

**Título do capítulo**

**CAPÍTULO 9**

MODELAGEM URBANA E REGIONAL COM AUTÔMATOS  
CELULARES E AGENTES: PANORAMA TEÓRICO,  
APLICAÇÕES E POLÍTICA PÚBLICA

**Autores(as)**

Bernardo Alves Furtado  
Hedwig van Delden

**DOI**

**Título do livro**

**ECONOMIA REGIONAL E URBANA: TEORIAS E MÉTODOS COM  
ÊNFASE NO BRASIL**

**Organizadores(as)**

Bruno de Oliveira Cruz  
Bernardo Alves Furtado  
Leonardo Monasterio  
Waldery Rodrigues Júnior

**Volume**

**Série**

**Cidade**

Brasília

**Editora**

Ipea

**Ano**

2011

**Edição**

**ISBN**

978-85-7811-110-6

**DOI**

© Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada – **ipea** 2011

As publicações do Ipea estão disponíveis para *download* gratuito nos formatos PDF (todas) e EPUB (livros e periódicos). Acesse: <http://www.ipea.gov.br/portal/publicacoes>

As opiniões emitidas nesta publicação são de exclusiva e inteira responsabilidade dos autores, não exprimindo, necessariamente, o ponto de vista do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada ou do Ministério do Planejamento, Desenvolvimento e Gestão.

É permitida a reprodução deste texto e dos dados nele contidos, desde que citada a fonte. Reproduções para fins comerciais são proibidas.

## MODELAGEM URBANA E REGIONAL COM AUTÔMATOS CELULARES E AGENTES: PANORAMA TEÓRICO, APLICAÇÕES E POLÍTICA PÚBLICA\*

Bernardo Alves Furtado\*\*

Hedwig van Delden\*\*\*

### 1 INTRODUÇÃO

Este capítulo reúne os conceitos e as aplicações principais da utilização de autômatos celulares (CA) e de modelos baseados em agentes no âmbito da problemática regional e urbana.<sup>1</sup> Ademais, apresenta aplicações empíricas, discute as possibilidades de utilização da metodologia para o caso brasileiro e os desenvolvimentos futuros.

Uma descrição inicial do tema é dada por Batty (2005a, p. 6):

*Cities in particular and urban development in general emerge from the bottom up and the spatial order that we see in patterns at more aggregate scales can be explained only in this way. The way we simulate such emergence is by representing the basic elements or atoms of the city in two distinct but related ways: through cells, which represent the physical and spatial structure of the city, and through agent, which represent the human and social units that make city work.*

Nesse sentido, os fenômenos urbanos e regionais são entendidos, neste capítulo, essencialmente, como questões multidimensionais, nas quais a simples decomposição estática de suas partes não permite uma compreensão do todo (BATTY, M., 2005a; MILLER; PAGE, 2007).

---

\* Os autores gostariam de agradecer os comentários dos colegas da DIRUR/IPEA por ocasião da apresentação inicial do texto e a leitura cuidadosa do técnico Rafael Pereira.

\*\* Técnico de Planejamento e Pesquisa da Diretoria de Estudos Regionais, Urbanos e Ambientais do IPEA.

\*\*\* Diretora Científica e Administrativa do *Research Institute for Knowledge Systems* (RIKS), Maastricht, Holanda.

1. Existe vasta literatura sobre a utilização de autômatos celulares nas áreas de computação e criptografia, matemática e finanças que não serão objeto deste texto. As referências introdutórias ao tema de autômatos celulares são de Batty (2005a) e de modelagem baseada em agentes são de Epstein e Axtell (1996).

A ideia central da utilização de modelagem<sup>3</sup> para análise de fenômenos urbanos e regionais é a possibilidade de entender as relações de sistemas complexos e, com isso, obter ferramenta para fazer inferências sobre as mudanças futuras (ALLEN, 1997; BATTY; TORRENS, 2005).<sup>4</sup> Nesse sentido, Allen (1997) considera um modelo adequado aquele capaz de reproduzir a trajetória, a evolução do sistema.

Os elementos que compõem a modelagem com autômatos celulares incluem o espaço (ou células fixas), agentes móveis sobre o espaço (no caso de modelagem com agentes ou ABM<sup>5</sup>) e regras. Com estes elementos simples, é possível gerar sistemas complexos aplicados (veja exemplos nas seções 5 e 6).

Entre os pontos positivos da utilização deste tipo de modelagem (veja ainda na seção 4) encontram-se a multiplicidade e heterogeneidade de agentes e espaços; a não linearidade; e a análise essencialmente dinâmica e espacial. Isso leva à construção de sistemas do tipo de baixo para cima, o dito *bottom-up approach*, segundo o qual o sistema é resultado de múltiplas ações autônomas.

A utilização dessas ferramentas de análise é útil para construção de políticas públicas (COUCLELIS, 2005; EPSTEIN; AXTELL, 1996). No caso brasileiro, a análise ganha relevância dada a extensão continental do país; sua diversidade territorial, socioeconômica e institucional; e a disponibilidade de dados e experiência na sua manipulação.<sup>6</sup>

Além desta introdução, este capítulo contém a discussão inicial dos conceitos de sistemas auto-organizáveis (seção 2), a conceituação das metodologias de aplicação de autômatos celulares e modelos baseados em agentes (seção 3) e discussão sobre vantagens e críticas de sua utilização (seção 4). As seções seguintes discutem algumas aplicações na economia (seção 5) e especificamente na análise urbana e regional (seção 6). A indicação de exemplos brasileiros, as possibilidades de aplicação em políticas públicas (seção 7) e algumas considerações finais (seção 8) fecham o capítulo.

## 2 SISTEMAS AUTO-ORGANIZÁVEIS: CONCEITOS GERAIS

Sistemas auto-organizáveis são, de acordo com Allen (1997):

*collective structures which emerge from the interplay between average behavior, and deviations around this which drive the system through successive instabilities (...)*

3. Neste texto, entende-se modelagem como representações de funcionamento de sistemas complexos. Simulação, por sua vez, é a execução, a operacionalização do sistema, com vistas a aperfeiçoá-lo e testá-lo.

4. "... idea of modeling, not in order to make firm predictions, but instead as a systematic **manner of learning about reality**, by at least developing a model that can generate for itself the trajectory of the system in the past" (ALLEN, 1997, p. 14).

5. *Agent-based modeling* (ABM) – na literatura internacional.

6. Veja, em especial, a produção do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE). Para um modelo de simulação utilizado com fins didáticos e de teste para administradores públicos, ver Semboloni *et al.* (2004)

*The system is therefore both the 'structure' that is observed at some aggregate level and the deviations around this which can change the structure observed (ALLEN, 1997, p. 18).*

Essa abordagem é a mesma observada por Miller e Page (2007) que desafiam a noção segundo a qual o entendimento apenas de partes componentes de um sistema, usualmente descritos pela mediana, levaria à compreensão do sistema como um todo.

A opção pela observância dos elementos constituintes e suas interações no intuito de entender o sistema como um todo possibilitou que Peter Allen, em *Cities and regions as self-organizing systems* (ALLEN, 1997), propusesse a transição da utilização de sistemas complexos da física e química para as ciências sociais e o estudo regional.

Allen sugere que a análise de estruturas emergentes é mais capaz de apreender o fenômeno na sua totalidade e que a descrição das partes – a tradicional visão de cima para baixo – não seria adequada para descrever mudanças, instabilidades e rupturas. É justamente com ênfase nas instabilidades que o sistema é descrito:

*The mechanism underlying self-organization is that of successive local instabilities, as fluctuations create new areas of growth and decline in the system, breaking symmetries, and creating structure and organization (...) self-organization is therefore about the creative interplay of both chance and necessity. The explanation of a situation at any particular time involves both the external conditions being applied to the system, and also the detailed events that have occurred within it – its history (ALLEN, 1997, pp. 16, grifo do autor).*

Nesta abordagem, dos sistemas auto-organizáveis, atores ou atributos de células espaciais interagem e sofrem interação localmente com preferências e restrições orçamentárias diferenciadas. Com isso o que se caracteriza como “propriedade emergente típica” se manifesta (BATTEN, 2001; MILLER; PAGE, 2007).

Ressalte-se ainda a importância do entendimento de processos evolutivos, da dinâmica das interações entre agentes e ambientes. O interesse é identificar como se modificam as estruturas resultantes das interações múltiplas entre cidadãos e instituições e seus territórios demarcados no espaço, de acordo com regras específicas e circunstanciais que, por sua vez, afetam regras e circunstâncias dos outros.<sup>7</sup>

A intenção de modelagem se baseia em *drivers* de mudança, ou seja, fatores que podem ser descritos teoricamente como agentes causadores de mudanças.

---

7. Nesse sentido, Couclelis (2005) observa sobre a complexidade do planejamento urbano: "it involves actions taken by some to affect the use of land controlled by others, following decisions taken by third parties based on values not shared by all concerned, regarding issues no one fully comprehends, in an attempt to guide events and processes that very likely will not unfold in the time, place, and manner anticipated".

Os processos de mudanças no uso do solo podem operar em diferentes escalas e ocorrer no formato de cima para baixo (imposições determinadas por agentes específicos para tal função, tais como determinações legislativas ou abertura de novas vias de tráfego) ou de baixo para cima, como somatório da ação autônoma de cada agente que individualmente compõe o sistema. Van Delden *et al.* (2009) classificam em três grupos as forças que impulsionam mudanças no uso do solo.

- 1) Fatores exógenos: forças fora do sistema ou região que não dependem de decisões tomadas pelos atores da região, tais como mudanças no clima ou desenvolvimento macroeconômico internacional.
- 2) Intervenções de políticas públicas: ações de política que podem estimular ou mitigar certos acontecimentos, tais como promoção de incentivos fiscais ou subsídios; demarcação de zoneamento e restrições a ocupação do solo; e construção de infraestruturas.
- 3) Desenvolvimentos autônomos: processos originários dentro do sistema ou da região que fortalecem a si mesmos, embora influenciados por intervenções de políticas públicas, tais como processos hidrológicos ou de erosão e decisões de investimento, de localização, e de residências e de firmas.

A modelagem destes *drivers* inclui ainda, de acordo com Batty (2005a), três outros fatores.

- 1) O efeito de retroalimentação positiva, que está relacionado ao potencial existente.<sup>8</sup>
- 2) O efeito da interação espacial com vizinhos próximos.
- 3) O efeito de inovação que é modelado como perturbação estocástica.

Além disso, a consideração de efeitos históricos está presente nos modelos que incorporam teoricamente a dependência da trajetória anterior (*path-dependence*). Segundo Arthur (1988), há dependência quando o processo histórico é importante na descrição do fenômeno e eventos recentes geram *feedbacks* positivos e negativos que, em conjunto, reforçam efeitos iniciais (positivos ou negativos). Este entendimento é de especial valor na análise urbana e regional (BROWN *et al.*, 2005). Batty qualifica *path-dependence* como “*qualitatively different trajectories that emerge from the application of particular initial conditions*” (BATTY, M., 2005a, p. 29).

8. Esse efeito está proposto em Arthur (1988) como *path-dependence* e é assim descrito por Batty (2005, pp. 38-39): “We first assume a random distribution of activities at the start of the growth process:  $P_i(0) = \varepsilon_i$ , where  $\varepsilon_i$  is the noise initiating growth that contains the “historical accident” that set the process in motion. We will now compute the change  $\Delta P_i(0)$  in potential directly by simply work with totals  $P_i(t)$  at each time period. We now set the growth rate, which in the exponential model is  $1 + \lambda$ , as, where  $\mu$  is a scaling constant and  $\alpha$  is a measure of the returns to scale. We can now write the model as  $P_i(t) = \mu P_i(t)^\alpha$ ”.

Em outras palavras, pode-se dizer que eventos fortuitos ou aleatórios, no primeiro momento,  $t_0$ , levam a configurações específicas no futuro,  $t_n$ , que são dependentes do evento inicial. Em termos de análise urbana, um novo centro cultural, por exemplo, pode desencadear processos de renovação e revitalização urbana, enquanto a implantação de uma fábrica poluidora pode iniciar processo de degradação nos anos subsequentes. Nesses casos, os efeitos são locais e específicos, daí a dificuldade de enquadrá-los em fórmulas gerais, bem-comportadas, usualmente simétricas, utilizadas em modelagem tradicional.

Por fim, vale ressaltar que as incertezas quanto ao futuro são inerentes ao processo de planejamento e fato da dinâmica urbana e regional. O aumento na qualidade dos modelos e ferramentas diminui as incertezas, porém, como óbvio, não as eliminam completamente. Políticas públicas e planos de ação deveriam ser desenhados de modo a trabalhar com as incertezas existentes e não simplesmente abandoná-las.

### 3 METODOLOGIAS: MODELAGEM POR AGENTES, AUTÔMATOS CELULARES

#### 3.1 Autômatos celulares e modelos baseados em agentes: sistematização geral

A forma mais geral de compreender a modelagem proposta é a caracterização de um sistema dinâmico, temporalmente-discreto (EPSTEIN; AXTELL, 1996).

Imagine um vetor  $A$  que representa os estados (feições, características, atributos) nos quais os agentes se encontram em um dado momento.  $E$  é um vetor dos estados do ambiente. Os vetores interagem mutuamente (todos com todos) e assumem a seguinte forma geral:

$$A^{t+1} = f(A^t, E^t)$$

$$E^{t+1} = g(A^t, E^t)$$

Neste sentido, como diz Batty (2005a), os agentes modificam a paisagem na qual caminham e a paisagem modifica os agentes no sentido que direciona seu caminhar. Ou seja, há uma influência recíproca entre agentes e ambientes.

O caso de autômatos celulares (sem agentes) pode ser considerado, genericamente, como uma redução do modelo anterior no qual apresenta-se:

$$E^{t+1} = g(E^t | \Phi)$$

Ou seja, o modelo é similar, mas incluem-se os conjuntos de regras de transição ( $\Phi$ ) e relações entre os atributos do ambiente que operacionalizam a mudança de estado de  $t$  para  $t+1$ .

Modelos com agentes podem não conter informações sobre o ambiente (ARTHUR, 1994), nos quais receberiam a seguinte forma geral:

$$A^{t+1} = f(A^t | \Phi).$$

Exemplos desta sistematização estão descritos nas seções 5 e 6.

### 3.2 Autômatos celulares

Os autômatos celulares, difundidos na literatura internacional como *cellular automata* (CA), são a principal maneira de implementar a abordagem de sistemas auto-organizáveis no contexto de modelos urbanos de uso do solo e transportes.

Nas questões urbanas em especial, Batty; Torrens (1998), Torrens (2001), Pines e Thisse (2001), Capello (2002) e Glaeser, Gyourko e Saks (2006) consideram os autômatos celulares como instrumento promissor para lidar com interações locais e vizinhanças sociais, irreversibilidades espaciais, processos cumulativos e variedade de comportamentos e uso do espaço urbano. Especificamente Brown *et al.* (2005) e Batty (2005) enfatizam o uso de modelos de CA para o estudo de processos, ao invés de projeções.

O conceito foi desenvolvido inicialmente pelos matemáticos S. Ulam e J. von Neumann, na década de 1940 e foi aplicado por John Conway, em 1960, no seu famoso “Jogo da Vida” (BERLEKAMP; CONWAY; GUY, 2004).

A proposta do jogo da vida pode ser descrita sucintamente da seguinte maneira. Há um número de células  $n$  que compõem uma matriz  $i \times j$ . Cada uma dessas células se encontra em um de dois estados  $n \in S(1,2)$ , representando vivo ou morto. A vizinhança é determinada pelas oito células imediatamente adjacentes (vizinhança de Moore). Duas regras de transição se aplicam: *i*) a célula permanece no estado 1 (vivo) se dois ou três dos seus vizinhos imediatos estejam também no estado 1; e *ii*) a célula no estado 2 (morto) transita para o estado 1 se tiver 3 vizinhos no estado 1.<sup>9</sup> Essas regras simples, que foram posteriormente alteradas de inúmeras formas, permitem resultados complexos e inesperados. Ou, como diz Batty: “(...) *emergence is that process whereby unanticipated consequences arise from well-defined rules*” (2005a, p. 51).

A utilização desse tipo de análise permitiu a Thomas Schelling (1978) identificar que a propriedade emergente, aquela que é observada, pode muitas vezes diferir do comportamento que, de fato, rege um sistema. No seu exemplo clássico, Schelling consegue demonstrar que se apenas um terço de dada população apresentar comportamento segregacionista, o sistema urbano resultante apresentar-se-á com grau muito maior de segregação tangível<sup>10</sup>.

9. Para uma descrição mais completa do exemplo, consulte Batty (2005, p. 75 e ss.) ou Berlekamp; Conway; Guy (2004).

10. Para demonstração formal do modelo de Schelling veja Batty (2005, p. 52 e ss.).

A partir da década de 1990, com o avanço de técnicas de computação e sensoriamento remoto, renovou-se o interesse pelos autômatos celulares, permitindo avanços teóricos e novas aplicações (PORTUGALI, 2000; BENENSON e TORRENS, 2004; BATTY e TORRENS, 2005a). Portugali, Benenson e Torrens, por exemplo, constroem modelos sofisticados de autômatos celulares urbanos cujo objetivo fundamental é expandir a investigação da segregação urbana, já demonstrada por Thomas Schelling. O fenômeno da *gentrification* e o valor de mercado das habitações, considerando efeitos de vizinhança e proximidade, são simulados por O'Sullivan (2002). Batty (2005a), por sua vez, enfatiza a análise morfológica da dinâmica urbana.

Em comum, trabalhos com autômatos celulares contêm *i*) um determinado *lattice*, *grid*, ou matriz contendo células; *ii*) a definição de vizinhança da célula; *iii*) os estados possíveis; *iv*) as regras de transição entre os estados; e *v*) possivelmente, a imposição de restrições específicas para determinados estados ou células.

Uma definição mais geral de autômatos celulares, segundo Batty, é a de que “*cellular automata are computable objects existing in time and space whose characteristics, usually called states, change discretely and uniformly as a function of the states of neighboring objects, those that are in their immediate vicinity*” (BATTY, M., 2005a, p. 67).

De forma mais precisa, Portugali os define como:

*A standard two-dimensional cellular automata (CA) model is a lattice of cells where each individual cell can be in one of several possible states (empty, occupied, etc) and have one out of several possible properties (developed, underdeveloped, poor, rich, and so on). The dynamics of the model is generated by an iterative process in which in every iteration the state of each cell is determined anew by some transformation rule(s). The rules are local and they refer to the relations between the cell and its immediate neighbors. The name of the game is to see how, what and in what circumstances, local interrelations and interactions between cells entail global structures, behaviors and properties of the system as a whole* (2000, p. 66).

Roger White; Engelen; Uljee, por sua vez, definem autômatos celulares como: “*CA can be thought of as very simple dynamical spatial systems in which the state of each cell in an array depends on the previous state of the cells within a neighbourhood of the cell, according to a set of transition rules*” (WHITE; ENGELEN; ULJEE, 1997, p. 323).

Alguns modelos de autômatos celulares utilizados para análise intraurbana, urbana e regional diferem daqueles mais gerais derivados da proposta inicial utilizada por Conway por serem modelos restritos (*constrained*). Isso significa que a cada iteração o número total de células que serão alocadas a determinado uso do

solo não é livre como na proposta do “Jogo da Vida”, pelo contrário, é imposto de forma exógena. Neste caso, isso indica que não se está modelando o crescimento de uma cidade, que é parte de um sistema de cidades, mas, dado o crescimento, modela-se sua alocação intraurbana. Ademais, a restrição imposta pelo modelo permite manter a proporção de cada uso do solo ao longo do tempo. Na prática, essa restrição é imposta de modo que apenas aquelas células com maior potencial de transição, começando pela de maior potencial, são convertidas até atingir-se o número desejado de conversões (WHITE; ENGELEN; ULJEE, 1997).

Por fim, vale ressaltar a diferença entre modelos que buscam resultados estatisticamente significantes no intuito de revelar tendências baseadas em dados passados daqueles modelos que buscam replicar sistemas com base em regras locais. O interesse neste caso é a replicação e o consequente entendimento dos processos inerentes ao sistema em estudo.

### Regras de transição

São inúmeras as possibilidades de regras que governam a transição entre estados dos autômatos celulares. Desde as mais simples, como a do “Jogo da Vida”, a outras mais complexas (PORTUGALI, 2000; BATTY, 2005a). De fato, dada a intenção do pesquisador ou planejador, o arcabouço teórico conceitual e metodológico permitem combinações suficientes para que descrevam o problema objeto de estudo. Em geral, Batty (2005) descreve os seguintes tipos de regras de transição: *i*) padrão – baseado em determinada configuração das células vizinhas; *ii*) contador – que efetivamente conta o número de vizinhos em determinado estado; *iii*) estatístico – que obedece a alguma fórmula estatística, como a média, dos estados ou atributos dos vizinhos; e *iv*) sufrágio – no qual há um limite de vizinhos em determinado estado, para que a transição ocorra.

Essas regras podem conter ainda efeitos variados de acordo com a distância. Neste caso, matrizes de pesos ponderados podem mediar a influência entre pares de estados específicos de células (HAGOORT, 2006).

Note que as regras de transição permitem a dinamicidade do modelo. Dada certa configuração inicial, os momentos seguintes serão definidos a cada iteração como resultado do *status quo* anterior, sujeito à aplicação das regras.

As regras são definidas de acordo com modelos anteriores, conceitos e concepções teóricas que definem quais são os elementos centrais para o sistema que se busca modelar. No caso de firmas, Allen faz boa ilustração: “*are there socio-economic ‘types’ do firms of the same sector and size behave similarly? What is a sector? Is there as much variation within a group as between groups?*” (ALLEN, 1997, p. 4).

### 3.3 Agentes

Agentes – no contexto de modelagem baseada em agentes – são caracterizados como pertencentes às mais variadas tipologias e classes, ativos no processo de conformação do espaço urbano. Esta visão é reforçada por Portugali (2000), que justifica que os agentes são “livres” no sentido “(...) *that they act intentionally on the basis of their personal history, memory and perception (i.e. cognitive map) of the city (...)*” (2000, p.4).

A ênfase de Allen (1997) na sua descrição de agentes é a de que eles controlam, no sentido de decidir, os fluxos de energia e de informações. Ligam e desligam conexões, “reagem, aprendem e mudam de acordo com sua experiência individual”. Isto pode levar agentes a ações que não tem clara definição racional.

Os modelos que incluem agentes buscam incluir o “diálogo criativo entre novos investimentos e infraestrutura e a cadeia de respostas da população e do ambiente” (ALLEN, 1997, p. 2).

Michael Batty (2005) lista as propriedades dos agentes como: reativos, autônomos, orientados para objetivos, contínuos temporalmente, comunicativos, capazes de aprendizado, móveis, flexíveis, com personalidade autêntica.

Na prática, agentes são entidades móveis que contêm atributos e se locomovem espacialmente sobre o *grid*. Ou seja, o agente  $a$  pode se encontrar nas coordenadas  $x,y$  (0,0) no momento  $t_0$  e mover-se para  $x,y$  (0,1) em  $t_1$ . Essa especificação é adequada para tratar problemas com animais, pedestres ou veículos, por exemplo. As células – dos autômatos celulares – por sua vez, são fixas – mantendo as mesmas coordenadas ao longo de todo o processo –, porém sofrem transformações de estados, como ocorre também com os agentes, móveis.

Agentes são úteis na representação de comportamentos humanos. Todavia, a modelagem baseada em agentes é demandante do ponto de vista das necessidades de bases de dados sobre comportamentos individuais. Isto torna a calibragem e validação de modelos empíricos mais difícil de ser feita se comparada àquelas de autômatos celulares.

### 3.4 Calibragem e validação

Calibragem é o processo de inferência de parâmetros do modelo, de modo que o resultado obtido se assemelhe à realidade empírica observada. Mais especificamente, o objetivo da calibragem é estabelecer a sensibilidade da evolução urbana para diferentes fatores e identificar quais parâmetros refletem melhor a situação em análise. Wickramasuriya *et al.* (2009, p. 2304) descrevem o processo como: “*The calibration is an iterative process, whereby the model is run for a period in the past and parameters are adjusted to improve the fit between modelled and real developments*”.

Pinto e Antunes resumem o processo de calibragem de forma simples:

*There are two main approaches to calibration: one more dependent on user intervention and another based on optimization techniques. The first one uses visual comparison of simulation and reference maps to determine initial parameter values and sensitivity analysis to improve these values. The second one is based on different techniques aimed to identify the optimal set of parameters without user intervention (2007, p. 393).*

Ressalve-se que em sistemas complexos – como o fenômeno urbano – é possível que conjuntos de parâmetros (possivelmente contraditórios) permitam aproximações da realidade observada. Desse modo, a calibragem deve basear-se em parâmetros iniciais derivados de considerações teóricas fundamentadas e efeitos documentados na literatura, de forma que os parâmetros passem por rigorosas análises de sensibilidade para garantir sua robustez.

De todo modo, os parâmetros oriundos da calibragem só são aceitos após sua validação.<sup>11</sup>

Além disso, recomenda-se que o modelo calibrado usando determinado banco de dados deve ser validado e comparado com base em outro conjunto de dados (BATTY; TORRENS; 2005).

Brown *et al.* (2005) enfatizam que a validação pode ser feita por replicar *i)* processos observados ou *ii)* resultados observados. De todo modo, replicar resultados observados simplesmente pode não ser suficiente para validar o sistema, visto que resultados realísticos podem ser alcançados com processos incorretos. Nesse sentido, a melhor validação seria aquela que consegue reproduzir resultados comparáveis àqueles observados por meio de processos que podem ser teoricamente descritos e justificados.

Miller e Page (2007) sugerem que a validação do modelo somente se dá quando permite ao modelador prever e responder às perguntas de pesquisa mais relevantes.

Outra recomendação na validação de modelos é a chamada análise de sensibilidade. Após a conclusão da calibragem, alteram-se os parâmetros intencional e significativamente de modo a observar se sua escolha é robusta. Pode-se, por exemplo, dobrar a influência de determinado fator e verificar os efeitos no desempenho do sistema. Além disto, a análise de sensibilidade contribui no melhor entendimento dos processos centrais do fenômeno em análise.

---

11. Ver Ménard e Marceau (2005) para detalhamento do processo de escala dos modelos de autômatos celulares. Para questões de calibragem e validação, ver ainda: Pontius (2001); Pontius e Schneider (2001); Pontius; Huffaker; Denman (2004) e Pontius e Spencer (2005).

Hagen-Zanker e Lajoie (2008) apresentam ainda a possibilidade de construir modelos neutros<sup>12</sup> que serviriam de comparação com os resultados obtidos pela modelagem e permitiriam a quantificação da qualidade do desempenho do modelo. Nesse caso proposto pelos autores, os modelos neutros estariam sujeitos às mesmas condições e restrições impostas ao modelo inicial, o que não ocorria na literatura até então.

O projeto UrbanSim (WADDELL *et al.*, 2007) implementado na região metropolitana de Salt Lake City, nos Estados Unidos, utilizou um *Peer Review Panel* (ou grupo de especialistas) encarregado da avaliação geral do modelo (validação e adequação ao uso) e seus resultados, uma vez que não estavam disponíveis informações históricas da área de estudo. Na validação, seis perguntas centrais deveriam ser respondidas.<sup>13</sup> Outras seis se aplicavam à interface do usuário.

### Comparação de resultados simulados e observados

A comparação entre resultados simulados e observados se beneficia de métricas disponíveis na literatura. A maioria das métricas utilizadas se baseia no “tamanho da mancha”. Mancha, neste caso, pode ser definida como “*groups of contiguous cells that are taken in by the same category*” (HAGEN-ZANKER, 2006, p. 171). É possível medir tamanho, perímetro e dimensão de borda de cada mancha.

Outras estatísticas descritivas populares na comparação entre mapas são a dimensão fractal e o índice de formas (BATTY, 2005a; BATTY; LONGLEY, 1994; BENENSON; TORRENS, 2004). A estatística dimensão fractal apresenta valor único para cada mapa e indica quanto o espaço está completamente preenchido para dado estado ou categoria. O índice de formas, por sua vez, é calculado como o perímetro dividido pela raiz quadrada do tamanho da mancha. É fácil ver que “*larger values indicate a more convoluted shape*” (RIKS, 2006, p. 33).

Finalmente, outra estatística comumente utilizada para descrever a adequação geral do mapa simulado ao observado é a estatística Kappa,<sup>14</sup> descrita em Hagen (2003).

12. De acordo com os autores, modelos neutros seriam gerados por algoritmos que criam padrões que não seguem processos específicos.

13. São elas: i) *Is the model structure theoretically sound?*; ii) *Are the quantitative methods used in the model appropriate?* iii) *Are the estimation results valid?* iv) *Are the simulation results reasonable?* v) *Is the model sensitive to constraints and policies of interest?* vi) *Does it integrate well with the regional travel model system?*

14. Kappa é uma estatística global usada para, com variáveis categóricas, comparar medidas de concordância (entre dois mapas, por exemplo). Kappa pode ser medido como  $k = \frac{P(o) - P(r)}{1 - P(r)}$ , onde  $k$  é a estatística kappa,  $P(o)$  a proporção observada de concordância ou similaridade;  $P(r)$  a proporção esperada de concordância, caso os dados fossem aleatoriamente preenchidos. Concordância total, corresponderia a  $k=1$ ; total desacordo, com a concordância refletindo pura coincidência teria valor  $k=0$ . Valores negativos indicariam discordância sistemática.

#### 4 DISCUSSÃO: VANTAGENS E CRÍTICAS

A título de contextualização da discussão, vale ratificar a questão regional e urbana como problema complexo que, como tal, demanda ferramentas específicas de análise. Nesse sentido, apontam-se especificidades da questão urbana e regional que reforçam vantagens da utilização da abordagem com autômatos celulares e agentes.

Essa complexidade se efetiva especialmente pela interdependência entre os fenômenos. É fácil ver que a mobilidade urbana influencia na empregabilidade dos cidadãos e na localização da moradia e das firmas que, por sua vez, implicam a acessibilidade a lazer e a serviços públicos. E estes geram efeitos nos valores da terra e dos imóveis que, novamente, influenciam os fenômenos ligados à questão urbana.

Epstein e Axtell (1996) listam cinco argumentos que qualificam esta complexidade e que são usados neste capítulo em relação ao regional e urbano.

Em primeiro lugar, sistemas urbanos e regionais são de difícil decomposição. No âmbito urbano, as relações entre preço do solo, sistemas de transportes, localização de residências e oferta de emprego estão intrinsecamente correlacionados, com causalidade cruzada e dinâmica. Na questão regional, há multiplicidades de cortes de análise e de planejamento. E o contexto econômico contemporâneo intensifica as relações de trocas entre economias com fronteiras difusas, especialmente no âmbito nacional. Alternativas metodológicas que enfatizem a análise global do sistema como um todo apresentam possibilidade de resultados mais abrangentes e com maior poder de explicação.

Epstein e Axtell (1996) confirmam ainda que sistemas sociais coevoluem e são interdependentes. Ou seja, há contínua influência de suas partes nas outras constantemente no tempo. E os segmentos decompostos de análise se modificam dinamicamente com as mudanças das outras partes. Esta característica reforça a noção da necessidade de análises que sejam dinâmicas.

A terceira dificuldade dos estudos regionais e urbanos – comum às ciências sociais e humanas – é a dificuldade de se fazerem experimentos.

O quarto argumento que caracteriza a questão urbana e regional se refere à racionalidade limitada dos agentes, atores e instituições. A utilização de modelagem com agentes ou autômatos celulares permite que se abandone a suposição forte de que os indivíduos sejam racionais. Isso não inviabiliza a emergência de situações tipicamente descritas em mercados em equilíbrio (GODE; SUNDER, 1993).

O quinto argumento se refere à característica de fenômenos nos quais a heterogeneidade é pronunciada e relevante para o entendimento do problema.<sup>15</sup>

15. De acordo com Miller e Page (2007, p. 14), "*If heterogeneity is a key feature of complex social systems, then traditional social science tools – with their emphases on average behavior being representative of the whole – may be incomplete or even misleading*".

Neste caso, análises que primam pela ênfase no comportamento médio contribuem pouco para o entendimento do problema. Este argumento é de especial interesse para o caso do Brasil. Ambientes com altos níveis de disparidade e diversidade se beneficiam sobremaneira da abordagem ora proposta.

Em relação à análise urbana e regional em específico, acrescenta-se que a modelagem com autômatos celulares e agentes permite:

- a inclusão explícita da variável espacial, conseqüentemente;
- as possibilidades de troca local (*local trade*) sem o leiloeiro walrasiano;
- agentes heterogêneos (em vez de subgrupos ou submercados) e com rol de decisões complexos; e
- a perspectiva evolucionária e adaptativa do sistema.

Comparando os modelos econômicos de maximização de utilidades e de lucros, Allen explicita que “(...) *such a model [economics maximization of profits and utilities] expresses the behavior or functioning of the system, given its structure, but does not ‘explain’ why this structure is there* (1997, p. 5).

Torrens confirma esta proposição em relação a modelos urbanos:

*[U]rban models suffer from a lack of realism. Bluntly stated, cities don't really work the way that traditional models would have us believe they do. There is a disparity between models and reality on a behavioral level. In particular, traditional models adopt a reductionist view of urban systems. For the most part, assumptions are made that portray cities as operating from the top down. This implies dissecting cities into constituent local components from aggregate conditions in order to understand them. In many cases, this is appropriate (planning constraints, large-scale infrastructure improvements, etc.); however, in other instances it is inappropriate (housing demand, commuting, etc.). Many components of urban systems do not work in a top-down manner; on the contrary, aggregate conditions emerge from the bottom-up, from the interaction of large numbers of elements and entities at a local scale (TORRENS, P. M., 2001, p. 8).*

A utilização desse tipo de simulação permite que fenômenos urbanos e sociais sejam criados – e emirjam – a partir da interação autônoma de agentes e células em estados heterogêneos baseados em regras locais simples (1996).

Outra vantagem alcançada com o uso de modelagem do tipo de baixo para cima é a variedade com que se podem investigar regras comportamentais e relações de agentes (ABMs) com seu ambiente (CA). Epstein e Axtell confirmam isso em relação ao modelo *sugarscape* proposto por eles:

*When such multifaceted agents are released into an environment in which (and with which) they interact, the resulting society will – unavoidably – couple demography, economics, cultural change, conflict and public health. All these spheres of social life will*

*emerge – and merge – naturally and without top-down specification, from the purely local interactions of the individual agents. Because the individual is multifaceted, so is the society* (1996, p. 159).

Em resumo, a pergunta original que se busca explicar, de acordo com Epstein, é: “*How could the autonomous local interactions of heterogeneous boundedly rational agents generate the given regularity?*” (2006, p. 1587). Esta pergunta condensa seis vantagens centrais da modelagem: *i*) heterogeneidade de agentes (em vez de agentes “agregados”); *ii*) autonomia dos agentes (e das instituições que eles representam); *iii*) inclusão explícita do fator espacial, territorial; *iv*) interações locais; *vi*) racionalidade limitada; e *vi*) dinâmica não baseada em equilíbrio,<sup>16</sup> mas no “*tipping phenomena*”, em oposição à existência de equilíbrio e estáticas comparativas.

Ou seja, “*agents have neither global information nor infinite computational capacity. Although they are typically purposive, they are not global optimizers; they use simple rules based on local information*” (EPSTEIN, 2006, p. 1588).

Anas, Arnott e Small tecem algumas críticas a abordagens de modelagem com autômatos celulares, dizendo-os “modelos não-econômicos” (1998, p. 1451). E perguntam se os mecanismos de preços influenciados por questões espaciais são realmente relevantes na configuração urbana.

Batty (2005) corrobora a crítica, enfatizando as características físicas e morfológicas centrais dos modelos e a falta de elementos explicitamente econômicos.

White e Engelen (1993), por outro lado, reafirmam que a essência do seu modelo se baseia na competição por espaços, e, portanto, é análise intrinsecamente econômica.

Em outro texto (FURTADO, 2009), busca-se incorporar mecanismos de preços na modelagem, porém, reforça-se a crítica referente à pouca precisão dos modelos em relação a inferências específicas, em comparação com modelos econométricos tradicionais.

Outra crítica se refere ao chamado problema de identificação na calibragem, segundo a qual não há como se garantir que o conjunto de parâmetros escolhidos seja único na solução do problema. E, assim, outros conjuntos de parâmetros poderiam alcançar resultados tão ou mais similares à realidade observada.

A resposta a esta crítica se baseia nas ditas “análises de sensibilidade” – na qual se testam outros valores de parâmetros e sua influência na evolução do sistema – e na força teórica que dá suporte à escolha dos parâmetros.

16. No caso brasileiro, supor equilíbrio no mercado de terras urbanas implica, por exemplo, supor que todos estão inseridos no mercado formal.

Outra possibilidade de testar a robustez de modelos é a flexibilidade da ferramenta computacional. Os modelos podem ser testados inúmeras vezes para garantir que os resultados sejam robustos. O sistema Geonamica (RIKS, 2007), por exemplo, permite que simulações sejam repetidas e indica mapas de uso de solo com probabilidade de uso.

O problema de seleção do modelo correto está correlacionado basicamente com o conhecimento teórico e justificado do modelo proposto. Além disso, é necessário avaliar se o modelo escolhido, embora não exclusivo, acrescenta informações ao entendimento do fenômeno e possibilidades de aplicação de políticas públicas.

Nesse sentido, Miller e Page (2007, p. 11 e ss.) fazem uma comparação de modelagens possíveis para o fenômeno *standing ovation* (o aplaudir de pé). A modelagem formal é desenvolvida e comparada com modelagem com agentes. Dada a natureza do problema e a disposição das pessoas de aplaudir de pé ser influenciada pelo fato de outros também se levantarem (*social contagion*), a modelagem matemática “*fail to illuminate some of the key elements that make this problem so interesting in the first place*” (2007, p. 11).

Outro importante ponto a ressaltar da abordagem proposta é que o equilíbrio não é premissa necessária ao sistema. Entretanto, dado que as condições e restrições do modelo são constantemente redefinidas, as trajetórias mudam e aquele equilíbrio inicial previsto pode não ser atingido.

Enfim, modelagem com agentes e autômatos celulares, novamente, mostra-se metodologicamente promissor, como já demostram várias aplicações em andamento (ver seções 5 e 6), porém há ainda muitos avanços a serem alcançados. Como dizem Miller e Page (2007), há que se balancear as possibilidades de novos entendimentos contra o custo de uma análise menos exata. Em essência, concluem os autores, aproveitar a utilidade de se utilizarem modelos computacionais como laboratórios nos quais se pode, sistematicamente, propor alternativas, testar, eliminar hipóteses-chave e compreender melhor os produtos daquilo que se observa.

## 5 BREVES APRESENTAÇÕES DE APLICAÇÕES NA ECONOMIA

As aplicações na economia *stricto sensu* não são objeto específico deste capítulo. De todo modo, alguns textos seminais são indicados, bem como dois modelos centrais.

O primeiro texto, de Albin e Foley (1992), simula a troca entre agentes dispersos geograficamente. Há dois tipos de mercadorias e os agentes se comportam com racionalidade, aos custos de comunicação e ao aprendizado decorrente de trocas anteriores. Não é necessário impor um leiloeiro walrasiano. O equilíbrio walrasiano é utilizado apenas como referência na análise dos resultados.

Os autores notam que este mecanismo descentralizado de trocas melhora a alocação dos recursos e do bem-estar médio dos agentes, alcançando altos níveis de eficiência. Ao mesmo tempo, como o mecanismo se beneficia de trocas com preços desequilibrados, quando a alocação inicial é igual entre os agentes, observa-se forte concentração da riqueza.

A simulação feita por Albin e Foley (1992) demonstra ainda que os resultados são bastante sensíveis aos custos de comunicação e informação.

O trabalho seminal dos autores é discutido em publicações subsequentes e está bem sumarizada na revisão feita por Tesfatsion (2006).

Na área de finanças, modelos baseados em agentes enfatizam a discussão da heterogeneidade dos agentes e suas implicações para o mercado. Um relatório descritivo da construção de um modelo artificial de um mercado de ações pode ser encontrado em LeBaron (2002). Uma revisão mais recente, com ênfase nos aspectos computacionais da construção dos modelos, está descrita em LeBaron (2006).

### 5.1 El Farol – *the bar problem*

El Farol, um bar próximo ao *campus* do *Santa Fe Institute* no Arizona, serve de pretexto para a discussão da racionalidade limitada dos agentes e suas implicações para modelagem de mercado (ARTHUR, 1994). A crítica é feita logo no início do texto:

*The type of rationality we assume in economics — perfect, logical, deductive rationality — is extremely useful in generating solutions to theoretical problems. But it demands much of human behavior — much more in fact than it can usually deliver* (ARTHUR, 1994, p. 406).

Além da dificuldade de racionalizar nossos próprios comportamentos, a partir de certo grau de complexidade, situações interativas com outros agentes também demandam a identificação de quais decisões os outros agentes vão tomar. Aspectos subjetivos suplantam suposições objetivas e bem definidas. Neste caso, a pergunta que Arthur discute é de como modelar esta racionalidade limitada observada. Enfim, como modelar e analisar a lógica indutiva, baseada em suposições subjetivas.

Arthur argumenta ainda que o comportamento humano é apenas moderadamente bom em lógica dedutiva. Por outro lado, obtêm bons resultados na análise e reconhecimento de padrões. Estes resultados contribuem na tomada de decisão. Os agentes constroem a lógica por trás dos padrões observados e constantemente as atualizam de acordo com as informações disponíveis a cada período. Com isso, trabalham com hipóteses possíveis de ação de outros agentes. Hipóteses simultâneas e concorrentes podem coexistir e são avaliadas constantemente para testar sua plausibilidade. Note que esta concepção, como

proposta por Arthur, implica agentes heterogêneos, com hipóteses distintas, o que difere fortemente das noções de agentes representativos homogêneos tipicamente modelados na ciência econômica.

O problema do bar é assim caracterizado. Um número  $N$  (no exemplo,  $N = 100$ ) de pessoas decide independentemente ir ou não ir ao bar em noite específica na qual há entretenimento. A ida ao bar é considerada agradável se há menos de 60 pessoas. Então, se a expectativa do agente é de que o bar terá menos do que 60 pessoas, decide-se ir, caso contrário, opta-se por permanecer em casa. Não há comunicação ou conluio entre os agentes, e a única informação relevante disponível para os agentes é o número de pessoas que compareceram ao bar nas últimas semanas. Notem que não há solução racional “correta” neste caso e o problema pode ser considerado mal-definido. Além disso, se houvesse algum modelo possível e a maioria considerasse que poucos iriam ao bar, muitos iriam; caso contrário, poucos iriam. Desse modo, as expectativas devem necessariamente diferir (ARTHUR, 1994).

O problema posto, pergunta-se: qual seria o comportamento dinâmico de um modelo deste tipo? Para avançar nesta resposta, é necessário construir possíveis regras de comportamento consideradas pelos agentes e a simulação computacional permite obter inferências sobre os resultados plausíveis. Várias regras de comportamento são elaboradas e alocadas randomicamente aos agentes. Se as regras se provam válidas, continuam a ser utilizadas, caso contrário outras são escolhidas.

Os resultados demonstram que não se configuram ciclos (embora previsões por ciclos – a cada  $x$  semanas – estejam presentes nas regras) e a média de comparecimento converge para o parâmetro estabelecido de conforto, 60 pessoas. O exercício é definido pelo autor como exemplo de sistema complexo adaptativo (evolucionário) no qual há auto-organização dos agentes (independente de articulação de cima para baixo) e que pode ser utilizado para contribuir no entendimento de problemas que envolvem multiplicidade de agentes heterogêneos.

Este exemplo inicial de Brian Arthur serviu de referência para inúmeros desenvolvimentos posteriores. Para uma coletânea, veja Amman *et al.* (2006).

## 5.2 Sugarscape

O modelo *sugarscape* está descrito ao longo dos capítulos do livro de Epstein e Axtell (1996).

Basicamente, o modelo contém uma distribuição espacial (um *grid*, ou *landscape*) sobre o qual se encontram recursos que são consumidos pelos agentes. O espaço é heterogêneo contendo quantidades diferentes de recursos (*sugar*). Os agentes, por sua vez, contam com características genéticas que determinam seu

metabolismo (o quanto de energia conseguem retirar do recurso), alcance de visão ou sua capacidade de identificar a localização dos recursos, entre outros atributos.

O movimento dos agentes sobre o espaço, na sua versão mais simples, é descrito como: “*Look around as far as your vision permits, find the spot with the most sugar, go there and eat the sugar*” (1996, p. 25). O movimento feito pelos agentes é deduzido da quantidade de açúcar que eles possuem, de acordo com sua taxa de metabolismo.

A partir desse detalhamento simples, uma série de fenômenos pode ser analisada. Observa-se, por exemplo, alterações resultantes de variações sazonais; de densidade populacional; ou de distribuição de renda (*sugar*) entre os agentes.

Além disso, é possível utilizar o modelo para análises sociais e ecológicas. Nesse sentido, a reprodução sexuada é introduzida no modelo. Desta forma, os processos de seleção são observados, com agentes com maior alcance de visão e menor taxa de metabolismo prevalecendo ao longo do tempo. Variações pequenas nas condições iniciais e nos parâmetros podem levar populações de agentes à extinção, sem a necessidade de choques exógenos, por exemplo.

Ao introduzir elementos culturais (como o pertencimento a determinada tribo e regras de transmissão desta característica), pode-se simular combates e movimentos migratórios que são essencialmente distintos dos observados no modelo mais simples: localizar e consumir recurso.

Na medida em que o modelo se complexifica, outro recurso (*spice*) é introduzido. Isso permite aos autores desenvolverem análises de troca. Assim como no caso do açúcar, cada agente possui um metabolismo para *spice*. Em conjunto, os dois metabolismos determinam as preferências dos agentes pelos recursos. As trocas são feitas localmente entre dois agentes que se encontram e negociam os preços, sendo que ambos devem sair em melhores condições após a troca realizada. No caso analisado no qual há grande número de agentes que realizam trocas por longos períodos, com preferências fixas, o preço se aproxima do preço de equilíbrio previsto na teoria neoclássica.

O crédito aos agentes também é introduzido no modelo, permitindo a análise de dinâmica de crédito (e mercadorias) e as redes sociais que se formam como resultado. Finalmente, aspectos de saúde pública, epidemiologia e imunologia são também analisados no modelo.

Os autores reafirmam que o modelo pode funcionar como laboratório para experimentação social e econômica e justificam suas escolhas em comparação a outras metodologias possíveis.

The broad aim of this research is to *begin the development of a more unified social science, one that embeds evolutionary processes in a computational environment that simulates demographics, the transmission of culture, conflict, economics, disease, the emergence of groups, and agent coadaptation with an environment, all from the bottom up* (1996, pp. 19, grifo no original).

Vários outros artigos e livros expandiram esta abordagem seminal proposta (EPSTEIN, 2006; MILLER; PAGE, 2007; TESFATSION, 2006).

## 6 APLICAÇÕES NA ANÁLISE URBANA E REGIONAL

### 6.1 *Metronamica*

Em termos de análise urbana, regional e de transportes, um dos artigos de referência é o de White e Engelen (1993) que serviu de base conceitual para uma série de desenvolvimentos (ALLEN, 1997).

O sistema denominado Metronamica (RIKS, 2005) é um desenvolvimento do modelo proposto por White; Engelen; Uljee (1997) e é utilizado para explorar os efeitos e alternativas de políticas públicas nos aspectos socioeconômicos, ambientais e uso do solo urbano (ENGELEN; WHITE; DENIJS, 2003; ENGELEN *et al.*, 2004).

O sistema computacional Metronamica supõe alta resolução socioespacial na qual a interação principal é entre agentes (uso do solo) em uma dada vizinhança. Há vários usos do solo (vazio, residencial, industrial e comercial) e as células são convertidas de um uso para outro de acordo com regras de transformação (*op. cit.*). A taxa de crescimento (conversão) de células é determinada exogenamente e a vizinhança considerada é aquela constante em um raio de seis células.

A transição entre as classes de uso do solo é influenciada por variáveis endógenas de potencial do uso do solo que é calculado para cada célula e todos as classes de uso do solo. O potencial ( $P$ ) é a função de vários outros fatores, incluindo os efeitos de vizinhança, adequação às características do terreno, acessibilidade e restrições de zoneamento, de acordo com as seguintes equações:

$$P_{k,a} = \begin{cases} N_{k,a} \geq 0 : r(\alpha)_{k,a} N_{k,a} S_{k,a} A_{k,a} Z_{k,a} \\ N_{k,a} < 0 : r(\alpha)_{k,a} N_{k,a} (1 - S_{k,a} A_{k,a} Z_{k,a}) \end{cases}$$

Nas equações  $P_{k,a}$  é o potencial do uso do solo  $k$  na célula  $a$ ,  $r(\alpha)_{k,a}$  é o termo de perturbação para o uso do solo  $k$  na célula  $a$  com a magnitude controlada por um parâmetro  $\alpha$ .<sup>17</sup>  $N_{k,a}$  é o efeito de vizinhança,  $S_{k,a}$  é adequação física,  $Z_{k,a}$  o fator de zoneamento e  $A_{k,a}$  o de acessibilidade.

17. A distribuição calculada apresenta grande número dos valores próximos da unidade e valores altos são raros. Especificamente, o termo de perturbação é dado por  $S = 1 + (-\ln R)^{\alpha}$ , onde  $R$  é uma variável randômica e uniforme  $]0, 1[$ .

O efeito vizinhança é dado por uma soma ponderada que simula a propensão de cada classe de uso do solo a ocupar determinado espaço e é calculado de acordo com a seguinte equação:

$$N_{k,a} = \sum_{b=1}^n w_{d(a,b),k,l_b}$$

Na fórmula,  $N_{k,a}$  é o efeito de vizinhança para a célula  $a$  e classe de uso do solo  $k$ ,  $b$  é o índice que faz a iteração entre todas as células da vizinhança da célula  $a$ ,  $w_{d(a,b),k,l_b}$  é o impacto de cada classe de uso do solo  $l$  tem na vizinhança da classe de uso  $k$ , à distância  $d$ ;  $d(a,b)$  é a distância entre as células  $a$  e  $b$ ,  $k$  é a classe de uso do solo para o qual o efeito de vizinhança da célula  $a$  é estimado,  $l_b$  é a classe de uso do solo na célula  $b$ , e  $n$  é o número de células na vizinha da célula  $a$ .

Nesse tipo de modelo, a vizinhança de cada célula inclui a localização da própria célula. Isto permite a modelagem de efeitos de inércia e sucessão espacial.

A interação entre a demanda exógena por uso do solo e o potencial de uso do solo calculado é feito por meio do mecanismo de alocação. Este mecanismo busca iterativamente a célula (cujo uso do solo ainda não houve alocação) com maior potencial para qualquer uso do solo (para os quais ainda há demanda) e designa tal célula para aquele uso do solo específico.

No caso deste modelo (WHITE; ENGELEN; ULJEE, 1997), as informações referentes à adequabilidade ( $S$ ), à acessibilidade ( $A$ ) e ao zoneamento ( $Z$ ) são normalmente estáticas, a não ser quando há intervenção de política pública. A constituição da vizinhança ( $N$ ), entretanto, é atualizada a cada iteração. Isso garante ao modelo a retroalimentação e a presença da trajetória-dependente nos resultados obtidos. A dinâmica deste modelo está descrita em Van Delden e Engelen (2006, p. 2):

*For each land-use function, a set of spatial interaction rules determines the degree to which it is attracted to, or repelled by, the other functions present in its surroundings; If the attractiveness is high enough, the function will try to occupy the location, if not, it will look for more attractive places. New activities and land-uses invading a neighborhood over time will thus change its attractiveness for activities already present.*

Com esse modelo extremamente simples, White e Engelen simulam o padrão de uso do solo que conforma a estrutura urbana.

## 6.2 UrbanSim

Outro modelo de simulação do uso do solo disponível é o chamado UrbanSim (WADDELL; ULFARSSON, 2003; WADDELL *et al.*, 2007; WADDELL, 2002).<sup>18</sup> O objetivo principal do modelo é o de simular os efeitos de sistemas de transporte no uso do solo e os subsequentes efeitos do uso do solo nos sistemas de transporte. O sistema é desenhado no intuito de subsidiar a agência de planejamento metropolitano de Utah, nos Estados Unidos. Ao fazê-lo, os autores do modelo propunham-se a reduzir os vieses contidos nos modelos de transporte que não incorporam os efeitos de retroalimentação.

No intuito de modelar o processo como um todo, o sistema inclui cinco submodelos que simulam fatores específicos, tais como: urbanização, preço da terra, acessibilidade, localização de empregos e de domicílios; que, por sua vez, se conectam com dois modelos exógenos: um modelo macroeconômico e um modelo de demanda de viagens.

Assim, os autores definem as inovações presentes no sistema:

*UrbanSim is unusual in several respects, but most notably its use of individual agents, the explicit representation of the demand and supply sides of the real estate market as well as prices, a dynamic representation of time (as compared to equilibrium models), and its design to be sensitive to a range of policies.*

O espaço no modelo UrbanSim é subdividido em células de 150m x 150m. Cada célula representa o agregado dos indivíduos, domicílios, empregos e firmas daquele espaço. A base de dados disponível no sistema é vasta e incluem informações fiduciárias e estatais; emprego e desemprego; bases comerciais e dados do censo. Todas as informações estão integradas em um sistema georeferenciado (WADDELL *et al.*, 2007).

Modelos de escolha discreta baseados nos modelos de *Random Utility Maximization* (RUM)<sup>19</sup> são aplicados à escolha da localização residencial, produção de habitações e localização de empregos. Catorze setores, distribuídos em básico (cinco), varejo (três), e serviços (seis) e oito níveis de densidade residencial, são utilizados no modelo.

O modelo de preço da terra segue a literatura consolidada em economia urbana (ALONSO, 1964; ROSEN, 1974; DIPASQUALE; WHEATON, 1996). Com isso, a proposta do modelo UrbanSim faz a regressão do valor

18. Maiores detalhes estão disponíveis em: <<http://www.urbansim.org/Documentation/WebHome>>.

19. Os autores se baseiam nos trabalhos seminais de McFadden, 1974 Conditional logit analysis of qualitative choice behavior. In Zarembka, P., editor, *Frontiers in Econometrics*, pages 105-142. Academic Press, New York. e McFadden, 1981 *Econometric models of probabilistic choice*. In Manski, C. and McFadden, D., editors, *Structural Analysis of Discrete Data with Econometric Applications*, pages 198-272. MIT Press, Cambridge, MA.

agregado de venda da célula nas características dos domicílios, acessibilidade e amenidades de cada célula (WADDELL *et al.*, 2007, p. 397). Assim, pode-se dizer que os autores fazem estimativas do tipo *cross-section* nas quais as variáveis independentes são atualizadas a cada ano de acordo com os parâmetros dos outros submodelos.

### 6.3 Outros modelos

Outro modelo desenvolvido para modelar evolução de padrões de uso do solo é o SLEUTH (SILVA; CLARKE, 2002; PONTIUS, *et al.*, 2008). SLEUTH é um acrônimo para as características incorporadas ao modelo, do inglês *Slope* (inclinação de vertentes), *Land* (uso do solo), *Excluded areas* (áreas excluídas), *Urbanization* (urbanização), *Transportation* (transporte), e *Hillshade* (sombreamento topográfico). Este modelo é um exemplo de como o poder computacional (*brute force method*) pode ser aplicado para se obter tendências estatisticamente significantes que podem então ser usadas para fornecer previsões. De acordo com a descrição provida por Clarke (1997, p. 252), as regras comportamentais do modelo “*involve selecting a location at random, investigating the spatial properties of the neighboring cells and urbanizing the cell or not, depending on a set of probabilities*”. O modelo aplicado em dois estágios permite a evolução das regras de transição.

Outros autores, tais como Page (1999), Bell; Dean; Blake (2000) e Behrens (2005) seguem metodologia similar e desenvolvem modelos em que há uma maior diversidade comportamental e a irreversibilidade é condicionada por custos de realocação, por exemplo. Portugali (2000) utiliza lógica parecida, mas enfatiza a análise da segregação e migração.

Em essência o modelo de White & Engelen e os similares desta vertente da literatura buscam simular, para compreender, um processo que é essencialmente dinâmico e espacial. Partindo de dado momento inicial, é importante perguntar quais são as relações, expressas pelas regras de transição, que levam à construção dos momentos posteriores, levando-se em consideração que estas regras são flexíveis para cada iteração, pois que dependem da vizinhança sempre em mutação.

### 6.4 REFERÊNCIAS: CENTROS DE EXCELÊNCIA E SOFTWARES

Vários centros de excelência estão envolvidos em avanços nos modelos e literatura aqui apresentados e estão sucintamente listados a seguir.

Centre for Advanced Spatial Analysis (CASA),<sup>20</sup> sediado na University College London, é um centro de alguma dimensão e com interesses variados, mas

20. Veja <http://www.casa.ucl.ac.uk/>

ênfase em aspectos computacionais do ponto de vista da geografia e interfaces em discussões de espaço e localização, arqueologia, planejamento, geomática, sensoriamento remoto e ambiente construído.

Santa Fe Institute<sup>21</sup> é um instituto de excelência voltado para as grandes questões nas interfaces entre várias disciplinas, cujo elemento em comum é a complexidade. O instituto se organiza de forma menos rígida que uma escola tradicional, se fundamentando em contribuições de professores-visitantes *experts* em seus campos. Os temas de pesquisa são: *i) Dynamics & Quantitative Studies of Human Behavior, ii) Emergence, Organization & Dynamics of Living Systems, iii) Information Processing & Computation in Complex Systems, iv) Physics of Complex Systems e v) Robustness & Innovation in Evolutionary Systems.*

Outro centro que trabalha com a modelagem em autômatos celulares é o Research Institute for Knowledge Systems (RIKS).<sup>22</sup> O centro detém o software *Metronamica*, cuja ideia central se baseia no texto original de White; Engelen; Uljee (1997) e está fortemente associado ao desenvolvimento de aplicações para a política pública, de que são exemplos: *i) o sistema Moland (ENGELEN et al., 2004), ii) Environment Explorer (ENGELEN et al., 2003) e iii) o software gratuito de comparação de mapas do tipo raster – Map Comparison Kit (VISSER; DE NIJS, 2006).*

Três sistemas – *open source* – estão disponíveis para modelagem de agentes e autômatos celulares.

*Swarm*<sup>23</sup> é uma plataforma conceitual que permite o desenho, a construção e os experimentos com modelos baseados em agentes. A plataforma inclui ainda comunidade de usuários, material de treinamento e documentação relevante.

Outra plataforma disponível é o Recursive Porous Agent Simulation Toolkit (Repast).<sup>24</sup> Repast contém recursos específicos para tratamento estatístico (com o software R), ferramentas para modelagem espacial e integração com MATLAB e Excel.

O Netlogo<sup>25</sup> permite programação de modelos (ABM e CA) e é o menos dependente de conhecimentos de linguagem de programação específicas, tais como Java ou C++. Fácil de usar e com múltiplos modelos e bibliotecas disponíveis, Netlogo é utilizado por alunos e pesquisadores de vários centros.

Alguns autores individualmente também conseguem proeminência no desenvolvimento de modelos aplicados aos fenômenos regionais e urbanos. Paul

21. Veja <http://www.santafe.edu/>

22. <http://www.riks.nl/>

23. [http://www.swarm.org/index.php/Swarm\\_main\\_page](http://www.swarm.org/index.php/Swarm_main_page)

24. <http://repast.sourceforge.net/>

25. <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/>

Torrens lidera o projeto Geosimulation,<sup>26</sup> na School of Geographical Sciences and Urban Planning,<sup>27</sup> da Arizona State University; Itzhak Benenson,<sup>28</sup> PhD em Mathematical Biophysics, é o chefe do Department of Geography, da Tel-Aviv University; Helen Couclelis atua no Geography Department da University of California, em Santa Barbara; finalmente, Dawn Parker atua já há algum tempo e é professora associada da School of Planning da University of Waterloo.

## 7 EXEMPLOS NO BRASIL E POSSIBILIDADES DE APLICAÇÃO EM POLÍTICAS PÚBLICAS

No Brasil a aplicação desses modelos ainda não está generalizada entre a comunidade científica ou de políticas públicas. Esta seção apenas lista algumas experiências e não se pretende exaustiva.

O agente público que capitaneia esta introdução no âmbito nacional é o Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), ligado ao Ministério da Ciência e Tecnologia.

O INPE e a Universidade Federal de Ouro Preto fundaram o grupo de Pesquisa Geospatial Change Modelling. Financiado pela Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), o grupo desenvolve metodologias e ferramentas computacionais para modelagem dinâmica que possam contribuir com análises de causas e efeitos da ação antrópica nas mudanças na Amazônia. De acordo com o sítio do grupo na internet,<sup>29</sup> a pergunta central da pesquisa é “*How interrelated are the trajectories of land systems and the evolution of institutional arrangements in Amazonia?*”. O trabalho conceitual de referência é o texto de Costa *et al.* (2010) e a referência metodológica é a tese de Carneiro (2003). Carneiro propõe um modelo computacional no qual todas as dimensões de análise (espacial, temporal e analítica) podem ser modeladas de forma independente.

A plataforma utilizada pelo grupo de pesquisa é denominada Simulation and Modelling of Terrestrial Systems (TerraME).<sup>30</sup> TerraMe se baseia em células e utiliza autômatos celulares, ABM e modelos em redes para modelar dinâmicas espaciais. A ênfase do sistema está nas análises de mudança do uso do solo e nos modelos hidrológicos. As inovações propostas incluem processos de difusão direcional – por meio de Matrizes de Proximidade Generalizadas – e modelos de autômatos híbridos, com escala temporal discreta e contínua simultaneamente.

Com este grupo de pesquisa, o INPE efetivamente contribui para a política pública na Amazônia. De um lado, no curto prazo, permite o monitoramento e o apoio a medidas de fiscalização e, de outro, de médio e longo prazo, identifica

26. <http://geosimulation.org/>

27. <http://geoplan.asu.edu/>

28. <http://www.tau.ac.il/~benny/>

29. <http://lucc.ess.inpe.br/doku.php?id=start>

30. <http://lucc.ess.inpe.br/doku.php?id=terrame>

causas e efeitos das relações e interações entre sociedade, seus atores e interesses e o ambiente da Amazônia, que resultarão em políticas públicas de mudança estrutural.

Do ponto de vistas da análise urbana, em outro texto (FURTADO, 2009), propõe-se a análise intraurbana de preços de imóveis por meio de um modelo de autômatos celulares, derivados do modelo original de White; Engelen; Uljee (1997), na plataforma Geonamica.

A novidade apresentada pelo modelo é a possibilidade de separar o efeito da vizinhança de atração, do efeito de repulsão gerada pelos efeitos do preço do solo. Uma aplicação longa, de cem anos, é feita para o caso de Belo Horizonte e seus municípios vizinhos. Dado que não há informações detalhadas de “uso do solo” no que concerne a setores da economia e níveis de renda para classes residenciais, a tese define alguns atores relevantes que são derivados de dados censitários e informações municipais. A análise central se refere à diferenciação de preferências e capacidade de decisão sobre a localização em três níveis de renda.

A validação do modelo permite indicar que foi possível capturar (e gerar) as macroestruturas da região de estudo e os cenários feitos indicam que a estrutura espacial é relativamente rígida e que não se esperam mudanças significativas nas próximas décadas.

A calibragem dos parâmetros do modelo e a análise de sensibilidade feita permitiram *insights* interessantes acerca das relações estruturais entre os atores modelados. Dentre estes efeitos, vale citar: *i*) a importância da infraestrutura de acessibilidade como organizador do espaço urbano; *ii*) a importância apenas relativa dos preços na estrutura da cidade. Testes com parâmetros de preço aumentados demonstraram que a estrutura se modifica apenas marginalmente; *iii*) os efeitos de vizinhança – buscar moradias em locais próximos àqueles que se parecem – é o fator mais relevante na configuração morfológica da cidade.

Análises de políticas públicas, tais como a implementação de novos terminais de transporte ou centro de serviços, poderiam ser feitas com a metodologia descrita para Belo Horizonte. Seu detalhamento, entretanto, deveria ser para um período menor (1991-2000) do que a realizada (1897-1991).

Em relação a modelos baseados em agente, há o trabalho de De Paula (2009, p. xi) que estuda a relação entre moeda e espaço. Especificamente, o autor simula “a emergência de uma crise financeira tipicamente minskyana, para então serem analisados os seus desdobramentos no espaço”. O estudo conclui identificando concentração e impactos diferenciados no espaço decorrentes de crises.

No Brasil, a recuperação do planejamento como instrumento real de política pública – possível somente após a estabilização monetária, a reorganização do

estado e a revisão de marcos regulatórios em várias interfaces da relação sociedade e estado – permite a solidificação de metodologias que contribuem para a construção de cenários. Cenários que sejam flexíveis, de fácil entendimento do usuário e, portanto, aplicáveis pelo agente público; e que possam ser validados de forma objetiva e transparente e, assim, garantir credibilidade.

## 8 DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

O desenvolvimento da metodologia, especificamente no tocante à questão regional e urbana, pode ser acompanhado principalmente por três grandes periódicos: *i) Environment and Planning B*; *ii) Computers, Environment and Urban Systems*; e *iii) Ecological Modelling*. E nos seminários internacionais: *i) International Congress on Modelling and Simulation*; *ii) International Congress on Environmental Modelling and Software* e *iii) EcoMod – Global Economic Modeling Network*.

As tendências de desenvolvimento indicam que os modelos passem a integrar de melhor forma autômatos celulares (e sua flexibilidade espacial) e modelos baseados em agentes (e sua capacidade de mimetizar comportamentos humanos e institucionais). Uma tentativa nesse sentido foi feita por Carneiro (2003), por Torrens e Nara (2006) e Van Vliet e Van Delden (2008).

Em termos de disciplinas que contribuem com o desenvolvimento da metodologia, observa-se uma forte presença de profissionais das áreas de ciência da computação, geografia – especialmente, aqueles ligados à cartografia, geoprocessamento e sensoriamento remoto – e análises ambientais. Do ponto de vista regional, há ênfase em análises de mudanças de uso do solo. Na análise urbana, há ainda, comparativamente, pouco esforço.

## 9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A ênfase da metodologia aplicada à questão regional e urbana está na dinamicidade e espacialidade do sistema. A vantagem deste foco é a utilização na análise de cenários que alimentem tomadas de decisão de políticas públicas.

A abordagem desenvolvida neste capítulo utiliza o conceito de complexidade, que pressupõe que não há cenário único, ou ótimo, a ser alcançado. Mudanças estruturais são partes constituintes dos fenômenos analisados o que, às vezes, não permite nem mesmo criação de intervalos de cenários, mas resultados até contraditórios.

Se, de um lado, busca-se descrever da melhor forma possível o sistema para alcançar cenários plausíveis e sustentados, de outro, mais escolhas acerca de parâmetros e fatores incertos deverão ser incluídos no modelo. A inclusão de controles e informações mais detalhadas limita as possibilidades de resultados inesperados ou imprevisíveis. O dilema que se coloca ao pesquisador, ou

modelador, neste caso, é conseguir introduzir os elementos essenciais do fenômeno no modelo da forma mais simples possível, porém sem excluir aspectos fundamentais. Como dizem Batty e Torrens: “*We persist in developing models that are intrinsically complex but which we attempt to validate against some reality which we represent as intrinsically simple* (2005, p. 748)”.

## REFERÊNCIAS

- ALBIN, P.; FOLEY, D. K. Decentralized, dispersed exchange without an auctioneer: a simulation study. **Journal of Economic Behavior & Organization**, v. 18, n. 1, p. 27-51, 1992.
- ALLEN, P. M. Cities and regions as self-organizing systems: models of complexity. **Environmental problems & social dynamics series**, Amsterdam, Netherlands: Taylor & Francis, 1997.
- ALONSO, W. **Location and land use: toward a general theory of land rent**. Cambridge-MA: Harvard University Press, 1964.
- AMMAN, H. M. *et al.* **Handbook of computational economics**. Elsevier, 2006.
- ANAS, A.; ARNOTT, R.; SMALL, K. A. Urban spatial structure. **Journal of Economic Literature**, v. 36, n. 3, p. 1426-1464, 1998.
- ARTHUR, W. B. Urban systems and historical path dependence. *In: Cities and their vital systems*. Washington-DC: National Academy Press, p. 85-97, 1988.
- \_\_\_\_\_. Inductive reasoning and bounded rationality. **The American Economic Review**, v. 84, n. 2, p. 406-411, 1994.
- BATTEN, D. Complex landscapes of spatial interaction. **The Annals of Regional Science**, v. 35, p. 81-111, 2001.
- BATTY, M. Agents, cells and cities; new representational models for simulating multi-scale urban dynamics. **Environment and Planning A**, v. 37, n. 8, p. 1373-1394, 2005.
- \_\_\_\_\_. **Cities and complexity: understanding cities with cellular automata, agent-based models and fractals**. Cambridge-MA: MIT Press, 2005.
- BATTY, M.; LONGLEY, P. **Fractal cities: a geometry of form and function**. Academic Press, 1994.
- BATTY, M.; TORRENS, P. M. Modelling and prediction in a complex world. **Futures**, v. 37, n. 7, p. 745-766, 2005.
- \_\_\_\_\_. Urban evolution on the desktop: simulation with the use of extended cellular automata. **Environment and Planning A**, v. 30, p. 1943-1967, 1998.

BEHRENS, K. Market size and industry location: traded *versus* non-traded goods. **Journal of Urban Economics**, v. 58, n. 1, p. 24-44, 2005.

BELL, M.; DEAN, C.; BLAKE, M. Forecasting the pattern of urban growth with PUP: a web-based model interfaced with GIS and 3D animation. **Computers, Environment and Urban Systems**, v. 24, n. 6, p. 559-581, 2000.

BENENSON, I.; TORRENS, P. M. **Geosimulation**: automata-based modeling of urban phenomena. London: John Wiley, 2004.

BERLEKAMP, E. R.; CONWAY, J. H.; GUY, R. K. **Winning ways for your mathematical plays**. Wellesley-MA: A K Peters Ltd., 2004.

BROWN, D. G. *et al.* Path dependence and the validation of agent-based spatial models of land use. **International Journal of Geographical Information System**, v. 19, n. 2, p. 153-174, 2005.

CAPELLO, R. Urban rent and urban dynamics: the determinants of urban development in Italy. **The Annals of Regional Science**, v. 36, p. 593-611, 2002.

CARNEIRO, T. G. D. P. **Nested-CA**: a foundation for multi-scale modeling of land use and land change. São José dos Campos: INPE, 2003.

CLARKE, K. C.; HOPPEN, S.; GAYDOS, L. A self-modifying cellular automaton model of historical urbanization in the San Francisco Bay area. **Environment and Planning B: Planning and Design**, v. 24, n. 2, p. 247-261, 1997.

COSTA, F. D. A. *et al.* **Metas nacionais de redução do desmatamento**: é possível alcançá-las? Uma proposta a partir das diferentes trajetórias produtivas regionais. INPE, p. 17, maio 2010. Texto para Discussão.

COUCLELIS, H. Where has the future gone? Rethinking the role of integrated land-use models in spatial planning. **Environment and Planning A**, v. 37, p. 1355, 2005.

DELLEN, H. V. *et al.* Design and development of integrated spatial decision support systems: applying lessons learnt to support new town planning. *In: Model Town*: using urban simulation in new town planning. Amsterdam, Holanda: SUN, 2009.

DELLEN, H. V.; ENGELEN, G. Combining participatory approaches and modelling: lessons from two practical cases of policy support. *In: PROCEEDINGS OF THE IEMSS THIRD BIENNIAL MEETING*. **Anais...** Burlington, United States, 2006.

DIPASQUALE, D.; WHEATON, W. C. **Urban economics and real estate markets**. Englewood Cliffs-NJ: Prentice Hall, 1996.

ENGELEN, G.; WHITE, R.; DE NIJS, T. Environment explorer: spatial support system for the integrated assessment of socio-economic and environmental policies in the Netherlands. **Integrated Assessment**, v. 4, n. 2, p. 97-105, 2003.

ENGELEN, G. *et al.* **The moland model for urban and regional growth**. Maastrich, Holanda: Research Institute for Knowledge Systems, 2004.

EPSTEIN, J. M. Remarks on the foundations of agent-based generative social science. **Handbooks in Economics**, Elsevier, v. 2, p. 1585-1604, 2006.

EPSTEIN, J. M.; AXTELL, R. **Growing artificial societies: social science from the bottom up**. Cambridge-MA: Brookings/MIT Press, 1996.

FURTADO, B. A. Modeling social heterogeneity, neighborhoods and local influences on urban real estate prices: spatial dynamic analyses in the Belo Horizonte metropolitan area, Brazil. **Netherlands Geographical Studies**, Utrecht, Netherlands: Faculteit Geowetenschappen Universiteit Utrecht, 2009. ISSN 0169-4839.

GLAESER, E. L.; GYOURKO, J.; SAKS, R. E. Urban growth and housing supply. **Journal of Economic Geography**, v. 6, p. 71-89, 2006.

GODE, D.; SUNDER, S. Allocative efficiency of markets with zero-intelligence traders: market as a partial substitute for individual rationality. **Journal of Political Economy**, vol. 101, n. 1, p. 119-137, 1993.

HAGEN, A. Fuzzy set approach to assessing similarity of categorical maps. **International Journal of Geographical Information System**, v. 17, n. 3, p. 235-249, 2003.

HAGEN-ZANKER, A. Map comparison methods that simultaneously address overlap and structure. **Journal of Geographical Systems**, v. 8, p. 165-185, 2006.

HAGEN-ZANKER, A.; LAJOIE, G. Neutral models of landscape change as benchmarks in the assessment of model performance. **Landscape and Urban Planning**, v. 86, n. 3-4, p. 284-296, 2008. DOI: 10.1016/j.landurbplan.2008.04.002.

HAGOORT, M. J. The neighbourhood rules: land-use interactions, urban dynamics and cellular automata modeling. **Nederlands Geographical Studies**, Utrecht: Faculteit Geowetenschappen Universiteit Utrecht, 2006.

LEBARON, B. **Building the Santa Fe artificial stock market**. Brandeis University, 2002. (Working Paper).

\_\_\_\_\_. **Agent-based computational finance**. Elsevier, v. 2, p. 1187-1233, 2006. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B7P5C-4JR414P-F/2/cce562249e4d29c05f5aa9dc2ac3092e>>.

MÉNARD, A.; MARCEAU, D. J. Exploration of spatial scale sensitivity in geographic cellular automata. **Environment and Planning B: Planning and Design**, v. 32, n. 5, p. 693-714, 2005.

MILLER, J. H.; PAGE, S. E. **Complex adaptive systems**. Princeton University Press, 2007.

O'SULLIVAN, D. Toward micro-scale spatial modeling of gentrification. **Journal of Geographical Systems**, v. 4, p. 251-274, 2002.

PAGE, S. E. On the emergence of cities. **Journal of Urban Economics**, vol. 45, p. 184-208, 1999.

DE PAULA, T. H. P. **Instabilidade financeira no espaço: uma abordagem monetária da dinâmica econômica regional**. Belo Horizonte: Cedeplar/Face/UFMG, 2009.

PINES, D.; THISSE, J. F. Urban systems: market and efficiency. **Journal of Public Economic Theory**, vol. 3, n. 1, p. 7-14, 2001.

PINTO, N. N.; ANTUNES, A. P. Cellular automata and urban studies: a literature survey. **Architecture, City and Environment**, v. 1, n. 3, p. 368-399, 2007.

PONTIUS, R. G. Modeling the spatial pattern of land-use change with GEO-MOD2: application and validation for Costa Rica. **Agriculture, Ecosystems & Environment**, v. 85, n. 1-3, p. 191-203, 2001. DOI: 10.1016/S0167-8809(01)00183-9.

PONTIUS, R. G. *et al.* Comparing the input, output, and validation maps for several models of land change. **The Annals of Regional Science**, vol. 42, n. 1, p. 11-37, 2008.

PONTIUS, R. G.; HUFFAKER, D.; DENMAN, K. Useful techniques of validation for spatially explicit land-change models. **Ecological Modelling**, v. 179, n. 4, p. 445-461, 2004. DOI: 10.1016/j.ecolmodel.2004.05.010.

PONTIUS, R. G.; SCHNEIDER, L. C. Land-cover change model validation by an ROC method for the Ipswich watershed. **Agriculture, Ecosystems & Environment**, Massachusetts, v. 85, n. 1-3, p. 239-248, 2001. DOI: 10.1016/S0167-8809(01)00187-6.

PONTIUS, R. G.; SPENCER, J. Uncertainty in extrapolations of predictive land-change models. **Environment and Planning B: Planning and Design**, v. 32, n. 2, p. 211-230, 2005. DOI: 10.1068/b31152.

PORTUGALI, J. **Self-organization and the city, Springer series in synergetics**. Berlin: Springer-Verlag, 2000.

RIKS. **Metronamica: a dynamic spatial land use model**. Maastrich, Holanda: RIKS BV, 2005.

- \_\_\_\_\_. **Map comparison kit 3**: user manual. Maastricht-NL: RIKS BV, 2006.
- ROSEN, S. Hedonic Prices and Implicit Markets: product differentiation in pure competition. **Journal of Political Economy**, 1974.
- SCHELLING, T. C. **Micromotives and macrobehavior**. New York; London: W W Norton & Co Ltd., 1978.
- SEMBOLONI, F. *et al.* CityDev, an interactive multi-agents urban model on the web. **Computers, environment and urban systems**, v. 28, p. 45-64, 2004.
- SILVA, E.; CLARKE, K. Calibration of the SLEUTH urban growth model for Lisbon and Porto, Portugal. **Computers, Environment and Urban Systems**, v. 26, p. 525-552, 2002.
- TESFATSION, L. Agent-based computational economics: a constructive approach to economic theory. **Handbook of Computational Economics**, Elsevier, v. 2, p. 831-880, 2006.
- TORRENS, P. M. New advances in urban simulation: cellular automata and multi-agent systems as planning support tools. (**Working Paper Series**, 2001).
- TORRENS, P. M.; NARA, A. Modeling gentrification dynamics: a hybrid approach. **Computers, Environment and Urban Systems**, 2006.
- VISSER, H.; DE NIJS, T. The map comparison kit. **Environmental Modeling & Software**, v. 21, p. 346-358, 2006.
- VAN VLIET, J.; VAN DELDEN, H. **An activity based cellular automaton model to simulate land use changes**. *In*: PROCEEDINGS INTERNATIONAL CONGRESS ON ENVIRONMENTAL MODELLING AND SOFTWARE. IEMSS, p. 800-807, 2008.
- WADDELL, P. UrbanSim: modeling urban development for land use, transportation, and environmental planning. **Journal of the American Planning Association**, v. 68, n. 3, p. 297-314, 2002.
- WADDELL, P.; ULFARSSON, G. F. Dynamic Simulation of real estate development and land prices within an integrated land use and transportation model system. *In*: TRANSPORTATION RESEARCH BOARD ANNUAL MEETING, 82. **Anais...** Washington, p. 21, 2003.
- WADDELL, P. *et al.* Incorporating land use in metropolitan transportation planning. **Transportation Research**, v. 41, p. 382-410, 2007.
- WHITE, R.; ENGELEN, G. Cellular automata and fractal urban form: a cellular modelling approach to the evolution of urban land-use patterns. **Environment and Planning A**, v. 25, p. 1175-1199, 1993.