa forma, no exemplo ilustrado pelas figuras 2 e 3, ao se utilizar os preços do instante final como base, a combinação de insumos utilizada no instante inicial é vista como ineficiente, levando à percepção de ganhos de eficiência entre um instante e outro. Por outro lado, quando se utiliza os preços do primeiro instante como base, a combinação de insumos empregada no segundo instante é que é percebida como ineficiente, levando à percepção de uma queda de eficiência.

Apesar do exemplo acima ser bastante estilizado, ele levanta outro ponto relevante. De fato, enquanto a derivação que levou à equação (4) é realizada em tempo contínuo, os dados, na realidade, são gerados em tempo discreto. Porém, apenas por uma coincidência os preços dos insumos em dois instantes distintos serão iguais. Então, há a necessidade de se aproximar o modelo desenvolvido em tempo contínuo por meio de dados disponíveis em tempo discreto, fazendo com que uma literatura de números-índices crescesse em torno deste problema.[2] De qualquer forma, o ponto relevante é que, com base nos mesmos dados, dependendo de qual método de aproximação se utilize, pode-se chegar a diferentes resultados quanto ao crescimento da PTF.

Finalmente, há os problemas referentes ao método em si que, conforme exposto anteriormente, faz uso de duas suposições: que a mudança técnica é neutra, e que os fatores de produção são remunerados de acordo com suas respectivas produtividades marginais. Naturalmente, vários fatores podem fazer com que esta segunda suposição não seja satisfeita, tais como as estruturas de mercado do produto e dos fatores de produção, além da eventual existência de custos de ajuste.

Além disso, a suposição de que o progresso técnico influencia proporcionalmente a produtividade marginal de ambos os fatores é bastante restritiva. Pode-se, alternativamente, partir de uma função de produção mais geral, do tipo

2. Vide, por exemplo, Diewert (1976 e 1980).

$Y_t = f\left(a_t K_t, b_t L_t\right)$, em que a_t e b_t são parâmetros tecnológicos. Realizando os mesmos passos que levaram à equação (4), tem-se

$$s_K \overline{a} + s_L \overline{b} = \overline{Y} - s_K \overline{K} - s_L \overline{L}, \tag{7}$$

em que o lado esquerdo da equação representa a expressão para o crescimento da produtividade. Conforme se percebe ao se comparar os lados direitos das equações (4) e (7), ambas as formulações resultam no mesmo crescimento da PTF. Porém, utilizando a equação (7), caso se parta de mais suposições e se aprofunde o modelo apresentado, pode-se decompor o crescimento da PTF em uma soma do crescimento de dois parâmetros tecnológicos referentes às produtividades marginais do trabalho e do capital, ponderada de acordo com as frações da renda destinadas a eles. Dessa forma, tal decomposição do crescimento da PTF pode ser útil para estudar o viés da mudança técnica em relação aos fatores de produção, entre outros possíveis interesses.

2.1 Método Econométrico

Uma alternativa ao procedimento descrito na subseção anterior envolve a utilização de métodos econométricos para o devido cálculo da PTF. A partir de dados referentes ao produto e aos fatores de produção, pode-se assumir uma especificação para a função de produção f e estimar seus parâmetros, de tal forma que

$$Y_t = f\left(t, K_t, L_t\right) + \varepsilon_t, \tag{8}$$

em que ε_t representa um termo de erro aleatório. A partir da estimação da equação acima, pode-se definir o crescimento do progresso técnico como $\partial ln\ f\left(t, K_t, L_t\right) / \partial t$. Dessa forma, tem-se o cálculo da PTF, por um lado, sem que se necessite partir do pressuposto de que os fatores de produção sejam remunerados de acordo com suas respectivas produtividades marginais; por outro, o método econométrico possibilita a incorporação em f de vários complicadores, tais como a possibilidade da existência de retornos de escala ou de custos de ajuste, de forma a procurar explicar a PTF.

Porém, uma limitação óbvia a tal procedimento se refere à disponibilidade de dados. De fato, enquanto a subseção anterior abordou um método que faz um uso bastante eficiente da escassez de dados, procedimentos econométricos costumam ser bastante intensivos em dados.

Ainda, ao assumir uma função de produção específica, torna-se útil adotar as chamadas formas funcionais flexíveis, que fornecem uma aproximação de segunda ordem a funções arbitrárias. A especificação *translog*, desenvolvida por Christensen, Jorgenson e Lau (1973), trata-se de um exemplo bastante utilizado de forma flexível. Porém, tais formas costumam necessitar de técnicas não-lineares de estimação, fazendo com que o problema se transfira para a validade das suposições necessárias para tais técnicas.

Finalmente, a estimação em questão envolve uma série de problemas de especificação. De fato, na equação (8) há a possibilidade de diversas fontes possíveis de endogeneidade, tais como a existência de variáveis omitidas, de erros de medida e de simultaneidade. Nesse sentido, Griliches e Mairesse (1995) são uma importante referência a respeito dos problemas envolvidos em tal estimação.

3 PRODUTIVIDADE DO TRABALHO E SUA RELAÇÃO COM A PTF

A produtividade do trabalho constitui-se simplesmente no quociente entre o produto e alguma medida do trabalho, podendo ser expressa, por meio da mesma notação utilizada na subseção anterior, como Y / L. Admitindo, no momento, retornos constantes de escala – possibilitando a suposição de que, em (4), $s_L = 1 - s_K$ –, tem-se

$$\overline{Y} - \overline{L} = \overline{A} + s_K \left(\overline{K} - \overline{L} \right). \tag{9}$$

O termo do lado esquerdo da equação acima, $\overline{Y} - \overline{L}$, representa o crescimento da produtividade do trabalho. O lado direito, por sua vez, decompõe esse crescimento em duas partes: uma, referente ao progresso técnico, $\overline{A}$; outra, a partir do aumento do capital por trabalhador, $s_K \left(\overline{K} - \overline{L} \right)$.

A partir dessa decomposição, pode-se notar que, além do progresso técnico, o crescimento da produtividade reflete também o crescimento da relação capital por trabalhador. Dessa forma, a produtividade do trabalho reflete não apenas o progresso técnico – como ao menos pretende a PTF –, mas também o aprofundamento do capital.

A partir da equação (9), pode-se também estabelecer uma relação entre as variações da produtividade do trabalho e da PTF. De fato, lembrando que esta corresponde ao termo $\overline{A}$, a diferença entre elas é dada pelo termo $s_K \left(\overline{K} - \overline{L} \right)$. Portanto, nada garante que as duas medidas de produtividade apresentem comportamentos semelhantes. De fato, a depender da magnitude tanto da variação na relação capital por trabalhador, quanto do progresso técnico, tais medidas podem até mesmo apresentar sinais opostos.

Dessa forma, a produtividade do trabalho será uma medida tão próxima à PTF quanto mais proporcional forem os aumentos dos fatores capital e trabalho (ou seja, quanto mais próximo de zero for o termo $\left(\overline{K} - \overline{L} \right)$), ou quanto menor for a elasticidade do produto em relação ao capital – que leva ao termo s_K.

Com relação ao primeiro ponto, Stigler (1961) reporta uma série de coeficientes de correlação entre crescimentos do capital e do trabalho para a indústria de transformação norte-americana, de acordo com diferentes períodos. Em um extremo, utilizando dados referentes a vinte setores industriais, o autor declara uma correlação de 0,257 para um intervalo de um ano (entre 1952 e 1953). Em outro extremo, a partir de dados compreendendo dez setores, o autor reporta um coeficiente de 0,984 para um intervalo de 84 anos (entre 1869 e 1953).

Dessa forma, pode-se argumentar que, caso a análise em questão compreenda um período relativamente longo, os fatores capital e trabalho tendem a apresentar variações percentuais bastante próximas. Com isso, quanto maior for o período analisado, menor tende a ser o termo $\left(\overline{K}-\overline{L}\right)$ e, consequentemente, mais próximas tendem a ser as medidas de crescimento da produtividade do trabalho e da PTF. Porém, considerando períodos mais curtos, as variações naqueles fatores tenderiam a ser mais díspares, podendo tornar as medidas de crescimento da produtividade divergentes entre si.

4 EXTENSÕES AO CÁLCULO DA PTF

A teoria desenvolvida na segunda seção tem o mérito de levar a importantes resultados a partir de dados limitados. Porém, como consequência do caráter meramente residual da medida de produtividade em questão, as conclusões que se podem estabelecer a partir daqueles resultados são restritas. Com isso, outro ponto relevante em decorrência das questões levantadas por Solow (1957) foi provocar o surgimento de uma extensa literatura que procura explicar o resíduo. Dentre os caminhos seguidos pela literatura, dois deles serão abordados nas subseções a seguir.

4.1 Qualidade do Capital

Em primeiro lugar, é importante introduzir a distinção, que remete a Solow (1960), entre progresso técnico incorporado e desincorporado. O primeiro se refere a inovações tecnológicas que são introduzidas no processo produtivo de forma incorporada nas novas gerações de máquinas e equipamentos. Por outro lado, o progresso técnico desincorporado é todo aquele que não depende da introdução de novos bens de capital e afeta igualmente as máquinas velhas e novas.

Neste ponto, torna-se conveniente adotar, para a função f, uma especificação Cobb-Douglas com retornos constantes de escala, de tal forma que

$$Y_t = A_t K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha}. \tag{10}$$

A partir da especificação acima, a equação (4) pode ser reescrita como

$$\overline{A} = \overline{Y} - \alpha\overline{K} - \left(1-\alpha\right)\overline{L}. \tag{11}$$

Com relação ao fator de produção K em (10), é necessário realizar algumas observações. Cada tipo de ativo prevê um fluxo de serviços produtivos a partir do estoque acumulado de investimentos passados. Este fluxo de serviços produtivos constitui, de fato, a medida adequada para o insumo capital com vistas à análise de produtividade.

Dado que os fluxos de serviços de capital não são diretamente observáveis, eles precisam ser estimados de alguma forma. Um modo possível de se proceder é supor que tais fluxos sejam proporcionais ao estoque de ativos, após a devida ponderação pela eficiência de cada tipo de ativo. Assim, a importância das medidas de estoque de capital na análise da produtividade deriva apenas do fato de elas oferecerem um instrumento para a devida estimação dos fluxos de serviços de capital. De fato, caso estes fossem observáveis, não haveria qualquer necessidade de mensuração do estoque de capital.

Por tais motivos, admita diretamente que, na equação (10), o termo K representa o número de máquinas. Neste caso, o resíduo em (11) estaria capturando ambos os tipos de progresso técnico, incorporado e desincorporado. Formulando o estoque de capital da economia de forma ajustada a sua qualidade, pode-se distinguir entre tais formas, de modo a procurar entender mais apropriadamente o resíduo em (11).

Com tal intuito, seguindo Nelson (1964), admita que, a cada ano, há o desenvolvimento de novas máquinas dotadas de uma qualidade superior àquelas do ano anterior, e faça λ a taxa percentual de progresso anual da qualidade dessas máquinas. Então, o estoque de capital ajustado, em determinado ano t, pode ser expresso como[3]

$$J_t = \sum_{v=0}^{t} K_{vt} \left(1+\lambda\right)^{v}, \tag{12}$$

em que K_{vt} representa o capital construído no ano v que ainda esteja em uso em t. Após algumas manipulações algébricas, obtém-se

$$\frac{\Delta J}{J} = \frac{\Delta K}{K} + \lambda - \lambda \Delta a, \tag{13}$$

3. Daqui em diante, o modelo será desenvolvido em tempo discreto.

em que Δa denota a variação da idade média do capital. Considerando o estoque de capital ajustado J, admita uma função de produção tal que

$$Y_t = A_t^{'} J_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha}, \tag{14}$$

em que $A_t^{'}$ representa o parâmetro tecnológico sob esta nova especificação (em contraste a A_t em (10)). Fazendo as devidas manipulações algébricas, tem-se

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta A'}{A'} + \alpha \frac{\Delta J}{J} + \left(1-\alpha\right) \frac{\Delta L}{L}. \tag{15}$$

Inserindo (13) em (15), conclui-se que o crescimento da PTF na presente formulação é dado por

$$\frac{\Delta A'}{A'} = \frac{\Delta Y}{Y} - \alpha\lambda + \alpha\lambda\Delta a - \alpha \frac{\Delta K}{K} - \left(1-\alpha\right) \frac{\Delta L}{L}. \tag{16}$$

Em primeiro lugar, é importante diferenciar as medidas em (11) e (16). Supondo que o cálculo envolvendo o crescimento da PTF seja bem-sucedido em mensurar o progresso técnico, a equação em (11) fornece tanto aquele incorporado, quanto o desincorporado. Em contraste, a expressão em (16) fornece apenas o resultado do progresso técnico desincorporado. Dessa forma, inserindo (11) em (16),

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta A'}{A'} + \alpha\lambda - \alpha\lambda\Delta a. \tag{17}$$

A equação acima decompõe o crescimento da PTF segundo o progresso técnico desincorporado, $\Delta A' / A'$, e aquele incorporado, $\alpha\lambda - \alpha\lambda\Delta a$. Além disso, percebe-se que este depende de dois termos. O primeiro deles, $\alpha\lambda$, representa o aumento da produtividade das máquinas. Já o segundo, $\left(-\alpha\lambda\Delta a\right)$, expressa a distância que a atividade da economia se encontra das melhores práticas. Dessa forma, a partir do progresso técnico incorporado, percebem-se dois caminhos para o crescimento da PTF: por meio de uma maior qualidade das máquinas novas, ou pela diminuição da distância entre as melhores práticas e aquelas efetivamente praticadas pelas empresas na economia em questão.

4.2 Qualidade do Trabalho

A contribuição do trabalhador para a produção não se dá meramente por meio de sua presença física, mas, de fato, por meio de suas habilidades e conhecimentos no processo produtivo. Portanto, a devida mensuração do insumo trabalho – ou dos serviços providos pelo trabalhador junto ao processo produtivo – deve levar em conta justamente o estoque dessas habilidades e conhecimentos dos trabalhadores, ou, em outras palavras, do estoque de capital humano.

Dessa forma, admita que, na equação (14), L represente o número de trabalhadores. Neste caso, o resíduo em (16) estaria capturando, além do progresso técnico desincorporado, a melhora na qualidade desses trabalhadores. Formulando a mensuração do insumo trabalho em termos de capital humano, pode-se distinguir entre esses dois efeitos, contribuindo ainda mais para a compreensão do crescimento da produtividade residual.

Para tal, de forma análoga ao modelo de progresso técnico incorporado apresentado na subseção anterior, admita que a qualidade dos trabalhadores dependa do ano de seus respectivos nascimentos, de tal forma que, denotando H_t o estoque de capital humano da economia em questão no ano t, tem-se

$$H_t = \sum_{s=0}^{t} q_s L_{st}, \tag{18}$$

em que q_s representa a qualidade dos trabalhadores nascidos no ano s, e L_{st}, a quantidade de trabalhadores nascidos em s que estejam em atividade produtiva em t. Multiplicando e dividindo o lado direito da equação acima por L_t,

$$H_t = \left(\sum_{s=0}^{t} q_s l_{st} \right) L_t = Q_t L_t, \tag{19}$$

em que $l_{st} = L_{st} / L_t$ representa a fração dos trabalhadores nascidos em s e em atividade em t, no total da força de trabalho L_t; e Q_t, a qualidade média dos trabalhadores em atividade em t.

Após as devidas manipulações algébricas, obtém-se

$$\frac{\Delta H}{H} = \frac{\Delta L}{L} + \sum_{s=0}^{t} \frac{q_s}{Q} \frac{\Delta l_{st}}{l_s}. \tag{20}$$

Considerando o estoque de capital humano H, reescreva (14) de tal forma que

$$Y_t = A_t'' J_t^{\alpha} H_t^{1-\alpha}, \tag{21}$$

em que $A_t^{''}$ representa o parâmetro tecnológico sob esta nova especificação (em contraste a A_t em (10) e a $A_t^{'}$ em (14)). A partir da função de produção acima, tem-se

$$\frac{\Delta Y}{Y}=\frac{\Delta A''}{A''}+\alpha\frac{\Delta J}{J}+\left(1-\alpha\right)\frac{\Delta H}{H}. \tag{22}$$

Inserindo (15) e (20) em (22), obtém-se

$$\frac{\Delta A'}{A'}=\frac{\Delta A''}{A''}+\sum_{s=0}^{t}\frac{q_s}{Q}\frac{\Delta l_{st}}{l_s}. \tag{23}$$

Finalmente, substituindo (23) em (17), conclui-se que

$$\frac{\Delta A}{A}=\frac{\Delta A''}{A''}+\left(\alpha\lambda-\alpha\lambda\Delta a\right)+\sum_{s=0}^{t}\frac{q_s}{Q}\frac{\Delta l_{st}}{l_s}. \tag{24}$$

A equação acima decompõe o crescimento da PTF de acordo com o progresso técnico incorporado (termo entre parênteses), o crescimento do capital humano (termo envolvendo a somatória), e o progresso técnico desincorporado líquido dos efeitos do capital humano ($\Delta A''/A''$).

O problema que ainda não foi abordado é justamente aquele de determinar o termo q_s, isto é, a qualidade do trabalhador nascido no ano s. Para tal, pode-se seguir o modelo desenvolvido por Bils e Klenow (2001) e fazer

$$q_s=q_{s-25}^{\phi}\,exp\left\{\frac{\theta c^{1-\psi}}{1-\psi}+\gamma_1\left[t-s-c-6\right]+\gamma_2\left[t-s-c-6\right]^2\right\}, \tag{25}$$

em que c representa o número de anos de estudo, ϕ, θ, Ψ, γ_1 e γ_2 são parâmetros não-negativos, e admite-se uma diferença de 25 anos entre a idade do alunos e de seus professores. Dessa forma, pela equação acima, a qualidade q_s dos trabalhadores nascidos em s depende: da qualidade de seus professores, q_{s-25}; de seus anos de estudo, c; e de sua experiência na atividade produtiva, $(t-s-c)$. Nota-se que, na formulação acima, a qualidade dos trabalhadores de cada geração depende diretamente da qualidade daqueles das gerações anteriores (caso se tenha $\phi\neq 0$). Com isso, a trajetória do capital humano na economia dependeria de seus valores passados, impossibilitando grandes variações em curtos espaços de tempo.

5 ESTIMAÇÃO DA PTF NO NÍVEL DA FIRMA

Admita uma função de produção Cobb-Douglas, tal que, para uma determinada firma $i \in \mathbb{N}$,

$$Y_{it} = A_{it} K_{it}^{\beta_k} L_{it}^{\beta_l}. \tag{26}$$

Extraindo o logaritmo na equação acima:

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_k k_{it} + \beta_l l_{it} + \varepsilon_{it}, \tag{27}$$

em que as variáveis em minúsculo representam o logaritmo natural das respectivas variáveis, e $ln\ A_{it} = \beta_0 + \varepsilon_{it}$. Neste caso, β_0 denota a produtividade média das firmas ao longo do tempo, e ε_{it} o desvio da média por parte da firma i, no período t. Tais desvios podem então ser estimados da seguinte forma:

$$\hat{\varepsilon}_{it} = y_{it} - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_k k_{it} - \hat{\beta}_l l_{it}, \tag{28}$$

dadas as estimativas $\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_k$ e $\hat{\beta}_l$. De imediato, os parâmetros em questão podem ser estimados por Mínimos Quadrados Ordinários (doravante, OLS na sigla em inglês). Porém, um problema de simultaneidade pode ocorrer caso haja correlação entre a variável omitida ε_{it} e qualquer uma das variáveis dependentes, o que violaria certos pressupostos do modelo OLS e levaria a estimadores viesados. De fato, conforme feito em Levinsohn e Petrin (2003), pode-se mostrar que os estimadores OLS serão dados por

$$\hat{\beta}_k = \beta_k + \frac{\hat{\sigma}_{l,l}\hat{\sigma}_{k,\varepsilon} - \hat{\sigma}_{k,l}\hat{\sigma}_{l,\varepsilon}}{\hat{\sigma}_{l,l}\hat{\sigma}_{k,k} - \hat{\sigma}_{k,l}^2},$$

$$\hat{\beta}_l = \beta_l + \frac{\hat{\sigma}_{k,k}\hat{\sigma}_{l,\varepsilon} - \hat{\sigma}_{k,l}\hat{\sigma}_{k,\varepsilon}}{\hat{\sigma}_{l,l}\hat{\sigma}_{k,k} - \hat{\sigma}_{k,l}^2},$$

em que $\hat{\sigma}_{a,b}$ representa a covariância amostral entre as variáveis a e b. Dessa forma, percebe-se que, caso $\sigma_{k,\varepsilon}, \sigma_{l,\varepsilon} \neq 0$, os estimadores OLS serão viesados.

Para ilustrar a possibilidade de os fatores de produção empregados serem correlacionados com a produtividade da firma, admita que esta atue em um mercado competitivo e seja maximizadora de lucro. Além disso, suponha que o estoque de capital seja um insumo fixo predeterminado, fazendo com que a firma resolva em t o seguinte problema de maximização:

$$\max_{L_i} \left\{ p_{yt} Y_{it} - p_{kt} K_{it} - p_{lt} L_{it} \right\},$$

sujeita a (26), em que p_{xt} representa o preço da variável x no período t. Resolvendo o problema acima, obtém-se, após fazer $A_{it} = e^{\beta_0 + \varepsilon_{it}}$,

$$L_{it} = \left[\frac{p_{yt}}{p_{lt}} \beta_l e^{\beta_0 + \varepsilon_{it}} K_{it}^{\beta_k} \right]^{\frac{1}{1-\beta_l}}.$$

Percebe-se, neste caso, que a determinação do insumo trabalho por parte da firma depende da realização de ε_{it}, fazendo com que $E\left[L_{it}\varepsilon_{it} \right] \neq 0$. Intuitivamente, quanto maior for a produtividade realizada da firma, maior será o produto marginal do trabalho (para um nível dado de capital). Consequentemente, maior será o nível do insumo trabalho que fará com que este produto marginal se iguale à remuneração do trabalhador, levando a uma correlação positiva entre níveis de produtividade e do insumo trabalho.

Para contornar esse problema, a literatura propôs três alternativas: o modelo de efeitos fixos, a utilização de variáveis instrumentais, e o método da função de controle. Cada um deles serão brevemente abordados nas subseções a seguir.

Salienta-se, ainda, que a estimação da PTF no nível da firma incorre em outros problemas de estimação, tais como vieses de seleção ou de variáveis omitidas (no caso, outros fatores de produção não inclusos na especificação). O presente trabalho se concentrará apenas no problema de simultaneidade, dada a relevância deste para os resultados da estimação e o desenvolvimento da literatura acerca do assunto. De qualquer forma, para uma abordagem daqueles, vide Van Beveren (2012).

5.1 Efeitos fixos

O método de efeitos fixos, introduzido por Munlak (1961) e Hoch (1962), parte da suposição de que (27) pode ser reescrita como

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_k k_{it} + \beta_l l_{it} + w_i + \eta_{it}, \tag{29}$$

em que η_{it} são choques aleatórios i.i.d., e $w_i \in \mathbb{R}$ é uma constante representando a produtividade da firma ao longo do tempo. A equação acima pode ser estimada, por exemplo, pelo método de *least squares dummy variable*, em que a PTF da firma assume o valor do parâmetro referente à respectiva variável *dummy*.

Tal método, naturalmente, é sujeito à crítica imediata de que, quanto maior for o período analisado, mais frágil é a suposição de produtividade constante das firmas ao longo deste período. De fato, os resultados obtidos por este método normalmente incorrem em uma extremamente baixa estimativa para β_k e consequentes retornos de escala inverossímeis. Neste sentido, para uma detalhada exposição crítica acerca do método de efeitos fixos para o presente problema, vide Griliches e Mairesse (1995).

5.2 Variáveis instrumentais

A solução imediata para o problema de endogeneidade costuma ser a utilização de variáveis instrumentais. Porém, no presente caso, tal procedimento esbarra na dificuldade de se encontrar instrumentos para as variáveis em questão.

Um candidato imediato para tal é o preço do respectivo insumo. A utilização dessa variável como instrumento requer, por definição, que tal preço não seja correlacionado com a variável omitida produtividade, o que esbarra em determinados problemas. Em primeiro lugar, para não existir essa correlação, faz-se necessário que as firmas estejam inseridas em mercados competitivos. Caso contrário, aqueles preços dependerão do nível de produção da firma, que, por sua vez, dependerá de sua produtividade. Com isso, passa a haver uma relação entre a produtividade da firma e os preços de seus insumos, o que inviabilizaria a utilização destes preços como instrumentos.

Em segundo lugar, a utilização deste instrumento requer que o econometrista observe tais preços no nível da firma. Porém, o que costuma ser observado é o custo total em relação a tais insumos. No caso do insumo trabalho, a partir dessa observação pode-se calcular o salário médio e assim obter uma medida desse preço. Contudo, o salário médio da firma deve depender da qualidade do trabalhador empregado por ela. Essa dependência também se aplica a sua produtividade. Com isso, passa-se a ter uma correlação entre os preços do insumo trabalho e a produtividade das firmas, inviabilizando a utilização daqueles como instrumentos.

Os fatores acima inviabilizam a solução do problema de endogeneidade simplesmente pelo uso de variáveis instrumentais. Dessa forma, para estimar (27) de forma consistente, necessita-se adicionar mais estrutura ao modelo de produção da firma.

5.2.1 GMM de Primeira-Diferença

Em primeiro lugar, note que outro candidato natural a instrumento das variáveis de insumos é a defasagem das próprias variáveis. Caso a produtividade da firma, a cada ano, fosse independente daquela dos anos anteriores, esse procedimento seria válido. Porém, essa seria uma hipótese muito pouco realista, e, de fato, uma vez que a produtividade da firma guarda relação com as produtividades defasadas, ela deverá ser correlacionada com as defasagens dos insumos.

Com isso, torna-se útil adicionar estrutura ao modelo de produção da firma. Suponha, por exemplo, que sua PTF siga a dinâmica a seguir:

$$w_{it} = w_i + \xi_{it}, \tag{30}$$

em que w_i é uma constante (podendo ser diferente para cada firma i) e ξ_{it} é um choque aleatório i.i.d.. Em outras palavras, a produtividade da firma estaria sujeita a choques aleatórios em torno de uma média w_i.

Inserindo (30) em (27) e fazendo a primeira diferença, obtém-se

$$\Delta y_{it} = \beta_k \Delta k_{it} + \beta_l \Delta l_{it} + \Delta\varepsilon_{it}, \tag{31}$$

em que, para uma variável x qualquer, $\Delta x_{it} = x_{it} - x_{it-1}$. Note então que, dada a suposição da dinâmica em (30), os insumos defasados em dois períodos, l_{it-2}, são independentes do termo de erro $\Delta\varepsilon_{it}$ em (31). Com isso, obtêm-se as condições de momento $E\left[x_{it-s}\Delta\varepsilon_{it}\right] = 0$, $x = \left(y, k, l\right)$, para $s \geq 2$.

5.2.2 Sistema GMM

Conforme mostrado em Blundell e Bond (2000), em situações em que os fatores de produção seguem um processo altamente persistente, ou em que as variações entre-firmas são demasiadamente mais importantes que as intrafirmas, o procedimento da subseção anterior pode resultar em um problema de instrumentos fracos. Neste caso, as variáveis em nível defasadas seriam apenas fracamente correlacionadas com as primeiras diferenças seguintes, o que resultaria em um viés significativo.

Os autores sugerem então que, se a condição de momento adicional $E\left[\Delta x_{it-s}\left(w_i + \varepsilon_{it}\right)\right] = 0$, $x = \left(y, k, l\right)$, for satisfeita,[4] então é possível utilizar as primeiras diferenças defasadas das variáveis como instrumentos para as equações em nível. Associando tal condição à anteriormente citada $E\left[x_{it-s}\Delta\varepsilon_{it}\right] = 0$, obtém-se um sistema cujo intuito é o de reduzir o viés associado ao GMM de Primeira-Diferença.

5.3 Método de função de controle

Para contornar o problema de endogeneidade, Olley e Pakes (1996) propuseram um método cuja lógica é exatamente a inversa da envolvida na utilização de variáveis instrumentais. Enquanto nesta faz-se necessária uma variável que não seja correlacionada com a produtividade da firma (a variável, no presente caso, omitida), aquele método requer um indicador que seja o mais correlacionado possível com a produtividade. Como tal indicador, Olley e Pakes (1996) apontam os fluxos de investimentos da firma. Alternativamente, Levinsohn e Petrin (2003) sugerem os

4. Vide Blundell e Bond (2000) para as condições iniciais que deverão ser satisfeitas para que esta condição de momento também o seja.

gastos com insumos intermediários. Tais métodos, assim como o aprimoramento sugerido por Wooldridge (2009), serão brevemente abordados a seguir.

Antes, porém, reescreva (27) de tal forma que

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_k k_{it} + \beta_l l_{it} + w_{it} + \eta_{it}, \tag{32}$$

ou seja, em que admite-se $\varepsilon_{it} = w_{it} + \eta_{it}$. Por esta especificação, o resíduo é a soma de uma variável de estado, w_{it} , que influencia as decisões da firma, e de choques aleatórios i.i.d., η_{it} , a cada período. A partir desta formulação, faz-se a seguinte suposição:

Suposição 1: *(a)* $K_{it} = (1-\delta) K_{it-1} + I_{it-1}$, *em que* δ *é a taxa de depreciação do capital, e* I_{it} *é o fluxo de investimento realizado pela firma* i, *no período* t;

(b) existe uma variável φ *tal que* $\varphi_{it} = f(w_{it}, k_{it})$, *em que* f *é uma função monotônica em relação a* w;

(c) $E\left[w_{it} \middle| w_{it-1}, \ldots, w_{i1} \right] = E\left[w_{it} \middle| w_{it-1} \right]$.

5.3.1 Olley e Pakes (1996)

Partindo de um modelo estrutural, os autores assumem que a sequência $\{w_t\}_{t\geq 0}$ seja estocasticamente crescente. Neste caso, Pakes (1996) mostra que, para uma firma maximizadora de lucros, caso ela opte por realizar um investimento em determinado período, este deverá ser uma função estritamente crescente da produtividade realizada da firma neste mesmo período. A partir deste resultado, os autores assumem os fluxos de investimentos como a variável φ da Suposição 1(b).

Dada então a monotonicidade de f, esta pode ser invertida, de tal forma que $w_{it} = g(i_{it}, k_{it})$, em que g representa a função inversa de f. Com isso, (32) pode ser reescrita como

$$y_{it} = \beta_l l_{it} + \phi(i_{it}, k_{it}) + \eta_{it}, \tag{33}$$

em que

$$\phi(i_{it}, k_{it}) = \beta_k k_{it} + g(i_{it}, k_{it}). \tag{34}$$

A função ϕ acima pode então ser aproximada por um polinômio de terceiro grau (em relação aos argumentos i e k), permitindo a estimação de (33) por OLS. A partir deste procedimento, obtém-se $\hat{\beta}_l$ de forma consistente.

Para obter uma estimativa de β_k, os autores recorrem então à Suposição 1(c). A partir desta, pode-se introduzir a inovação na produtividade sobre as expectativas com base no último período, ζ_{it}, de tal forma que $\zeta_{it} = w_{it} - E\left[w_{it} \middle| w_{it-1} \right]$. Com isso, (33) pode ser reescrita como

$$y_{it} - \hat{\beta}_l l_{it} = \beta_k k_{it} + h\left(\hat{\phi}_{it-1} - \beta_k k_{it}\right) + \zeta_{it} + \eta_{it}, \tag{35}$$

em que $h\left(w_{it-1}\right) = E\left[w_{it} \middle| w_{it-1} \right]$, e $\hat{\phi}$ representa a estimativa de ϕ obtida no primeiro estágio. A função h pode também ser aproximada por um polinômio do terceiro grau, e a equação (34) ser estimada por mínimos quadrados não-lineares. Com isso, obtém-se uma estimativa consistente de β_k.

5.3.2 Levinsohn e Petrin (2003)

A presença de custos de ajuste no estoque de capital da firma pode gerar uma dinâmica intermitente dos fluxos de investimentos – vide, por exemplo, Power (1998). Com isso, a resposta imediata desta variável com relação aos choques inesperados de produtividade pode deixar de ser monotônica, o que se reflete na grande presença de observações de investimento zero nas pesquisas setoriais.

Para contornar este problema, Levinsohn e Petrin (2003) propõem uma *proxy* alternativa para a produtividade, qual seja, os gastos com insumos intermediários. De fato, uma vantagem imediata na utilização dessa variável como *proxy*, em detrimento dos investimentos, é o pequeno número de observações com valor zero.

Dessa forma, a variável φ da Suposição 1(b) passa a ser dada pela variável referente a insumos intermediários, representada no presente trabalho por M. Com isso, o primeiro estágio do procedimento de Levinsohn e Petrin (2003) é análogo ao de Olley e Pakes (1996), apenas com a variável m substituindo i.

Para o segundo estágio, faz-se uma estimativa de w_{it} tal que

$$\hat{w}_{it} = y_{it} - \beta_k^* k_{it} - \hat{\beta}_l l_{it},$$

para um candidato β_k^* qualquer (como tal candidato, os autores sugerem o parâmetro estimado por meio de OLS). Em seguida, estima-se a regressão

$$\hat{w}_{it} = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{w}_{it-1} + \gamma_2 \hat{w}_{it-1}^2 + \gamma_3 \hat{w}_{it-1}^3 + \epsilon_{it},$$

obtendo-se uma aproximação $\widehat{E\left[w_{it} \middle| w_{it-1} \right]}$. Com isso, computam-se os resíduos

$$\widehat{\zeta_{it} + \eta_{it}} = y_{it} - \beta_k^* k_{it} - \hat{\beta}_l l_{it} - \widehat{E\left[w_{it} \middle| w_{it-1} \right]}.$$

A estimativa de $\hat{\beta}_k$ é dada então pela solução do problema

$$\min_{\beta_k^*} \sum_i \sum_t \left(y_{it} - \beta_k^* k_{it} - \hat{\beta}_l l_{it} - \widehat{E\left[w_{it} \middle| w_{it-1} \right]} \right)^2 .$$

5.3.3 Wooldridge (2009)

Apesar de que Wooldridge (2009) assume um contexto mais geral, o presente trabalho estenderá sua abordagem para o contexto descrito na subseção anterior, em que a variável φ da Suposição 1(b) é representada pelos gastos com insumos intermediários, m. O autor nota que, se $E\left[w_{it} \middle| w_{it-1} \right] = h\left(w_{it-1} \right)$ e $w_{it} = g\left(m_{it}, k_{it} \right)$, então se tem $E\left[w_{it} \middle| w_{it-1} \right] = h\left(g\left(m_{it-1}, k_{it-1} \right) \right)$ e, consequentemente, $w_{it} = h\left(g\left(m_{it-1}, k_{it-1} \right) \right) + \zeta_{it}$. Com isso, obtêm-se duas equações tais que:

$$\begin{aligned} y_{it} &= \beta_0 + \beta_k k_{it} + \beta_l l_{it} + g\left(m_{it}, k_{it} \right) + \eta_{it}, \\ y_{it} &= \beta_0 + \beta_k k_{it} + \beta_l l_{it} + h\left(g\left(m_{it-1}, k_{it-1} \right) \right) + u_{it}, \end{aligned} \tag{36}$$

em que $u_{it} = \zeta_{it} + \eta_{it}$. As condições de ortogonalidade das equações acima são, respectivamente:

$$\begin{aligned} &E\left[\eta_{it} \middle| l_{it}, k_{it}, m_{it}, l_{it-1}, k_{it-1}, m_{it-1}, \ldots, l_{i1}, k_{i1}, m_{i1} \right] = 0, \\ &E\left[u_{it} \middle| k_{it}, l_{it-1}, k_{it-1}, m_{it-1}, \ldots, l_{i1}, k_{i1}, m_{i1} \right] = 0. \end{aligned} \tag{37}$$

Com isso, pode-se aproximar a função $h\left(g\left(\bullet \right) \right)$ por meio, por exemplo, de um polinômio de dois graus em relação aos argumentos m e k. Dessa forma, pode-se estimar a equação (35) a partir da condição de momento em (36).

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo procurou discutir alguns dos diferentes métodos de cálculo da PTF e sua relação com a produtividade do trabalho. Com isso, a pretensão é de que este trabalho colabore com o debate referente à produtividade da economia brasileira no contexto de um esgotamento do modelo baseado na expansão do consumo concomitante a uma baixa poupança interna. Dessa forma, busca-se auxiliar na interpretação e conciliação dos diferentes resultados encontrados nesse debate.

Em relação aos métodos de estimação da PTF no nível da firma, deve-se salientar que esta é uma literatura ainda viva e em crescimento. Pode-se citar, por exemplo, como relevantes contribuições recentes, De Loecker (2012) e Doraszelski e Jaumendreu (2013). O primeiro investiga a estimação da função de produção controlando pelos preços não observados dos insumos; o segundo busca endogeneizar a PTF da firma, incorporando no modelo de produção os investimentos em pesquisa e desenvolvimento. Conforme então esta literatura evolui, novos caminhos podem ainda ser explorados.

REFERÊNCIAS

ABRAMOVITZ, M. Resource and output trends in the united states since 1870. **The American Economic Review**, v. 46, n. 2, p. 5-23, 1956.

BILS, M.; KLENOW, P. J. Does schooling cause growth? **The American Economic Review**, v. 90, n. 5, p. 1160-1183, 2000.

BLUNDELL, R.; BOND, S. GMM estimation with persistent panel data: an application to production function. **Econometric Reviews**, v. 19, n. 3, p. 321-340, 2000.

CHRISTENSEN, L. R.; JORGENSON, D. W.; LAU, L. J. Transcendental logarithmic production frontiers. **The Review of Economics and Statistics**, v. 75, n. 1, p. 28-45, 1973.

DE LOECKER, J. Product differentiation, multiproduct firms, and estimating the impact of trade liberalization on productivity. **Econometrica**, v. 79, n. 5, p. 1407-1451, 2011.

DIEWERT, W. E. Exact and superlative index numbers. **Journal of Econometrics**, v. 4, n. 2, p. 115-145, 1976.

DIEWERT, W. E. Aggregation problems in the measurement of capital. *In*: USHER, D. (Ed.) **The measurement of capital**, Chicago: University of Chicago Press, 1980.

DOMAR, E. D. On the Measurement of technological change. **The Economic Journal**, v. 71, n. 284, p. 709-729, 1961.

DORASZELSKI, U.; JAUMANDREU, J. R&D and productivity: estimating endogenous productivity. **Review of Economic Studies**, v. 80, n. 4, p. 1338-1383, 2013.

GRILICHES, Z.; MAIRESSE, J. Production functions: the search for identification. **NBER Working Paper**, n. 5067, 1995.

HOCH, I. Estimation of production function parameters combining time series and cross-section data, **Econometrica**, v. 30, n. 1, p. 34-53, 1962.

LEVINSOHN, J.; PETRIN, A. Estimating production functions using inputs to control for unobservables. **Review of Economic Studies**, v. 70, n. 2, p. 317-341, 2003.

MUNDLAK, Y. Empirical production function free of management bias. **Journal of Farm Economics**, v. 43, n. 1, p. 44-56, 1961.

NELSON, R. R. Aggregate production functions and medium-range growth projections. **The American Economic Review**, v. 54, n. 5, p. 575-606, 1964.

OLLEY, G. S.; PAKES, A. The dynamics of productivity in the telecommunications equipment industry. **Econometrica**, v. 64, n. 6, p. 1263-1297, 1996.

SOLOW, R. M. Technical change and the aggregate production function. **The Review of Economics and Statistics**, v. 39, n. 3, p. 312-320, 1957.

______. Investment and technical progress. *In*: ARROW, K.; KARLIN, S.; SUPPES, P. (Ed.). **Mathematical methods in the social sciences 1959**, Stanford: Stanford University Press, 1960.

STIGLER, G.J. Economic problems in measuring changes in productivity. *In:* **Output, Input and Productivity Measurement**, p. 47-63, Princeton University Press, 1961.

VAN BEVEREN, I. Total factor productivity estimation: a practical review. **Journal of Economic Surveys**, v. 26, n. 1, p. 98-128, 2012.

WOOLDRIDGE, J. M. On estimating firm-level production functions using proxy variables to control for unobservables. **Economic Letters**, v. 104, n. 3, p. 112-114, 2009.